CC BY

Бурнаева Елена Михайловна
учитель
МБОУ «Дубенская СОШ»
д. Дубенки, Республика Мордовия

РЕШЕНИЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ НЕРАВЕНСТВ ПО ПЕРЕМЕННОМУ ОСНОВАНИЮ МЕТОДОМ РАЦИОНАЛИЗАЦИИ

***Аннотация**: в статье рассматривается способ решения логарифмических неравенств способом рационализации. Работа будет полезна для учителей, преподающих в старших классах, а также для учащихся 10–11 классов.*

***Ключевые слова**: логарифмические неравенства, метод рационализации, переменное основание.*

При решении логарифмических неравенств необходимо выполнить различные преобразования. При этом очень часто нарушается равносильность. Поэтому при решении логарифмических неравенств нужно следить за тем, чтобы равносильность не нарушалась, так как проверку решения неравенства осуществить очень сложно, а в ряде случаев невозможно. Решению неравенств в вариантах ЕГЭ по математике посвящена задача 14.

Предлагаю рассмотреть метод рационализации, который становится в последнее время всё более популярным, поскольку помогает существенно упростить решение неравенств.

Суть метода рационализации заключается в том, чтобы в определённых случаях упростить неравенство и свести его к рациональному неравенству. Данный метод позволяет перейти от выражения *f* к выражению g, сохранив все решения в области определения F(x).

Метод рационализации для логарифмических неравенств

Выравнивание f	Выравнивание g
$\text{Log}_a f \vee \log_a g$	$(a-1)(f-g) \vee 0$

Content is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

Здесь знак $\vee$ означает любой из знаков $<$, $>$, $\leqslant$ или $\geqslant$.

Сравниваются значения относительно друг друга и допускается случай, когда одно значение больше, а другое меньше и наоборот. Один из способов сравнения двух величин – это вычесть из одного другое. Если разность будет больше нуля, значит, первое число было больше. В первой скобке мы вычитаем из основания единицу. Это значит, что *мы сравниваем основание с 1*. Во второй скобке мы из одного под логарифмического выражения вычитаем другое, т.е. *снова сравниваем их*.

Рассмотрим задание 14 (*решение неравенств с логарифмами по переменному основанию*).

Пример 1.

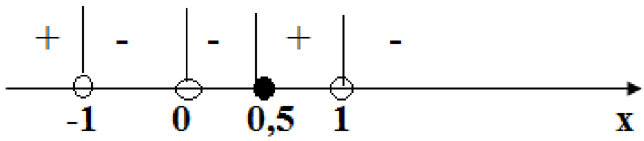
Решите неравенство: $\log_{x^2}(x-1)^2 \leq 1.$

Решение:

ОДЗ: $\begin{cases} x^2 > 0, \\ x^2 \neq 1, \\ (x\text{-}1)^2 > 0 \end{cases}$

Воспользуемся методом рационализации:

$(x^2\text{-}1)((x\text{-}1)^2\text{-}x^2) \leq 0$, $(x\text{-}1)(\text{-}2x+1) \leq 0$



$(-1, 0) \cup \left(0, \frac{1}{2}\right] \cup (1, +\infty).$

Ответ:

$(-1, 0) \cup \left(0, \frac{1}{2}\right] \cup (1, +\infty).$

Пример 2.

Решите неравенство: $\log_{x^2}(x+2) \leq 1.$

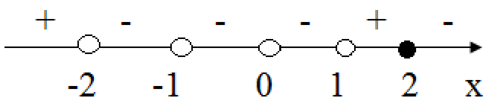
Решение.

ОДЗ: $\begin{cases} x^2 > 0, \\ x^2 \neq 1, \\ \mathrm{x} + 2 > 0 \end{cases}$

Воспользуемся методом рационализации:

Содержимое доступно по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

$(x^2\text{-}1)(x + 2\text{-}x^2) \leq 0$, $(x\text{-}1)(x+1)(\text{-}x^2\text{-}x\text{-}2) \leq 0$, $\text{-}(x\text{-}1)(x+1)(x\text{-}2)(x+1) \leq 0$



Множество решений исходного неравенства:

$(-2;\ -1) \cup (-1;\ 0) \cup (0;\ 1) \cup [2;\ +\infty)$.

Ответ: $(-2;\ -1) \cup (-1;\ 0) \cup (0;\ 1) \cup [2;\ +\infty)$.

Пример 3.

Решите неравенство: $\log_{5-x} \dfrac{x+4}{(x-5)^{10}} \geq -10.$

Решение.

ОДЗ: $\begin{cases} 5\text{-}x > 0, \\ 5\text{-}x \neq 1, \\ \dfrac{x+4}{(x\text{-}5)^{10}} > 0 \end{cases}$

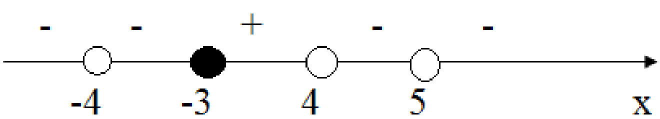
Преобразуем неравенство:

$\log_{5-x} \dfrac{x+4}{(x-5)^{10}} \geq -10$,

$\log_{5-x}(x+4) - \log_{5-x}(x-5)^{10} \geq -10$, $\log_{5-x}(x+4) \geq 0.$

Воспользуемся методом рационализации:

$(5\text{-}x\text{-}1)(x+4\text{-}(5\text{-}x)^0) \geq 0$, $(4\text{-}x)(x+3) \geq 0$



$[-3;\ 4)$.

Ответ: $[-3;\ 4)$.

Список литературы

1. Решу ЕГЭ [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://ege.sdamgia.ru/test?theme=239&print=true&svg=0

2. Метод рационализации при решении неравенств с модулем, иррациональных и логарифмических неравенств [Электронный ресурс]. – Режим доступа:

Content is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

https://infourok.ru/metod-racionalizacii-pri-reshenii-neravenstv-s-modulem-irracionalnih-i-logarifmicheskih-neravenstv-3802748.html

Содержимое доступно по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)