Левин Кирилл Львович

канд. хим. наук, старший преподаватель

Клименков Борис Давидович

преподаватель

ФГКВОУ ВО «Военная академия связи

им. Маршала Советского Союза С.М. Буденного»

г. Санкт-Петербург

МЕТОДОЛОГИЯ ПРИМЕНЕНИЯ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА В ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКЕ

Аннотация*: в статье показывается последовательность введения уравнений Максвелла в курсе общей физики. Показывается применение этих уравнений: телеграфных, диффузии, Лапласа, Гельмгольца – в разнообразных прикладных областях физики.*

Ключевые слова*: уравнения Максвелла, телеграфные уравнения, уравнения диффузии, уравнения Лапласа, уравнения Гельмгольца.*

Редко закон электромагнитной индукции (закон Фарадея) называют основным законом, изучаемым в курсе электромагнетизма, а уравнения Максвелла – главным результатом изучения данного курса. При изучении в дальнейшем курса волновой оптики, волновое уравнение по нашему опыту целесообразно выводить из уравнений Максвелла [1], что подготовленная в математическом плане аудитория воспринимает как вполне органичное продолжение курса электромагнетизма. Таким образом, в методическом плане, достигается цель изучения физики как целостной науки о природе, подчиняющейся единым физическим законам. Нередко вывод волнового уравнения ограничивают случаем для вакуума или однородных сред без учета тока смещения, таким образом диэлектрические свойства среды не учитываются. Из этого у аудитории может сложиться впечатление, что уравнения Максвелла годятся только для описания случаев статики или распространения радиоволн, что существенно обедняет представление аудитории о круге применения этих уравнений, в действительности являющимся гораздо более широким.

В продолжение знакомства с уравнениями Максвелла, целесообразно учитывать ток смещения при взятии ротора от первого и второго уравнения.

Получающиеся таким образом уравнения носят название телеграфных [2]

$$\Delta\mathbf{H} - \mu\sigma\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t} - \varepsilon\mu\frac{\partial^2\mathbf{H}}{\partial t^2} = 0, \ (1)$$

$$\Delta\mathbf{E} - \mu\sigma\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t} - \varepsilon\mu\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2} = 0. \ (2)$$

Эти уравнения являются универсальным инструментом для распространения волн в конденсированных средах.

Нетрудно видеть, то если изменяющейся во времени частью можно пренебречь, то для случая статики получаются уравнения Лапласа

$$\Delta\mathbf{H} = 0, \ (3)$$

$$\Delta\mathbf{E} = 0. \ (4)$$

В ряде меняющихся случаев имеют дело с медленно меняющимися полями. Для случая медленно меняющихся полей (квазистационарный случай) вторая производная в (1), (2) близка к нулю и ей можно пренебречь. Получающиеся уравнения вида

$$\Delta\mathbf{H} - \mu\sigma\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t} = 0, \ (5)$$

$$\Delta\mathbf{E} - \mu\sigma\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t} = 0, \ (6)$$

приобретают вид уравнений диффузии. Такие уравнения находят применение в геологии, геологоразведке, в случаях, когда проводят малоглубинные реальные физические исследования.

Известным математическим приемом является рассмотрение векторов поля в виде комплексных функций времени

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 e^{-i\omega t}, \ (7)$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{-i\omega t}. \quad (8)$$

В результате его получаются уравнения вида

$$\Delta\mathbf{H} + k^2\mathbf{H} = 0, \quad (9)$$

$$\Delta\mathbf{E} + k^2\mathbf{E} = 0, \quad (10)$$

где волновое число

$$k = \sqrt{i\omega\mu\sigma + \omega^2\varepsilon\mu}. \quad (11)$$

Называемые уравнениями Гельмгольца [3] в которых, как видно, удалось избавиться от производных по времени и, таким образом, имеющих одинаковый вид как для стационарной, так и волновой модели, различаясь видом волнового числа.

Если

$$|i\omega\mu\sigma| \gg \left|\omega^2\varepsilon\mu\right| \quad (12)$$ что соответствует

$$\sigma \gg \omega\varepsilon, \quad (13)$$

имеем квазистационарное приближение. Если наоборот,

$$\sigma \ll \omega\varepsilon, \quad (14)$$

то распространение волн описывается волновыми уравнениями. Выбор частоты, для которой справедлива (13) или (14) описывается приближениями той или иной модели. Соотношение же

$$\tilde{\sigma} = -i\omega\tilde{\varepsilon} \quad (15)$$

связывает комплексную проводимость и комплексную диэлектрическую проницаемость.

Таким образом, удается показать применимость уравнений Максвелла в разнообразных практических вопросах, показав возможности их моделирования с помощью известных уравнений матфизики, развить навыки математического подхода, подготавливая аудиторию к изучению курса волновой оптики.

Список литературы

1. Методология введения оператора Гамильтона в курсе общей физики, способствующая более эффективному усвоению учебного материала /

К.Л. Левин, Д.В. Рябоконь, Н.С. Целищева // Образование в России и актуальные вопросы современной науки: сборник статей IV Всероссийской научно-практической конференции. – 2021. – С. 141–145 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=46272969

2. Levine K.L. Main laws of electrostatics: lecture notes with problems and examples (in English). – Изд-во «Научный импакт», 2018. – 86 с.

3. Крылов С.С. Геоэлектрика: поля искусственных источников / С.С. Крылов. – СПб.: СПбГУ, 2004. – 138 с.