

Проценко Владимир Владимирович

магистрант

Таганрогский институт им. А.П. Чехова (филиал) ФГБОУ ВО «Ростовский
государственный экономический университет (РИНХ)»

г. Таганрог, Ростовская область

Евдокимова Ирина Владимировна

учитель

МБОУ г. Ростова-на Дону «Лицей №13»

г. Ростов-на-Дону, Ростовская область

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МЕТОДА
МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ
ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ О ДОЛЯХ И ДРОБЯХ**

Аннотация: в данной работе на основе изучения научной, психолого-педагогической, математической и методической литературы проведены анализ и систематизация основных теоретических и методических вопросов, связанных понятием, ролью и местом метода математического моделирования в курсе математики начальной школы. Изучены теоретические аспекты использования метода математического моделирования при обучении младших школьников долям и дробям. Усвоение понятий «доля» и «дробь», умение решать задания на доли и дроби является одним из основных показателей уровня математического развития обучающихся. Сформированность умений самостоятельно выполнять задания по указанной теме с использованием математических моделей необходимо рассматривать не только как средство формирования математических знаний, но и как цель обучения. На основе выявленной в ходе исследования последовательности обучения младших школьников долям и дробям, нами определены оптимальные виды моделей, которые могут быть использованы на каждом этапе процесса обучения: восприятие дробей с помощью предметных моделей, восприятие дробей с помощью схематических моделей, восприятие дробей с помощью графических моделей при решении задач на нахождение дроби

от числа и числа по его дроби. В ходе исследования было установлено, что учебное моделирование – компонент содержательного анализа объекта. Модель изучаемого математического понятия или отношения играет роль универсального средства изучения свойств математических объектов. При таком подходе к формированию начальных математических представлений учитывается не только специфика математики, но и происходит обучение детей общим способам деятельности с математическими моделями реальной действительности и способам построения этих моделей.

Ключевые слова: модель, метод математического моделирования, доля, дробь, расширение числовых множеств.

В методике преподавания математики исследования проблем формирования у обучающихся понятий «доля» и «дробь», являясь, с одной стороны, изучаемыми и распространенными, с другой стороны, остаются дискуссионными. Тема «Доли и дроби» является материалом для ознакомления обучающихся с новыми понятиями, с новым видом чисел, материалом для развития логического мышления, внимания, памяти, сообразительности. Дробь, представляющая собой отношение двух натуральных чисел, относится к новому для младшего школьника виду чисел – чисел рациональных.

Метод математического моделирования, а именно, использование предметных, наглядных и схематических моделей позволяют организовать сравнение двух видов чисел и начать работу над формированием представлений об отношениях и операциях с этими видами чисел: отношениях равенства и неравенства, операциях сложения и вычитания дробей с одинаковыми знаменателями, не вводя в словарь обучающегося на данном этапе обучения соответствующую терминологию.

Понятие дроби связано с расширением множества целых чисел до множества рациональных чисел. Теоретически считают, что знакомство младших школьников с долями и дробями имеет целью расширение их представлений о числе. Полноценность и качество усвоения данной темы обеспечивает используемый в обучении метод математического моделирования, который наглядно

показывает младшим школьникам связи и отношения между новым для них видом чисел. Усвоенные понятия на основе используемых математических моделей могут применяться как при решении задач на уроках математики, так и в повседневной жизни, при решении практико-ориентированных задач.

Проблемы использования метода моделирования исследуются в различных областях знания. В философии метод моделирования рассматривают с точки зрения его места в процессе познания [8]. В психолого-педагогических исследованиях использование данного метода связано с психологической теорией учения [2; 3; 7]. Несмотря на то, что метод моделирования широко используется в учебно-познавательном процессе современной школы [1; 5–7] в методических исследованиях для начальной школы проблема обучения моделированию при обучении долям и дробям недостаточно исследована. В специальной литературе по проблемам формирования умений моделирования [1; 4; 7], в экспериментальных исследованиях, затрагивающих вопросы моделирования, недостаточно отражены методические особенности использования метода в процессе обучения младших школьников долям и дробям. Все это выступило основой для постановки проблемы исследования: выявления роли моделирования при формировании представлений младших школьников о долях и дробях.

Актуальность выбранной темы определяется и тем, что в условиях современного образования, ориентированного на развитие мышления обучающихся, особое значение в обучении и, прежде всего, при формировании понятий «доля» и «дробь», приобретает овладение действием моделирования, поскольку оно способствует формированию обобщенных знаний и универсальных учебных действий. Это определяет основные пути организации деятельности обучающихся, направленной на формирование у них понятий «доля» и «дробь», на развитие мышления в процессе усвоения данных понятий, на формирование умений решения задач на доли и дроби на основе метода моделирования, формирование необходимых для осуществления этого умений и способов действий.

Целью нашей работы является разработка на основе систематизации основных теоретических и методических вопросов методики использования метода математического моделирования при обучении младших школьников долям и дробям.

Основу теории математического моделирования составляет понятие модели. В этом разделе математической науки данное понятие является базовым и основополагающим. В современном потоке постоянно изменяющейся информации существует огромное количество определений понятия «модель». На наш взгляд самым точным является определение В.А. Штоффа: «модель – мысленно представляемая или материально реализованная система, которая, отображая или воспроизводя объект исследования, способна замещать его так, что ее изучение дает нам новую информацию об этом объекте» [8, с. 19]. В.В. Давыдов в своей работе пишет, что модель – это «форма научной абстракции особого рода, в которой выделенные существенные отношения объекта закреплены в наглядно воспринимаемых и представляемых связях и отношениях вещественных или знаковых элементов. Это своеобразное единство единичного и общего, при котором на первый план выдвинуты моменты общего, существенного характера» [3, с. 27]. Теория учебного моделирования исследована в работах В.В. Давыдова и А.У. Варданяна, З.Д. Гольдина и др. [2; 3]. Названные ученые в своих теориях подтверждают мысль о том, что обучение и развитие представляется как система интенсивного всестороннего развития личности. В данном случае такая задача, как передача накопленных знаний, заменяется эффективным методом организации обучающимся собственной деятельности, постепенно охватывая процесс овладения способами анализа и обобщения учебного материала с помощью метода моделирования.

Под моделированием будем понимать исследование какого-либо объекта или системы объектов путем построения и изучения их моделей. В одном случае многогранное и сложное конкретное явление заменяется более простой копией, которая в некоторых случаях выполняет роль помощника при решении сложных задач. В других – позволяет точно отразить значимые черты или разобраться в

устройстве объекта, предсказать возможные изменения. Важно отметить, что одному объекту могут соответствовать несколько моделей. В математической науке при построении модели какого-либо исследуемого объекта принято выделять его основные особенности, такие как свойства, признаки, черты, которые отражают полную информацию об том объекте. Помимо того, обязательно учитывается математическая формализация данного предмета или явления, позволяющая поставить в соответствие объекту подходящие схемы, геометрические объекты, числа, функции, уравнения и многое другое. В таком случае все отношения, связи, зависимости, количественные характеристики обнаруженные и предполагаемые при изучении объекта можно отразить с помощью математических моделей. Вследствие этого создается математическое описание изучаемого процесса или явление, то есть его математическая модель. На рисунке 1 представлены три этапа процесса математического моделирования при решении математических задач.

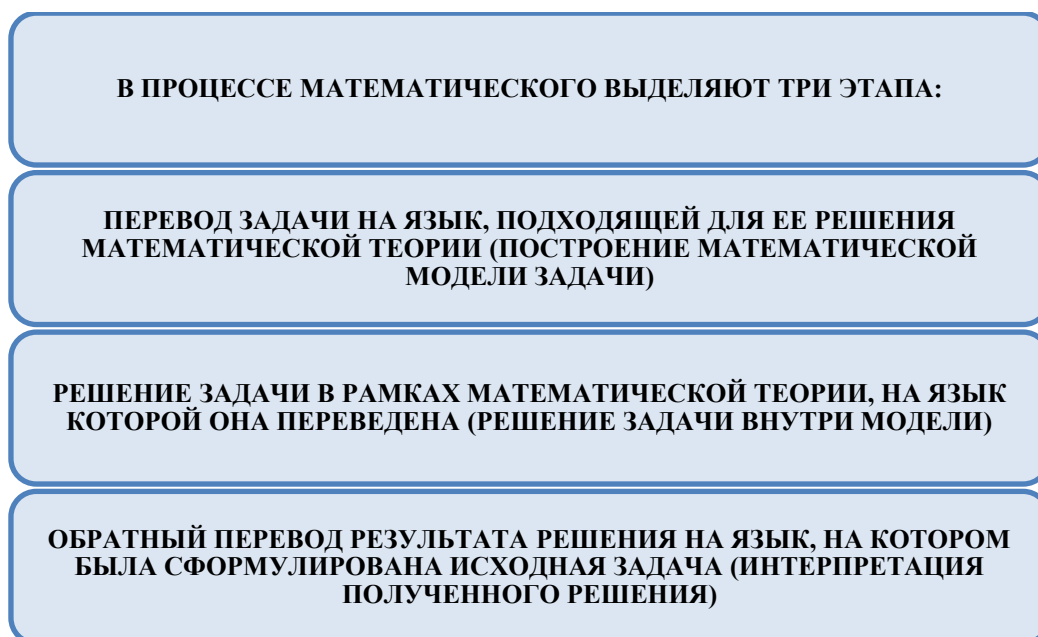


Рис. 1. Этапы процесса математического моделирования

В работах ученых представлены различные классификационные признаки, по которым выделяют различные типы моделей. Основные признаки модели представлены на рисунке 2. Чтобы вооружить обучающихся моделированием как способом познания, необходимо чтобы обучающиеся сами и/или совместно с учителем строили модели, изучали какие-либо объекты, явления с помощью

моделирования. При построении модели работают такие операции мышления, как анализ и синтез, сравнение, классификация, обобщение, что и способствует его развитию. Такая учебная деятельность готовит обучающихся к моделированию реальных процессов и явлений в их практической деятельности.

При обучении математике вопрос построения числовых множеств является одним из наиболее значимых. Исторически первым числовым множеством является множество натуральных чисел. На протяжении веков понятие числа подвергалось расширению и обобщению. Первое расширение понятия натурального числа происходит, когда нуль рассматривают как число. Тогда множество натуральных чисел расширяют до множества целых неотрицательных чисел. Операция вычитания требует дальнейшего расширения числовых множеств до чисел целых. Множество Z замкнуто относительно операций сложения, умножения и вычитания. Операция деления на Z является частичной и вызывает потребность дальнейшего расширения множества до чисел рациональных.

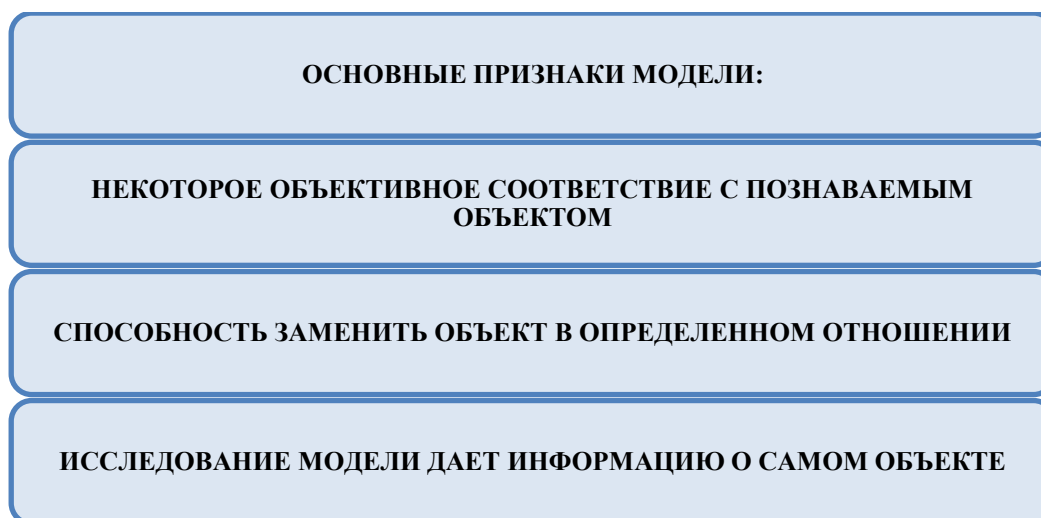


Рис. 2. Классификационные признаки моделей

Процесс измерения величин ставит перед человеком задачу необходимости введения дробей. С появлением дробных чисел происходит новое расширение множества целых чисел Z до множества рациональных чисел Q .

При расширении понятия числа соблюдают следующие требования:

– расширенное множество B должно содержать исходное расширяемое множество A , как одно из своих подмножеств;

– операции и отношения расширяемого множества A определены также для расширенного множества B , причем их смысл в B должен совпадать со смыслом, который они имели в A до его расширения;

– в множестве B должна быть выполнима операция, которая невыполнима (или не всегда выполнима) в A ;

– расширение A должно быть минимальным из всевозможных расширений A , удовлетворяющих перечисленным выше требованиям. (то есть не должно существовать промежуточного множества C , такого, что $A < C < B$ и удовлетворяющего перечисленным выше требованиям.

В школьном курсе математики расширение понятия числа идет почти по пути, соответствующему историческому развитию понятия числа, именно в последовательности N, N_0, Z, Q, R .

В математике существуют различные подходы к определению дроби. При аксиоматическом подходе определение дроби дают путем определения и описания свойств, при практическом – на основе измерения длин отрезков. Первый подход, по сути, применяют в курсе математики 5–6 классов, определяя дробь как упорядоченную пару натуральных чисел $(m; n)$, записанных в виде $\frac{m}{n}$, где m – числитель дроби, n – знаменатель. Определяя далее на множестве таких чисел отношения, операции, свойства отношений и операций. Такой подход направлен на формирование представления о дробях как о новом виде чисел.

В начальном курсе математики отражен иной подход – через измерение длин отрезков и возникновения дробей как описания полученного в результате измерения числа. Сведения о дробях младший школьник получает практические действия над реальными объектами, величинами, множествами и описание этих действий на языке специальных символов – дробей. Все эти действия считают пропедевтикой знакомства с дробями при дальнейшем обучении. Проблема формирования представлений младших школьников о долях и дробях, таким образом, состоит в выборе учителем адекватных исходных объектов и их предметных моделей и тех практических операций, которые будут над ними производиться.

Нами проведен анализ программ «Школа России», развивающей системы Л.В. Занкова, программы «Школа 2100» и соответствующих учебников математики сделаны выводы что, тема «Доли» и тема «Дроби» является той дидактической единицей, основы которой обучающиеся должны усвоить на ступени начального образовательного звена. Формирование представлений о долях и дробях является важным и, вместе с тем, весьма трудным для обучающихся разделом математического образования. Была отмечена тенденция сокращения числа заданий, направленных на изучение понятий доли и дроби, несмотря на обязательные требования, которые предъявляются к уровню подготовки выпускников начальной школы. Ярким примером является программа «Школа России». Содержание обучения в существующих альтернативных учебниках начальной школы, расширено.

Проведенное исследование методических работ и анализ программ по математике позволяет утверждать, что задания, направленные на формирование у младших школьников понятий «доля» и «дробь» должны быть включены в систему упражнений, в соответствии с темами и разделами начального курса математики, так как они содержит в явном или в неявном виде отношения, свойства отношений, понятия об арифметических операциях, их свойствах. Следовательно, такие задания могут быть включены в занятие только на некотором этапе обучения этим понятиям и их свойствам. Было выявлено, что учителя начальных классов, для расширения знаний о числовых множествах, используемых в жизненных ситуациях, знакомят обучающихся с понятием доли, затем – дроби, учат их сравнивать доли и дроби с опорой на математические модели, формируют умения решать практические задачи на нахождение доли от числа, дроби от числа и числа по его доли и дроби. Учитель формирует представления о дробях через систему практических действий над реальными объектами или их моделями и описания этих действий на языке специальных математических символов. При разработке заданий мы опирались на задания, представленные в действующих учебниках, дополняя их заданиями аналогичного математического содержания, иногда с другой структурой построения текста.

Структура педагогического процесса универсальна: она присуща как педагогическому процессу в целом, как системы, так и единичному процессу педагогического взаимодействия, в рамках обучения математике. Педагогический процесс организуется с ориентацией на определенные цели и содержание образования. Системообразующим фактором и одновременно системообразующим компонентом педагогического процесса выступает цель, которая ему внутренне присуща. При разработке системы заданий, направленных на формирование представлений младших школьников о доле и дроби, вокруг которых можно группировать аналогичные задания, в основу были положены операционный характер задач и непосредственное тематическое содержание.

Структура методической системы обучения долям и дробям, представляющая совокупность процесса обучения и его результатов и включающая компоненты: целевой (цели и задачи обучения); содержательный (содержание обучения); технологический (методы, средства, технологии обучения); организационный (формы обучения); результативный (виды и способы контроля, конечный результат обучения, основные итоги) представлена на рисунке 3.

На основе проведенной работы нами выделены этапы обучения понятиям «доля» и «дробь» и соответствующие им модели (рис. 4). Последовательность обучения младших школьников дробям предполагает следующие методические этапы: восприятие дробей с помощью предметных моделей, восприятие дробей с помощью схематических моделей, письменное обозначение дробей, сравнение дробей с одинаковыми знаменателями, с одинаковыми числителями, увеличение и уменьшение дробей путем изменения числителя, восприятие дробей с помощью графических моделей при решении задач на нахождение дроби от числа и числа по его дроби.

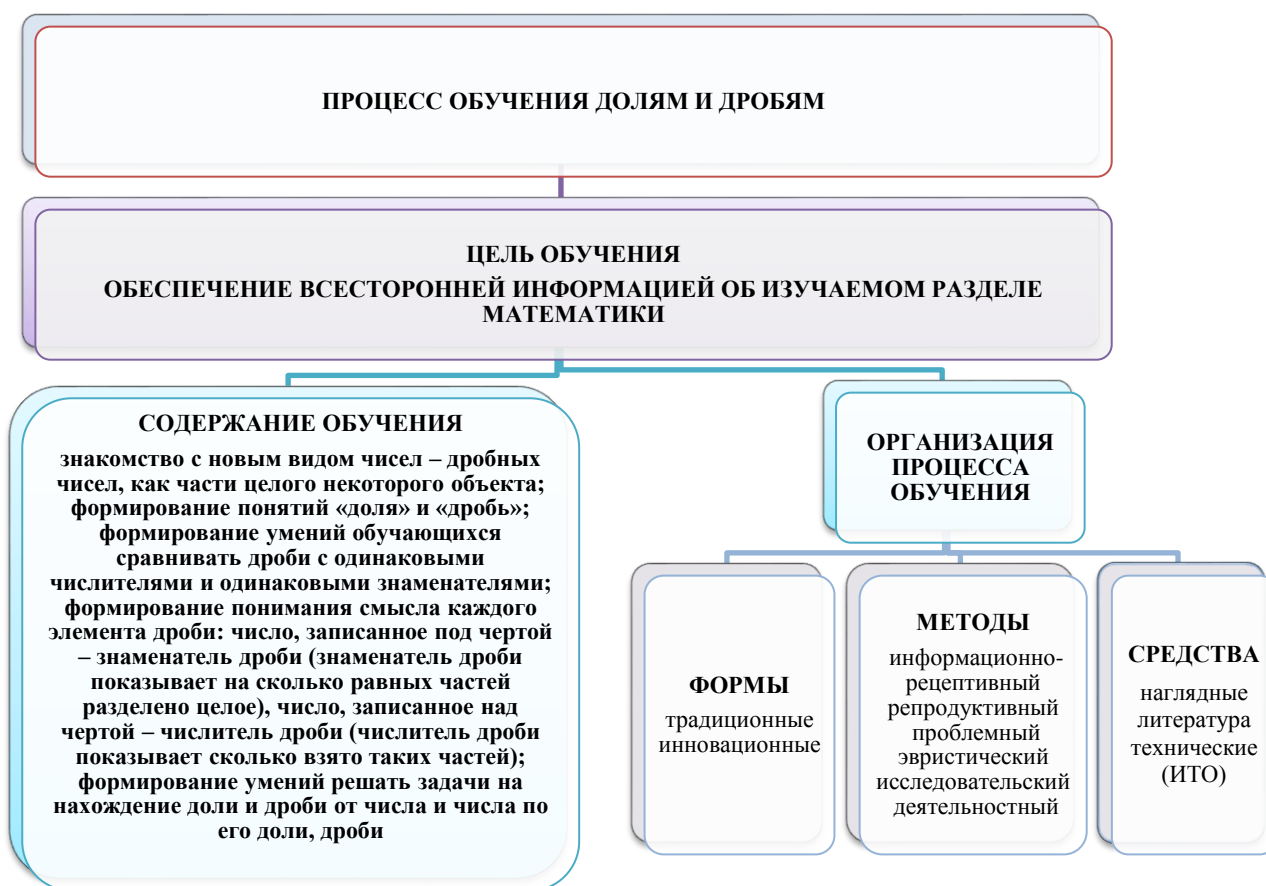


Рис. 3 Структура методической системы обучения долям и дробям

Нами разработаны задания с использованием наглядных и схематических моделей, цель которых помочь обучаемым при знакомстве с новым видом чисел – дробных чисел, как части целого некоторого объекта, при формировании понятий «доля» и «дробь», при формировании умений обучающихся сравнивать дроби с одинаковыми числителями и одинаковыми знаменателями. Ряд заданий направлен на понимание смысла каждого элемента дроби: число, записанное под чертой – знаменатель дроби (знаменатель дроби показывает на сколько равных частей разделено целое); число, записанное над чертой – числитель дроби (числитель дроби показывает сколько взято таких частей).

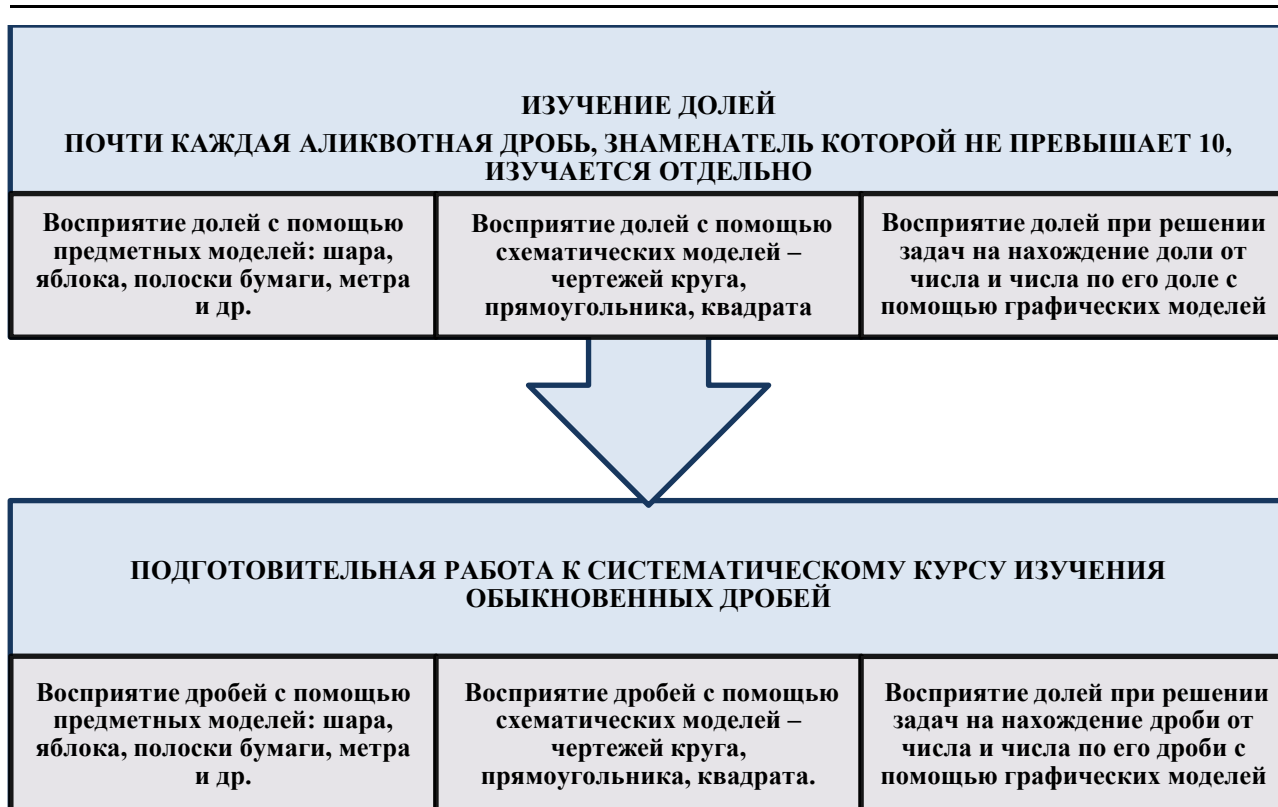


Рис. 4 Этапы обучения понятиям «Доли» и «Дроби»

На основе проведенного анализа методической литературы, различных УМК и соответствующих им учебных пособий, нами выделены особенности методики формирования понятий «доля» и «дробь» у младших школьников с использованием метода математического моделирования, разработаны задания, направленные на формирование представлений о доле и дроби. Формирование представлений младших школьников о долях и дробях, об операциях и отношениях с дробными числами, производятся с использованием разнообразных математических моделей объектов: схем, чертежей и т. д., что упрощает задачу обучающихся в решении практических задач. Арифметические операции с дробями в начальной школе носят ознакомительный характер и решают задачи формирования представлений о дробях, развития математического мышления, являясь подготовительным этапом в приобретении вычислительных навыков в области дробных чисел.

Таким образом, метод математического моделирования является важнейшим средством формирования у школьников системы основных математических знаний, умений и навыков, ведущей формой деятельности обучающихся в

процессе изучения математики, одним из основных средств их математического развития. Использование метода математического моделирования служит основным дидактическим целям, формируют систему знаний, творческое мышление обучающихся, способствуют развитию интеллекта и выполняют познавательную роль в обучении.

Список литературы

1. Бородулько М.А. Обучение решению задач и моделирование / М.А. Бородулько, Л.Г. Стойлова // Начальная школа. – 1996. – №8. – С. 26–32.
2. Давыдов В.В. Учебная деятельность и моделирование / В.В. Давыдов, А.У. Варданян. – Ереван: Луйс, 1981. – 220 с.
3. Давыдов В.В. Виды обобщения в обучении / В.В. Давыдов. – М.: Педагогическое общество России, 2000. – 478 с.
4. Смирнова Е.И. Наглядное моделирование в обучении математике: теория и практика: учеб. пособ. / под ред. Е.И. Смирнова. – Ярославль: ИПК «Индиго», 2007. – 454 с.
5. Сурикова С.В. Использование графовых моделей при решении задач / С.В. Сурикова, М.В. Анисимова // Начальная школа. – 2000. – №4. – С. 56–63.
6. Сухинов А.И. Математическое моделирование транспорта наносов в прибрежных водных системах на многопроцессорной вычислительной системе / А.И. Сухинов, А.Е. Чистяков, Е.А. Проценко // Параллельные вычислительные технологии (ПАВТ2014). Труды международной научной конференции. Ответственные за выпуск: Л.Б. Соколинский, К.С. Пан. – 2014. – С. 168–179.
7. Урбан М.А. Знаково-символические средства в преподавании начального курса математики. Учебно-методическое пособие / М.А. Урбан. – Минск: Изд. центр БГПУ им. М. Танка, 2009. – 60 с.
8. Штофф В.А. Моделирование и философия / В.А. Штофф. – М.; Л.: Наука, 1966. – 302 с.