Лухманова Татьяна Владимировна

канд. физ.-мат. наук, доцент

ФГБОУ ВО «Нижегородский государственный

технический университет им. Р.Е. Алексеева»

г. Нижний Новгород, Нижегородская область

DOI 10.31483/r-99010

ТРИ ТЕМЫ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ УСПЕШНОГО ИЗУЧЕНИЯ КУРСА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ В ВУЗЕ (ИЗ ОПЫТА РАБОТЫ)

***Аннотация**: в статье приведены рекомендации по подготовке абитуриентов к успешному изучению курсов математических дисциплин при обучении на технических направлениях. Использован личный опыт работ и приведен конкретный перечень тем с примерами.*

***Ключевые слова**: подготовка, ЕГЭ, полный квадрат, интегралы, комбинаторика, абитуриент, обучение.*

Широко известно, что подготовка к итоговой аттестации по математике в школе зачастую превращается в «натаскивание» учеников на успешную сдачу ЕГЭ. Особенно хорошо это заметно при работе экспертом городской комиссии по проверки части заданий с развернутым ответом. Много попадается работ, в которых ученики бездумно действуют по заученному шаблону. Они берут логарифмы от отрицательных чисел, умножают обе части неравенства на неизвестную величину, не заботясь о ее знаке и т. д. При этом, например, задача экономического содержания, где слепое следование алгоритму оказалось возможным, решается безукоризненно.

Но даже в тех ситуациях, когда абитуриент осознанно выполняет решение задач и сдает ЕГЭ на хороший балл, при обучении на технических направлениях он испытывает сложности с освоением тем, которые мало отражены в материалах единого государственного экзамена. И затем это приводит к сложностям при изучении, к примеру, таких разделов, как «Исследование и построение кривых второго порядка на плоскости», «Интегрирование рациональных дробей» и «Теория вероятностей».

Следует помнить, что подготовка выпускников школ или техникумов по математике должна преследовать не только цель сдать вступительные испытания, но и дать возможность успешно осваивать учебный материал вузовских дисциплин.

Понятно, что такие темы, как логарифмы, тригонометрия, решение уравнений, обязательно прорабатываются при подготовке. Но опыт вузовского преподавателя позволил выделить три темы, с которыми вчерашние абитуриенты испытывают серьезные затруднения, хотя этот материал и содержится в школьной программе.

1. Выделение полного квадрата.

На школьных уроках математики этой теме редко уделяется внимание. После того, как этот метод используется при получении формулы корней квадратного уравнения, про него практически забывают. Ведь сами уравнения решаются по удобному алгоритму, выделять полный квадрат уже не требуется. Проверка работ показывает, что ученики школ не видят полного квадрата в процессе решения таких уравнений и действуют при помощи дискриминанта.

Но если в решении квадратных уравнений без выделения полного квадрата ещё и можно обойтись, то в вузе, изучая раздел «Аналитическая геометрия на плоскости» и исследуя алгебраические кривые второго порядка, без этого навыка решить предлагаемые задачи невозможно.

Пусть требуется исследовать и построить алгебраическую кривую второго порядка:

$$4x^2+9y^2-8x+36y+4=0$$

Первая задача выявить тип кривой (эллипс, гипербола, парабола или один из вырожденных случаев) и привести ее уравнение к каноническому виду. Вторая – построить кривую.

Опытный студент сразу может предположить, что это эллипс. Но нельзя исключать случай вырожденной кривой. А для построения эллипса необходимо знать его центр и полуоси. Вот тут без выделения полного квадрата не обойтись.

$$4(x^2-2x+1-1)+9(y^2+4y+4-4)+4=0$$

$$4(x^2-2x+1)-4+9(y^2+4y+4)-36+4=0$$

$$4(x-1)^2+9(y+2)^2=36$$

$$\frac{(x-1)^2}{9}+\frac{(y+2)^2}{4}=1$$

Замечу, что это не единственная тема, в которой студентам необходимо уметь выделять полный квадрат. Когда идет обучение интегрированию рациональных дробей и разложению их в сумму простейших, этот навык тоже востребован. Ведь процесс интегрирования простейших дробей третьего типа также предусматривает выделение полного квадрата в знаменателе. Без этого действия невозможно произвести нужную замену.

Например:

$$\int\frac{2x+1}{x^2-3x+5}dx=$$

$$=\int\frac{2x+1}{(x-\frac{3}{2})^2+\frac{11}{4}}dx=\int\frac{2(x-\frac{3}{2})+2}{(x-\frac{3}{2})^2+\frac{11}{4}}dx=2\int\frac{(x-\frac{3}{2})dx}{\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{11}{4}}+2\int\frac{dx}{(x-\frac{3}{2})^2+\frac{11}{4}}=$$

$$=\ln(x^2-3x+5)+\frac{4}{\sqrt{11}}arctg({}^{2x-3}\!/\!_{\sqrt{11}})+c$$

Для успешного проведения замены при использовании тригонометрических подстановок при интегрировании квадратичных иррациональностей опять же используется выделение полного квадрата.

Таким образом, выделение полного квадрата является одним из очень важных умений для успешного освоения целого ряда тем вузовской математики на технических направлениях обучения.

2. Выделение целой части в рациональной дроби.

Думаю, что преподаватели высшей школы согласятся со мной в том, что тема «Интегрирование» является одной из самых сложных в курсе высшей математики. Не случайно существует такое выражение: «Дифференцирование – это ремесло, а интегрирование – это искусство».

Действительно, процесс взятия производной сложной функции четко починяется простому алгоритму. Если знать таблицу производных и правила дифференцирования, то можно успешно справляться с решением подобных задач.

Для интегралов есть своя таблица и свои правила. Но процесс вычисления каждого интеграла является, по сути своей, является творческим процессом, который сложно алгоритмизировать. Нужно умело сочетать знания и креативный подход.

При работе с рациональными дробями важным базовым знанием является выделение целой части. Разложить в сумму простейших дробей мы можем только правильную рациональную дробь. Следовательно, если степень многочлена в числителе не меньше степени многочлена в знаменателе, нам необходимо выделить целую часть путем деления многочлена на многочлен. Существуют и иные способы, кроме деления уголком, например, схема Горнера, но к ней редко кто прибегает, поскольку она практически не изучается в школьном материале.

Замечу, что процесс деления многочлена на многочлен уголком может нам пригодиться и при нахождении корней алгебраического уравнения n-ой степени при помощи следствия из теоремы Безу.

Сам алгоритм деления уголком весьма прост и знаком студентам, но поскольку акцент на этой теме в школьной программе не делается, обучающиеся зачастую испытывают трудности с выполнением конкретных заданий. Забывают записать и делимое, и делитель в порядке убывания степеней, путаются со знаками, с которыми входят слагаемые в частное, не понимают, как оформить окончательный результат, используя частное, остаток и делитель. Подробные примеры выполнения такого деления можно найти в [1, с. 9].

Например, пусть

$P(x)$ – делимое; $Q(x)$ – делитель; $S(x)$ – частное; $R(x)$ – остаток.

Разделить многочлен $P(x)=2x^4-x^3+5$ на многочлен $Q(x)=x^3-9x$.

$$
\begin{array}{l|l}
\_\,2x^4-x^3+5 & x^3-9x \\
\cline{2-2}
2x^4-18x^2 & 2x-1 \\
\qquad\_\,-x^3+18x^2+5 & \\
\qquad -x^3+9x & \\
\hline
\qquad\qquad 18x^2-9x+5 &
\end{array}
$$

$$2x^4-x^3+5=(2x-1)(x^3-9x)+(18x^2-9x+5)$$

$$P(x)=2x^4-x^3+5; Q(x)=x^3-9x; S(x)=2x-1; R(x)=18x^3-9x+5.$$

3. Комбинаторика.

Если спросить студента-первокурсника: «Как найти число сочетаний из n по m?», то один из лучших ответов будет: «Сочетания? Это вроде из теории вероятностей». Несомненно, комбинаторика чаще всего используется именно в этом разделе, но следует помнить, что число сочетаний входит и в формулу бинома Ньютона, и в формулу Ньютона – Лейбница для нахождения производной высших порядков произведения двух функций.

Когда речь заходит о возведении в степень суммы двух слагаемых, вчерашние школьники вспоминают обычно только формулы сокращенного умножения: квадрат суммы и куб суммы. Если попросить их возвести сумму двух слагаемых в четвертую степень, они дважды применяют формулу квадрата суммы. А нахождение пятой и более высоких степеней уже приводит студентов в замешательство.

Вот тут на помощь может прийти так называемый треугольник Паскаля, позволяющий легко и быстро найти коэффициенты для указанных формул. Достаточно лишь запомнить принцип его построения: по боковым сторонам и на вершине всегда стоят единицы, вторая строка составлена из цифр 1–2–1. Далее элементы составлены из суммы тех чисел, что находятся в строке над ними.

Ряд	
0	1
1	1 1
2	1 2 1
3	1 3 3 1
4	1 4 6 4 1
5	1 5 10 10 5 1
6	1 6 15 20 15 6 1
7	1 7 21 35 35 21 7 1
8	1 8 28 56 70 56 28 8 1
9	1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
10	1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1

Треугольник Паскаля

Так, к примеру, пятая строка этого треугольника дает нам коэффициенты, получающиеся при возведении в пятую степень суммы двух слагаемых или при применении формулы производной пятого порядка для произведения двух функций:

$$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5,$$

$$(uv)^{(5)} = u^{(5)} + 5u^{(4)}b' + 10u'''v'' + 10u''v''' + 5u'v^{(4)} + v^{(5)}.$$

Конечно, при решении задач теории вероятностей треугольник Паскаля нам не поможет. Здесь студенты должны иметь чёткое представление о факториале, уметь сокращать выражения, содержащие факториал и, помимо сочетаний, знать о размещениях и перестановках. Если база этих знаний закладывается еще в школе, то студентам гораздо легче будет осваивать и использовать данный материал в вузе.

Вот три темы, на которые следует обратить пристальное внимание при подготовке абитуриентов.

Список литературы

1. Математика в вопросах и ответах: учебное пособие / М.С. Баранова, А.В. Волохин, Е.К. Китаева [и др.]. – Н. Новгород: типография НГТУ им. Р.Е. Алексеева, 2015. – 94 с.