Алябьева Марианна Владимировна

д-р экон. наук, профессор

АНО ВО «Белгородский университет

кооперации, экономики и права»

г. Белгород, Белгородская область

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ИНСТРУМЕНТАРИЯ ПРИ УПРАВЛЕНИИ ИНВЕСТИЦИЯМИ В ЦЕННЫЕ БУМАГИ

Аннотация*: в статье изучен математический инструментарий, используемый при принятии решений в области инвестирования в ценные бумаги, приведены основные типы расчетов для формирования оптимального инвестиционного портфеля инвестора с учетом ожидаемой доходности и имеющихся рисков. Также приводятся основные факторы, влияющие на доходность акций и облигаций.*

Ключевые слова*: ценные бумаги, инвестиции в ценные бумаги, доходность ценных бумаг, оптимизация инвестиционного портфеля, метод множителей Лагранжа, риски вложений.*

Инвестиции в ценные бумаги, такие как акции и облигации, приносят их владельцу (инвестору) определенный доход. Однако доходность этих ценных бумаг в зависимости от их вида может быть различной. Доходность акций, например, зависит от таких факторов, как тип акции (простые или привилегированные), прибыль эмитента, рыночная конъюнктура, отрасль деятельности эмитента. На доходность акций также в значительной степени влияет динамика их рыночной цены на рынке ценных бумаг, которая, в свою очередь, определяется наличием спроса и предложения в каждый конкретный момент времени. Доходность облигаций, в свою очередь, зависит от следующих факторов: сроков облигационного займа, частоты выплаты купонного дохода, динамичности купонной ставки. Причем эти факторы могут стремительно и разнонаправленно влиять на доходность ценных бумаг, что в условиях нестабильной экономики вызывает определенные риски для инвестора.

Для снижения возникающих рисков портфель ценных бумаг должен быть сформирован так, чтобы он был диверсифицированным и оптимальным. Под формированием такого портфеля ценных бумаг следует понимать процесс, который направлен на извлечение максимальной доходности от вложенного капитала при одновременном обеспечении приемлемого уровня риска [1].

В современных условиях развития экономики при управлении инвестициями в ценные бумаги следует использовать определенный математический инструментарий, применение которого позволит сформировать оптимальный портфель инвестора [2; 4].

Портфель инвестора формируется посредством осуществления вложений в различные ценные бумаги. Владелец портфеля при инвестировании рассчитывает на два основных параметра: ожидаемую доходность r и допустимый риск σ. Любому инвестиционному портфелю соответствует определенная точка на координатной плоскости (σ, r). Множество всех возможных инвестиционных портфелей будет представлять определенную область D этой плоскости. Наиболее предпочтительному для данного инвестора портфелю будет соответствовать точка, в которой кривая безразличия (линия уровня функции $u = u(\sigma,r)$ – функции полезности для инвестора) касается области D. Для нахождения координат этой точки следует использовать метод множителей Лагранжа.

При формировании инвестиционного портфеля инвестор стремится либо при приемлемом уровне риска повысить доходность ценных бумаг, либо при определенной требуемой доходности снизить риск вложений. Следовательно, задачей оптимизации инвестиционного портфеля является определение такого удельного веса разных видов ценных бумаг в портфеле, при котором будет обеспечена минимизация риска при желаемом уровне доходности. Решить эту задачу можно посредством методов классического математического анализа.

Риск инвестиционного портфеля можно измерить с помощью расчета дисперсии (или среднего квадратического отклонения портфеля σ_p) по следующей формуле:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_i \cdot x_j \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j \cdot r_{ij}\,, \tag{1}$$

где $\sigma_p{}^2$ – дисперсия портфеля;

x_i (x_j) – доля ценной бумаги *i* (*j*) в портфеле;

σ_i (σ_j) – среднеквадратическое отклонение ценной бумаги *i* (*j*);

r_{ij} – коэффициент корреляции между доходностями ценных бумаг *i* и *j*.

Если предположить, что инвестиционный портфель будет включать два вида ценных бумаг *A* и *B*, при этом долю ценной бумаги А обозначить как x_1, а долю ценной бумаги *B* как x_2, то в данном случае риск портфеля будет определяться по формуле:

$$\sigma_p = \sqrt{x_1^2 \cdot \sigma_1^2 + x_2^2 \cdot \sigma_2^2 + 2x_1 \cdot x_2 \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot r_{12}}\,. \tag{2}$$

Задача оптимизации инвестиционного портфеля сводится к нахождению таких значений x_1 и x_2, при которых функция σ_p принимает наименьшее значение. Если заданы значения σ_1, σ_2, r_{12}, то величина σ_p является функцией от одной переменной x_1, т.к. $x_2=1-x_1$. Необходимым условием экстремума функции $\sigma_p(x_1)$ является равенство нулю ее первой производной. Найдя производную $\sigma_p'(x_1)$ и решив уравнение $\sigma_p'(x_1) = 0$, получим:

$$x_1 = \frac{\sigma_2^2 - \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot r_{12}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot r_{12}}\,; \tag{3}$$

$$X_2 = 1 - x_1. \tag{4}$$

По этим формулам определяются доли ценных бумаг *A* и *B* в портфеле, который обеспечивает минимальный риск.

Если же инвестиционный портфель состоит из трех и более различных видов ценных бумаг, то задача оптимизации инвестиционного портфеля сводится к задаче нахождения условного экстремума функции нескольких переменных с использованием метода множителей Лагранжа [3]. Целевая функция этой задачи будет иметь вид:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_i x_j \sigma_{ij} \to \min\,, \tag{5}$$

где x_i (x_j) – доля *i*-ой (*j*-ой) ценной бумаги в портфеле;

σ_{ij} – ковариация данных бумаг.

Ковариацию ценных бумаг можно определить по формуле:

$\sigma_{ij} = \sigma_i \sigma_j r_{ij}$.

На переменные $x_1, x_2, \ldots, x_n$ накладываются ограничения:

1) $\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$;

2) средняя доходность портфеля $\overline{E} = \sum_{i=1}^{n} x_i E(r_i)$,

где $E(r_i)$ – ожидаемая доходность *i*-ой ценной бумаги.

Для решения такой задачи необходимо составить функцию Лагранжа:

$$L = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_i \cdot x_j \cdot \sigma_{ij} + \lambda_1 \cdot (\sum_{i=1}^{n} x_i - 1) + \lambda_2 \cdot (\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot E(r_i) - \overline{E}),$$

где λ_1, λ_2 – множители Лагранжа.

Портфель, минимизирующий риск σ_p^2, будет рассчитываться путем решения системы уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial x_i} = 0, \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda_1} = 0, \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda_2} = 0, \end{cases}$$

где $i = 1, 2, 3, \ldots, n$.

Далее определяются конкретные значения долей ценных бумаг в общем портфеле – $x_1, x_2, \ldots, x_n$..

В результате при формировании портфеля ценных бумаг, состоящего из трех и более различных их видов, инвестор может определить оптимальные доли каждого вида ценных бумаг в общем инвестиционном портфеле. В этом случае инвестор может рассчитывать как на максимальную возможную доходность инвестиций, так и на минимум рисков.

Следует заметить, что в условиях нестабильной экономики основными рисками инвестора при вложении денежных средств в акции могут быть следующие: риски снижения стоимости актива, риски полной потери актива при банкротстве компании-эмитента, риски ограничения ликвидности, риски снижения рыночной стоимости акции и другие. При вложении денежных средств в облигации основными рисками для инвестора могут быть кредитный, инфляционный и процентный риски.

Таким образом, использование математического инструментария является важным методическим аспектом при управлении инвестициями в ценные бумаги. Использование математического инструментария позволит определить оптимальные доли ценных бумаг в инвестиционном портфеле инвестора, минимизировать имеющиеся на определенный момент времени риски и повысить общую доходность вложений в ценные бумаги. Расчеты по формированию оптимального инвестиционного портфеля ценных бумаг должны проводиться систематически по причине высокой турбулентности внешней среды в финансово-экономической сфере.

Список литературы

1. Бездетнова Т.С. Особенности управления портфелем ценных бумаг / Т.С. Бездетнова, ЕА. Никитина // Вестник Тульского филиала Финуниверситета. – 2019. – №1–2. – С. 40–42.

2. Голов Р.С. Инвестиционное проектирование: учебник / Р.С. Голов, К.В. Балдин, И.И. Передеряев, А.В. Рукосуев. – М.: Дашков и К, 2010. – 368 с.

3. Кремер, Н.Ш. Исследование операций в экономике: учебное пособие для вузов / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин, М.Н. Фридман; под ред. проф. Н.Ш. Кремера. – М.: ЮНИТИ, 2005. – 407 с.

4. Просветов Г.И. Математические методы в экономике: задачи и решения: учебно-практическое пособие / Г.И. Просветов. – М.: Альфа-Пресс, 2012. – 342 с.