(cc) BY

Коробов Владимир Борисович

Тутыгин Андрей Геннадьевич

ОТ ПРОСТОГО МЕТОДА К СЛОЖНОМУ И ОБРАТНО (НА ПРИМЕРЕ РАСЧЁТОВ ВЕСОВЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ВЛИЯЮЩИХ ФАКТОРОВ)

Аннотация*: в науке известно немало случаев, когда приходится отказываться от сложных методов исследования в пользу более простых. Обусловлено это необходимостью учёта значительно большего числа факторов, сложностью реализации и, как следствие, ограничениями на применение в некоторых случаях. Авторы много лет занимались разработкой и применением экспертных технологий в экономике, геоэкологии, географии и задачах оптимального выбора. На своём опыте они пришли к выводу, что более сложные технологии не всегда оправданны. В статье, предназначенной для молодых учёных и аспирантов, на примере расчёта весовых коэффициентов показано, что более простые методы могут давать аналогичные сложным методам результаты. Но при этом нужно понимать, в каких случаях возможно делать такую замену.*

Ключевые слова*: простые методы, сложные методы, весовые коэффициенты, расстановка, ранжирование, метод анализа иерархий.*

Abstract*: in science, there are many cases when it is necessary to abandon complex research methods in favor of simpler ones. This is due to the need to take into account a much larger number of factors, the complexity of implementation and, as a result, restrictions on the use in some cases. For many years, the authors have been engaged in the development and application of expert technologies in economics, geoecology, geography, and optimal choice problems. From their experience, they came to the conclusion that more complex technologies are not always justified. In the article intended for young scientist and postgraduate students, using the example of calculating weight coefficients, it is shown that simpler methods can give results similar to complex methods. But at the same time, you need to understand in what cases it is possible to make such a replacement.*

Content is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

Keywords*: simple methods, complex methods, weights, placement, ranking, hierarchy analysis method.*

Введение. Сложно – это не всегда хорошо. Но почему тогда в науке стремятся к более сложным моделям и методологиям? Ответ прост: в большинстве случаев это позволяет учесть существенно большее число влияющих на результат факторов, а значит, сделать эти результаты более обоснованными. Ещё одним преимуществом такого подхода является возможность провести более подробные исследования, поскольку чем сложнее модель, тем большее число состояний исследуемого объекта и ситуаций можно просчитать.

Обратной стороной усложнения стала зависимость от математического аппарата, который живёт по своим законам и требует выполнения довольно жёстких условий, далеко не всегда согласующимися с реалиями исследуемого объекта. Вторым непременным условием применения сложных моделей является необходимость установления точных количественных зависимостей между компонентами объекта, а это далеко не всегда возможно. Причиной этого могут быть как сложности получения необходимой в достаточном объёме информации, так и недостаточное понимание природы самого явления или даже его некоторых составных частей, а значит, и невозможность точно параметризировать некоторые взаимосвязи. В следствие этого более сложная модель может давать результаты если и не худшие по сравнению с более простыми, то точно не лучшие, а затрат на разработку, реализацию, подготовку и интерпретацию данных требует существенно больше.

Когда такое происходит, то принимают два решения: либо идти дальше по пути ещё большего усложнения модели, либо перейти к более простым методам, а то и вернуться к старым, попытавшись модернизировать их с учётом накопленного опыта. Также отметим, что разработка простых моделей имеет ещё и ту сторону, что позволяет объяснять сложные процессы и явления, как это делал Галилей, разработавший теорию «простых машин» именно как средство объяснения и оценки работы сложных машин [3].

Содержимое доступно по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

Со временем выяснилось, что простые – и упрощённые методы во многих случаях дают вполне адекватное описание объекта и понимание ситуации. На этом принципе, например, базируются некоторые методы исследования в экологии, когда простые анализы дают требуемый результат при мониторинге загрязнения природной среды, и применение которых уже стало номой [4]. Да и количество самих анализов можно уменьшить без всякого ущерба для оценки экологического состояния территории или акватории.

Авторам в своей научной деятельности также пришлось столкнуться с этой проблемой. Опыт, который мы получили при этом, может послужить тем примером для молодых учёных, который позволит им более уверенно чувствовать себя в науке и преодолевать возникающие трудности при разработке и применении математических – и не только, моделей в своей практике.

Речь пойдёт об экспертных методах, широко применяемых во многих областях науки и техники. За более чем 20 лет нами накоплена большая практика решения самых разнообразных задач, в которых экспертные технологии играли ключевую роль [6; 19; 23 и др.]. Применяли мы чаще всего метод анализа иерархий (МАИ), стремительно завоевавший популярность во всём мире в задачах многокритериального оценивания в различных областях науки. При этом мы использовали эти методы главным образом для нахождения весовых коэффициентов влияющих факторов, являющимися параметрами многих моделей, главным образом, балльных классификаций, и некоторых других.

Но со временем выяснилось, что и МАИ не свободен от целого ряда серьёзных недостатков, которые выявлялись всё в большей степени и чему мы посвятили ряд публикаций [7; 16; 20; 21] и в обобщённом виде изложили в монографиях [8; 10]. Однако парадокс заключался в том, что несмотря на эти недостатки, метод давал не противоречивые результаты, причину чего ещё предстояло выяснить. В конечном итоге оказалось, что и другие методы ничуть не хуже МАИ, но значительно проще в применении и яснее в интерпретации. Поэтому мы и вернулись к ним, и сейчас занимаемся их усовершенствованием для более точного применения. Об этом и пойдёт речь в настоящей публикации.

Content is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

Краткий обзор используемых методов. Чтобы понятнее была суть произошедшей с нами трансформации, рассмотрим – очень кратко, некоторые из часто используемых методов, и МАИ естественно. Более подробно с этими и другими методами нахождения весовых коэффициентов можно познакомиться в монографиях [1; 12; 14].

Учитывая ограничения на объём статьи, остановимся только на трёх методах, которые нам понадобятся в дальнейшем. Это – метод прямой расстановки, ранжирование, и, конечно, МАИ.

Поскольку речь у нас будет идти в основном о весовых коэффициентах, дадим им следующее определение: весовые коэффициенты – это числовые характеристики влияющих факторов, показывающие их вклад в конечный результат. Обычно выражаются в долях единицы или процентах.

Метод прямой расстановки. В этом методе экспертам предлагается оценить факторы, непосредственно приписывая им числовое значение весовых коэффициентов. При этом должно выполняться условие равенства единице или 100% сумма весовых коэффициентов, что непосредственно следует из их определения. Метод позволяет легко и быстро получить результат, но он удобен при небольшом числе факторов – не более 6–7, поскольку, когда это количество превышено приходится постоянно итеративно уточнять оценки факторов. Этот факто неоднократно подтверждён экспериментально и объясняется тем, что обычному человеку одновременно трудно держать в поле зрения большее число объектов.

Чтобы устранить эту трудность, для оценки факторов применяют различные шкалы. Наиболее простой служит линейная шкала от 1 до 10. Для повышения точности допускаются дробные значения. Чтобы получить весовые коэффициенты необходимо произвести общую нормировку присвоенных значений, проще говоря разделить каждую оценку на сумму всех оценок, как это делается при ранжировании. Но тем самым мы фактически заменяем один метод другим.

Ранжирование. Также достаточно простой метод. Его главное достоинство заключается в возможности достаточно просто оценивать любое количество

Содержимое доступно по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

факторов, расставляя их в порядке убывания или возрастания значимости, т.е. по ранжиру (рангу).

В этом методе весовые коэффициенты рассчитываются по формуле:

$$k_i = \frac{i}{\sum_1^n r_i}, \quad (1)$$

где r_i – ранг фактора, $i=1...n$ – порядковый номер ранга. Сумма рангов вычисляется очень просто по формуле, известной ещё с времён античности для суммы натурального ряда:

$$\sum_1^n r_i = \frac{n(n+1)}{2}. \quad (2)$$

К недостаткам метода следует отнести некоторое огрубление оценок при небольших объёмах числа факторов. Дело в том, дискретность между соседними рангами здесь не устанавливается самим экспертом, а определяется длиной ряда и численно равна

$$\Delta = \frac{2}{n(n+1)}, \quad (3)$$

т.е. обратной величине суммы рангов. Для n=3 Δ=1/6, n=4 Δ=1/10 и т. д. Иногда этого может оказаться недостаточным для более точного определения приоритетов. Так бывает, когда факторы, по мнению эксперта, почти равны, но всё же некоторый или некоторые немного должны отличаться от соседних (равенство двух и более факторов этим методом также допускается).

В таких случаях можно ввести дополнительные процедуры, например, некоторое перераспределение полученных весовых коэффициентов между соседними факторами [11; 22]. Также можно ввести и дополнительные градации, что приводит к некоторому усложнению алгоритма расчёта весовых коэффициентов и сбивает с толку часть экспертов, в чём мы могли убедиться сами. Но тем не менее эти дополнения к методу ранжирования не являются такими уж сложными и не изменяют его сути.

МАИ. Метод анализа иерархий был разработан американским математиком Томасом Саати в семидесятых годах прошлого века [16] и, как мы отметили выше, быстро завоевал признание во всём мире.

Content is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

Основной идеей метода является попарное сопоставление факторов по специальной вербально-числовой шкале (табл. 1).

Таблица 1

Иерархия экспертных сравнений соотношения факторов

№	*Суждение*	*Пояснение*
1	Равная предпочтительность	Две альтернативы одинаково предпочтительны с точки зрения цели
2	Слабая степень предпочтения	Промежуточная градация между равным и средним предпочтением
3	Средняя степень предпочтения	Опыт эксперта позволяет считать одну из альтернатив немного предпочтительнее другой
4	Предпочтение выше среднего	Промежуточная градация между средним и умеренно сильным предпочтением
5	Умеренно сильное предпочтение	Опыт эксперта позволяет считать одну из альтернатив явно предпочтительнее другой
6	Сильное предпочтение	Промежуточная градация между умеренно сильным и очень сильным предпочтением
7	Очень сильное (очевидное) предпочтение	Опыт эксперта позволяет считать одну из альтернатив гораздо предпочтительнее другой: доминирование альтернативы подтверждено практикой
8	Очень, очень сильное предпочтение	Промежуточная градация между очень сильным и абсолютным предпочтением
9	Абсолютное предпочтение	Очевидность подавляющей предпочтительности одной альтернативы над другой имеет неоспоримое подтверждение

При помощи номеров строк этой шкалы можно очень просто закодировать экспертные суждения и представить их в виде матрицы (табл. 2), размерностью n x n – по числу влияющих факторов. Сравнение производится полным перебором всех возможных пар факторов. Диагональ этой таблицы будет равна единице, поскольку сравнение фактора самого с собой тождественно. Так, если фактору 1 придаётся «умеренно сильное предпочтение» над фактором 2 – пятая строка шкалы, то во вторую ячейку первой строки вносится число 5, во вторую ячейку первого столбца – 1/5, т.е. матрица является обратно симметричной: $a_{ij} = 1/a_{ji}$.

Таблица 2

Шаблон матрицы парных сравнений

Содержимое доступно по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

Номер фактора	*1*	...	*k*	...	*n*
1	1	a_{ij}	a_{ij}	a_{ij}	a_{in}
...	a_{ji}	1	a_{ij}	a_{ij}	a_{in}
k	a_{ji}	a_{ji}	1	a_{ij}	a_{in}
...	a_{ji}	a_{ji}	a_{ji}	1	a_{in}
n	a_{jn}	a_{jn}	a_{jn}	a_{jn}	1

Саати доказал, что весовые коэффициенты будут равны собственному вектору этой матрицы. Вычисление собственных векторов матриц – вопрос технический, хотя и не без некоторых подводных камней, большинство из которых хорошо и давно известны [2; 24].

В МАИ встроена процедура оценки качества работы эксперта – так называемый индекс согласованности (ИС). ИС в каждой матрице можно приближенно оценить, используя формулу:

$$ИС = \frac{\lambda - n}{n - 1}, \qquad (4)$$

где λ – собственное число матрицы, n – число сравниваемых факторов. Но сам по себе он мало информативен, поскольку в идеале требует полной согласованности матрицы, чего в реальной жизни никогда не бывает, если это не делать искусственно, против чего выступал и сам автор метода. (В полностью согласованной матрице нижняя граница собственного числа будет равна n, и минимальное значение ИС будет равно нулю). Тогда он предложил его сравнивать с величиной, полученной при случайном выборе количественных характеристик, которая интерпретируется как средняя. Эти средние согласованности (СС) для случайных матриц разного порядка приведены в (табл. 3), где *n* – число факторов.

Таблица 3

Средние согласованности (СС) для случайных матриц разного порядка

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
СС	0	0	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

Если разделить ИС на СС для матрицы того же порядка, то получим новый критерий – отношение согласованности (ОС):

Content is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

$$OC = \frac{ИС}{СС} \cdot 100\%. \quad (5)$$

Качество работы эксперта оценивается именно по величине ОС. Её рекомендуется принимать не более 10%, чтобы результаты работы эксперта считать приемлемыми. Если ОС превышает эту величину, то результаты работы таких экспертов рекомендуется исключить из рассмотрения или же дать ему возможность пересмотреть свои суждения, на что организаторы опросы идут далеко не всегда (если таковой пересмотр не является частью самой процедуры опроса, как в широко распространённом методе Дельфы, но это уже совсем другая тема).

Практика показывает, что всегда некоторая часть экспертов не укладывается в этот, прямо скажем, достаточно жёсткий критерий, и их результаты приходится исключать, что влечёт за собой необходимость заведомо увеличивать число экспертов, чтобы, после усреднения оценок, получить статистически значимые величины.

Выявленные авторами недостатки МАИ. Тезисно укажем на обнаруженные нами недостатки метода.

Проблема согласованности. Отношение согласованности, в том виде, в каком она используется, не выполняет своих функций. Говоря об индексе согласованности, также следует принимать во внимание, как показано в работе [13], что ИС в МАИ сильно занижен по сравнению с более строгими и обоснованными оценками по Терстоуну [25]. Также необходимо отметить, что здесь на первый план выходит формальное требование согласованности матрицы парных сравнений в угоду логики соотношения факторов.

Нормирующий показатель СС также получен некорректно. Численные эксперименты авторов с матрицами показали, что числовые значения СС попросту неверны, поскольку дают противоречащие всякому здравому смыслу результаты. Так, при строгой иерархии факторов согласованность убывает, вместо возрастания, т.е. ОС не стремится асимптотически к нулю и не может служить критерием оценки качества работы эксперта. Более того, он вообще может принимать значения более 20%.

Содержимое доступно по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

Этот факт заставляет вводит дополнительные правила на транзитивность. Поскольку выясняется, что на классическое требование на порядковую транзитивность, что если $a>b$ и $b>c$, то $a>c$, необходимо накладывать ещё требование строгой пропорциональности этих оценок.

Шкала отношений. Прежде всего, она не является инвариантной, т.е. прямые и обратные соотношения не дают одинаковых значений для количественных оценок между значимостью факторов, а это, как будет указано ниже, влияет на вычисление весовых коэффициентов. Кроме того, если мы произвольно сопоставим отношения между парами факторов, допустим a_{13} и a_{25}, то можем получить такие отношения между факторами, как 12, т.е. выходящие за рамки шкалы, что противоречит самой шкале отношений: эти соотношения не могут быть более 9. Это обстоятельство мы как раз и имели в виду, говоря выше о необходимости установления требования пропорциональности к оценке факторов. Получается, что данная шкала требует доработки специальных процедур.

Выявился ещё один недостаток этой шкалы: чтобы её использовать для заполнения матрицы парных сравнений, экспертам необходим специальный тренинг. В противном случае многие из них заполняют таблицу неверно. На этом акцентировал внимание и сам Саати. В своей практике мы также неоднократно сталкивались с этим.

Условия транзитивности. Транзитивность – одно из обязательных условий экспертных методов. Условие транзитивности применительно к данному случаю формулируется достаточно просто (запишем ещё раз): если $a>b$ и $b>c$, то $a>c$. Однако на практике транзитивность мышления нарушается достаточно часто, причем редко какой опрос обходится без её нарушения, как бы эксперты себя не контролировали. А раз это так, то возникает вопрос: сколько должно быть несогласований, чтобы считать матрицу несогласованной (или согласованной)? И ещё: как следует выбрать «наиболее несогласованную» тройку, которая оказывает наибольшее влияние на оценку согласованности всей матрицы [15]? Пока на эти вопросы ответа нет. Нет их и в МАИ, хотя автором такой учёт

Content is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

транзитивности посредством ОС декларирован, но как было нами показано в ряде работ, не выполняется.

Алгоритм вычисления весовых коэффициентов. Рекомендованный Саати алгоритм вычисления весовых коэффициентов, в основе которого используется среднее геометрическое, зависит от порядка расположения факторов в матрице. Но он не является строгим и введён автором метода лишь потому, что, как он полагает, если у двух и более экспертов встречаются обратные оценки соотношений факторов, то их средняя величина не будет истинной, в то время как среднее геометрическое в этих случаях будет точнее. Может это и так, но используя алгоритмы, основанные на среднем геометрическом, некоторых случаях произвольно изменяя положение факторов, мы каждый раз можем получать другой вектор весовых коэффициентов, и это несмотря на то, что сами соотношения между факторами остаются неизменными. А этого быть не должно!

Распространение принципа МАИ на аналитические сети. Несколько слов о распространении технологии МАИ на аналитические сети, предпринятой автором метода [17]. Аналитические сети используются, когда необходимо учесть косвенные и опосредованные связи, имеющиеся между большинством факторов, формирующим объект. Для их оценки Саати предложил использовать ту же шкалу, но при условии учёта и других взаимодействий между факторами. Технически это вполне возможно, но на самом деле серьёзно затрудняет работу экспертов, поскольку требует несколько других навыков, т.к. необходимо проводить парные сравнения при условии, что одновременно действуют другие факторы, как это имеет место при условных распределениях в теории вероятностей. А это совсем не просто.

Результатом проектирования аналитической сети становится формирование суперматрицы – матрицы парных сравнений, элементами которой являются уже не соотношения факторов, а матрицы весовых коэффициентов групп факторов, разбитых на кластеры. И тут выяснилось, что в процессе расчёта, а точнее, перерасчёта, весовых коэффициентов могут возникать ситуации, когда они становятся равными нулю, чего не должно быть в принципе. Такие случаи, как было

Содержимое доступно по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

установлено позже [18], могут возникать достаточно часто при образовании циклов и заложены они в самом алгоритме обработки экспертных суждений.

Альтернативные возможности. Сравнение упомянутых выше методов было проведено в [5] где показало, что МАИ, ранжирование и прямая расстановка высоко коррелированы. Аналогичные результаты были получены и в результате численных экспериментов [11], что заставило авторов задуматься о том, стоит ли применять более сложный метод, которым является МАИ, если более простой и понятный даёт близкие результаты, а имеющее место огрубление оценок при небольших объёмах факторов в методе ранжирования можно существенно сгладить применяя специальные процедуры, некоторые из которых изложены в [11; 22].

Заключение. Рассмотренные методы вычисления весовых коэффициентов посредством экспертных технологий – прямая расстановка, ранжирование и МАИ, достаточно высоко коррелированы между собой (коэффициент корреляции r в проведенных экспериментах всегда был более 0,8). Однако МАИ значительно сложнее расстановки и ранжирования и требует выполнения ряда дополнительных условий, часть из которых ещё не до конца исследованы. Поэтому авторы практически перестали его использовать, отдав предпочтение методу ранжирования, позволяющего получать результаты такого же порядка точности, но при меньших затратах и, что существенно важнее, без потери информации.

Но и от МАИ просто так отказываться не следует. Он ещё далеко себя не исчерпал. Выявленные недостатки, по крайней мере, часть из них, вполне возможно устранить или существенно смягчить. Так, обратносимметричную матрицу можно заменить на кососимметричную, которая будет инвариантной, а средние согласованности рассчитать по другим моделям или же, когда это возможно, по прямым массовым опросам.

Также обратим внимание на ещё один аспект осуждаемой проблемы в широком смысле. Быстрый рост вычислительных возможностей компьютерной техники и совершенствование алгоритмов позволяет решать многие задачи непосредственно для индивидуальных объектов без необходимости их

Content is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

предварительного усреднения или сглаживания, чего ещё делать не так давно не было никакой возможности. Так, поведение всех индивидов в большой толпе или стаде просчитать нельзя было в принципе. Теперь в социологии разрабатываются модели индивидуальных поведенческих траекторий отдельного человека или животного, которые уже затем усредняются по другим моделям. Мы не будем утверждать, что такие модели обязательно проще, чем для популяции в целом, но методологически вполне допустимо их делать проще, а конечный результат получать по ансамблю всей выборки. И часто – это может быть единственным путём для получения достоверных результатов хотя бы уже потому, что верифицировать модели для индивидуумов куда проще, чем для некоторой совокупности, особенно, когда можно организовать непосредственные наблюдения.

Однако, чтобы перейти от сложных методов к более простым, необходимо, во-первых, провести тщательные исследования условий, при которых оба подхода дают близкие для практических приложений результаты, и, во-вторых, понимать, когда применение более простых методов будут соответствовать поставленным задачам. Только тогда их применение будет оправданным.

Список литературы

1. Айвазян С.А. Прикладная статистика. Классификация и снижение размерности / С.А. Айвазян, В.М. Бухштабер, И.С. Енюков, Л.Д. Мешалкин. – М.: Финансы и статистика, 1989. – 607 с.

2. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц / Ф.Р. Гантмахер. – М.: Наука, 1966. – 576 с.

3. Горохов В.Г. От простого к сложному: от классического естествознания к техническим наукам / В.Г. Горохов // Философия науки и техники. – 2013. – Т. 18 (1). – С. 10–29.

4. Иванцова Е.А. Методы оценки загрязнений окружающей среды / Е.А. Иванцова, Н.В. Герман, А.А. Тихонова. – Волгоград: Изд-во ВолГУ, 2018. – 86 с.

5. Коробов В.Б. Сравнительный анализ методов определения весовых коэффициентов «влияющих факторов» / В.Б. Коробов // Социология: методология, методы, математические модели. – 2005. – №20. – С. 54–73.

Содержимое доступно по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

6. Коробов В.Б. Географическое обоснование создания транспортной инфраструктуры Тимано-Печорской нефтегазоносной провинции / В.Б. Коробов // Известия РАН. Серия: Географическая. – 2006. – №4. – С. 87–98.

7. Коробов В.Б. Некоторые проблемы применения экспертных методов на практике / В.Б. Коробов // Научный диалог. Серия: Естествознание. Экология. Науки о земле. – 2013. – №3 (15). – С. 94–108.

8. Коробов В.Б. Теория и практика экспертных методов: моногр. / В.Б. Коробов; под ред. Кочурова Б.И. – М.: НИЦ ИНФРА-М, 2019. – 281 с. – doi:org/10.12737/monography_5caee0067f1835.43206494.

9. Коробов В.Б. Классификационные методы решения эколого-экономических задач / В.Б. Коробов, А.Г. Тутыгин. – Архангельск: Поморский университет, 2010. – 310 с.

10. Коробов В.Б. Проблемы использования метода анализа иерархий и пути их решения / В.Б. Коробов, А.Г. Тутыгин // Экономика и управление. – 2016. – №8. – С. 60–65.

11. Коробов В.Б. Метод анализа иерархий и ранжирование влияющих факторов как альтернативные инструменты в социально-экономических исследованиях / В.Б. Коробов, А.Г. Тутыгин, Л.А. Чижова // Азимут научных исследований: экономика и управление. – 2020. – Т. 9, №3 (32). – С. 210–214.

12. Литвак Б.Г. Экспертные технологии в управлении / Б.Г. Литвак. – М.: Дело, 2004. – 400 с.

13. Мощенко И.Н. К выбору оценочной шкалы в методе анализа иерархий / И.Н. Мощенко, Е.В. Пирогов // Инженерный вестник Дона. – 2017. – №4 (47). – С. 96.

14. Орлов А.И. Организационно-экономическое моделирование: в 3 ч. Ч. 2: Экспертные оценки / А.И. Орлов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. – 2011. – 486 с.

15. Плаксин М.А. Механизм сокращения нагрузки на эксперта при применении метода анализа иерархий / М.А. Плаксин // Вестник Пермского университета. Серия: Математика. Механика. Информатика. – 2007. – №7 (12). – С. 64–70.

Content is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

16. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий / Т. Саати. – М.: Радио и связь, 1993. – 278 с.

17. Саати Т.Л. Принятие решений при зависимостях и обратных связях: аналитические сети / Т.Л. Саати. – М: Книжный дом «Либроком», 2009. – 360 с.

18. Серёдкин К.А. О границах применимости метода аналитических сетей в задачах принятия решений в естественных науках / К.А. Серёдкин // Искусственный интеллект и принятие решений. – 2018. – №2. – С. 95–102.

19. Тутыгин А.Г. Функциональное распределение ресурсов в организационных системах / А.Г. Тутыгин, М.А. Амбросевич // Экономика и управление. – 2007. – №5. – С. 105–107.

20. Тутыгин А.Г. Преимущества и недостатки метода анализа иерархий / А.Г. Тутыгин, В.Б. Коробов // Известия РПГУ им. А.И. Герцена. Серия: Естественные и точные науки. – 2010. – №122. – С. 108–115.

21. Тутыгин А.Г. Проблемы согласованности экспертных суждений в методе анализа иерархий / А.Г. Тутыгин, В.Б. Коробов, Т.В. Меньшикова // Вестник гражданских инженеров. – 2019. – №5. – С. 291–297. – DOI 10.23968/1999-5571-2019-16-5-291-297.

22. Тутыгин А.Г. Комбинированный способ расчёта весовых коэффициентов в многофакторных экономических моделях / А.Г. Тутыгин, В.Б. Коробов, Т.В. Меншикова // Вестник гражданских инженеров. – 2020. – №3 (80). – С. 221–228. – DOI 10.23968/1999-5571-2020-17-3-221-228.

23. Тутыгин А.Г. Бизнес-сообщество Русского Севера: модели поведения / А.Г. Тутыгин, В.Б. Коробов, Л.А. Чижова, К.О. Малинина. – Ростов н/Д: Легион-М, 2018. – 244 с.

24. Уилкинсон Д.Х. Алгебраическая проблема собственных значений / Д.Х. Уилкинсон. – М.: Наука, 1970. – 564 с.

25. Thurstone L.L. A law of comparative judgement // Psychological review. 1927. Vol. 34, no. 4. Pp. 273–286.

Содержимое доступно по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

Коробов Владимир Борисович – доктор географических наук, ведущий научный сотрудник ФГБУН «Институт океанологии им. П.П. Ширшова» Российской академии наук, Россия, Москва.

Тутыгин Андрей Геннадьевич – кандидат физико-математических наук, доцент, ведущий научный сотрудник ФГБУН «Федеральный исследовательский центр комплексного изучения Арктики им. академика Н.П. Лавёрова» Российской академии наук, Россия, Архангельск.

Content is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)