Паукштис Виктория Альбертовна
студентка
Научные руководители
Поташев Андрей Валерьевич
д-р физ.-мат. наук, профессор
Поташева Елена Владимировна
канд. техн. наук, доцент
Казанский кооперативный институт (филиал)
АНО ОВО ЦРФ «Российский университет кооперации»
г. Казань, Республика Татарстан

ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ СОЦИАЛЬНЫХ И ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НА ПРЕДПРИЯТИЯХ СЕРВИСА

Аннотация*: существование и успешное развитие предприятий сервиса невозможны без привлечения различных методов прогнозирования результатов их деятельности. Естественным средством для решения такого рода задач является математическое моделирование современных технологий в сервисе и их исследования с привлечением математического аппарата. В работе рассмотрены две задачи социально-экономической направленности, свойственные процессам, имеющим место в работе предприятий сервиса, и на их основе продемонстрировано построение математических моделей, приводящих к дифференциальным уравнениям.*

Ключевые слова*: математическое моделирование, сервис, социальные и экономические процессы.*

При исследовании как экономических процессов, так и социальных, можно наблюдать схожий характер изменения различных величин, участвующих в них. Объяснением такой «схожести» является близость математических моделей этих процессов, сводящих их изучение к решению близких дифференциальных уравнений (см., например, [1]).

Рассмотрим две задачи, приводящие к аналогичным результатам.

Задача 1. Рекламная компания

Рассмотрим фирму (сервисную или туристическую), которая реализует свою продукцию. Известно, что в некоторый момент времени t о наличие продукции этой фирмы осведомлены x покупателей. При этом общее число потенциальных покупателей равно N. Для увеличения количества лиц, осведомленных о продукции, и, тем самым, увеличения объема её сбыта, была проведена рекламная компания. В результате общения между лицами, знающими о продукции, с теми, кто о ней еще не был осведомлен, произошло распространение информации о продукции. Понятно, что скорость $x'(t)$ изменения числа x ознакомленных о наличии продукции покупателей прямопропорциональна как их количеству, так и числу $N-x$ покупателей, не имеющих сведения об этом товаре.

Приведенные предположения приводят к следующему дифференциальному уравнению

$$x'(t) = kx(N-x). \quad (1)$$

Здесь k – коэффициент пропорциональности.

Уравнение (1) представляет собой дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными. Переходя к дифференциалам dx и dy, получим

$$\frac{dx}{(x(N-x))} = kdt.$$

Для отыскания решения следует проинтегрировать обе части последнего уравнения. Тогда получим, что

$$x(t) = \frac{N}{\left[1+e^{-N(kt+C)}\right]},$$

где C – произвольная постоянная, которую можно найти, если считать, что в момент $t=0$ о товаре знало λN ($\lambda \in (0,1)$) человек. Тогда

$$C = ln\left(\frac{c}{(1-c)}\right)/N$$

и параметр $x(t) = \frac{N\lambda}{\left[\lambda+(1-\lambda)e^{-Nkt}\right]}$.

Зависимости $x(t)$ при различных исходных данных показаны на рисунках 1 и 2. Видно, что число осведомленных покупателей имеет предел насыщения, равный $x_\infty = \lim\limits_{x\to\infty} x(t) = \lim\limits_{x\to\infty} x(t) = N$.

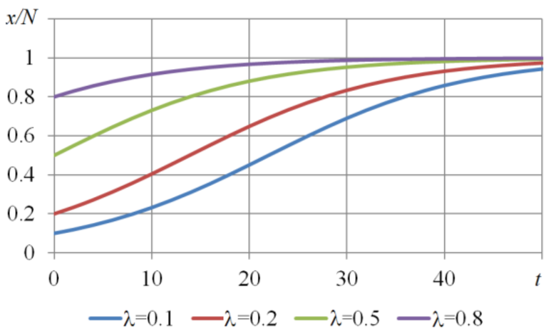

Рис. 1. Зависимости $x(t)$ при $k = 0.1$ и различных λ

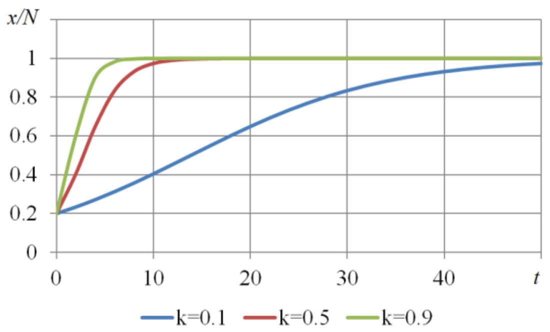

Рис. 2. Зависимости $x(t)$ при $\lambda = 0.2$ и различных k

Задача 2. Модель Золотаса роста общественного благосостояния

Известный греческий экономист К. Золотас, на протяжении многих лет возглавлявший Центральный банк Греции, в своей книге [2] выдвинул идею, что «производство бо́льшего количества товаров не обязательно ведет к лучшей жизни» (см., например, [3]).

Математической основой этой гипотезы послужила составленная им математическая модель. В ней рассмотрены два фактора, которые действуют на рост благосостояния в зависимости от уже достигнутого им уровня.

Один из этих факторов стимулирует развитие. Он пропорционален уровню общественного благосостояния W и равен KW ($K > 0$).

Другой фактор – сдерживающий. Он находится как разность между критическим A и текущим W уровнями благосостояния, то есть равен $(A - W)$.

Такие предположения позволили описать динамику изменения уровня общественного благосостояния в зависимости от уровня дохода Y на душу населения дифференциальным уравнением

$$\frac{dW}{dY} = KW(A - W), (2)$$

называемым моделью Золотаса.

Приведенное дифференциальное уравнение также, как и уравнение (1) из первого примера, является дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными:

$$\frac{dW}{KW(A-W)} = dY.$$

Решением этого уравнения является функция

$$W(Y) = \frac{A}{(1+Be^{-mY})}$$

где обозначено: $m = AK$, а $B = A/W_0 - 1$ – константа, определяемая начальным условием $W(0) = W_0$.

Результаты расчетов по второй задаче приведены на рисунках 3 и 4.

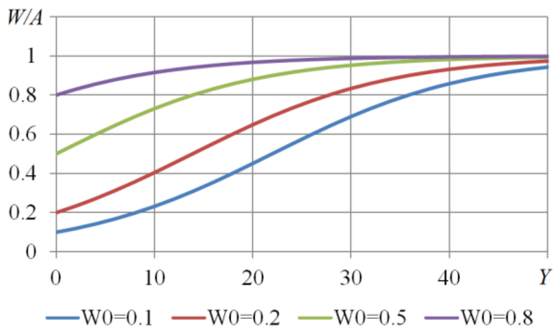

Рис. 3. Зависимости $W(Y)$ при $K = 0.1$ и различных W_0

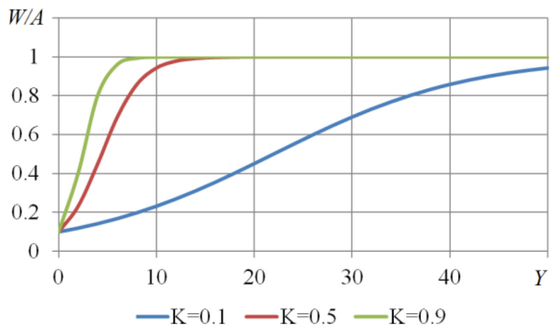

Рис. 4. Зависимости $W(Y)$ при $W_0 = 0.2$ и различных K

Заключение. Приведенные на рисунках 3 и 4 результаты расчетов показывают, что, несмотря на различия в сущности рассмотренных задач, характер поведения зависимостей $W(Y)$ второй задачи аналогичен характеру поведения зависимостей $x(t)$ из первой задачи, что связано с аналогией между уравнениями (1) и (2).

Список литературы

1. Поташев А.В. Интеграция математического моделирования и инновационных подходов к обучению в образовании / А.В. Поташев, Е.В. Поташева, Д.Ю. Сулейманова. – М.: Изд-во «Русайнс», 2015. – 96 с.

2. Zolotas, Xenophon. Economic Growth and Declining Social Welfare. New York: New York University Press, 1981.

3. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Золотас,_Ксенофон