(cc) BY

Сиротина Ирина Казимировна
канд. пед. наук, доцент
ГАОУ ВО ЛО «Ленинградский государственный
университет им. А.С. Пушкина»
г. Пушкин, г. Санкт-Петербург

ОСНОВЫ СИСТЕМНОГО ПОДХОДА К ОБУЧЕНИЮ МАТЕМАТИКЕ

Аннотация*: в статье поднимается проблема формирования системы математических знаний обучающихся. Показано, что понятия «систематические знания» и «система знаний» сходственные, но не тождественные. Сформулированы условия систематизации знаний в пределах учебного модуля и приведены необходимые условия осуществления системного подхода к обучению. Показано, что при отсутствии системного подхода к обучению происходит расширение математических знаний, а общая целостность (система) может отсутствовать и не формироваться.*

Ключевые слова*: математика, обучение, системный подход, система знаний, систематизация знаний.*

Несмотря на то, что проблеме формирования системы знаний посвящено достаточно большое количество исследований, реализация системного подхода к обучению математике неизменно вызывает большие сложности. Рассмотрим основные понятия системного обучения и подходы к формированию системы математических знаний обучающегося.

Изучение учебного предмета «Математика» ориентировано на получение обучающимся *систематических знаний*. Это гарантировано соблюдением принципов систематичности, последовательности и преемственности при построении учебных программ и учебников по математике.

Принцип последовательности предполагает постепенное овладение основными понятиями курса математики. *Принцип систематичности* ориентирует

Content is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

учителя на достижение системности знаний в сознании учащихся путем установления теснейшей связи между элементами изучаемого материала, раскрывая единство элемента и структуры, части и целого [4].

Систематические знания служат основой для построения системы знаний.

Под с*истемой знаний* понимают совокупность элементов, находящихся в определенных отношениях и связях друг с другом и образующих целостность и единство. *Систематизация знаний* требует мыслительной деятельности по актуализации внутренних связей между элементами учебного модуля (укрупненной дидактической единицы) и внешних связей между всеми модулями. Это процесс формирования системы всех составляющих элементов содержания образования (А.А. Столяр, К.О. Ананченко, Е.Г. Будников др.).

Но так как процессу обучения характерна необратимость, то есть невозможность повторения ранее протекающих этапов, то каждый новый этап обучения ведет к изменению уровня мышления школьника, а каждый новый уровень развития мышления требует переосмысления ранее усвоенных знаний: методов решений задач и подходов к поиску их решений. Поэтому формирование системы математических знаний обучающихся осуществляется по схеме, которую мы получили с учетом исследований А.А. Столяра [3]:

$$(L, M, S) \to (L_1, M_1, S_1) \to (L_2, M_2, S_2) \to \ldots,$$

где L – набор общелогических приемов мышления; M – набор специфических для математики приемов мышления; S – система уже имеющихся у обучающихся математических знаний; $S \subset S_1 \subset S_2 \subset \ldots$, $L \subset L_1 \subset L_2 \subset \ldots$, $M \subset M_1 \subset M_2 \subset \ldots$.

Например, если мы уже имеем некую целость S_1 (систему знаний) и намерены ее расширить с целью получения новой целостности S_2, то должны произвести реконструкцию данной целостности так, чтобы в нее можно было бы «встроить» новое знание. Следовательно, учителю потребуется:

− актуализировать знания целостности S_1;

− «ввести» новый учебный материал;

Содержимое доступно по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

– реконструировать целостность S_1;

– создать новую структуру и получить целостность S_2.

Но поскольку в процессе обучения математике достаточно сложно, а зачастую и невозможно, выполнять всякий раз указанные преобразования, то на практике процесс систематизации знаний в лучшем случае заменяется повторением пройденного материала, а в худшем – учитель ограничивается фразой «Мы это уже «проходили» и вы должны все знать». Попытка же актуализации не приведенных ранее в систему знаний неизбежно требует их механического заучивания и ведет к их кратковременному запоминанию.

В качестве примера обратимся к учебному модулю «Функция» и рассмотрим задачи, решения которых требуют наличия у обучающегося знаний данного модуля.

Задача 1. Найдите все целые числа из области значений функции $y=\sqrt{1-2x+x^2}+\sqrt{x^2+2x+1}+2$, которые она принимает на промежутке $(-3;4)$.

Для решения этой задачи обучающемуся требуется:

1) знание формул сокращенного умножения и свойств арифметического корня для приведения функции $y=\sqrt{(x-1)^2}+\sqrt{(x+1)^2}+2$ к виду $y=|x-1|+|x+1|+2$; 2) умение строить график функции, содержащей переменную под знаками модулей (Рисунок 1): а) если $x\in(-3;1]$, то $y=-x+1-x-1+2$, $y=-2x+2$; б) если $x\in(-1;1]$, то $y=-x+1+x+1+2$, $y=4$; в) если $x\in(1;4)$, то $y=x-1+x+1+2$, $y=2x+2$; 3) умение находить область значений функции на заданном промежутке и определять количество целых чисел, принадлежащих этому промежутку: 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Content is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

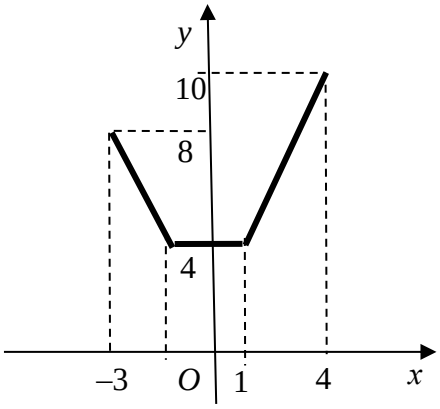

Рис. 1. Иллюстрация к Задаче 1

Задача 2. Найдите все значения *a*, при которых система уравнений $\begin{cases} |x|+|y|=8, \\ x^2+y^2=4a \end{cases}$ имеет четыре решения (рисунок 2).

Для решения этой задачи потребуются не только исследовательские умения, но и интеграция знаний алгебры и геометрии, так как необходимо:

1) построить квадрат $|x|+|y|=8$ с центром в точке $O(0;0)$ и диагональю $d=16$ и окружность $x^2+y^2=4a$ с центром в точке $O(0;0)$ и радиусом $R=2\sqrt{a}$;

2) исследовать систему уравнений $\begin{cases} |x|+|y|=8, \\ x^2+y^2=4a, \end{cases}$ рассуждая так: поскольку система уравнений имеет четыре решения, то окружность может быть или вписана в квадрат, или описана около квадрата;

3) найти длину стороны квадрата, используя формулы площади квадрата $S=\frac{1}{2}d^2$ и $S=x^2$, откуда $x=8\sqrt{2}$ (x – длина стороны квадрата);

4) зная формулы радиусов вписанной в квадрат $r=0{,}5x$ и описанной около квадрата $R=0{,}5d$ окружности, решая уравнения $2\sqrt{a}=4\sqrt{2}$ и $2\sqrt{a}=8$, найти значения *a*: $a=8$ и $a=16$ соответственно.

Содержимое доступно по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

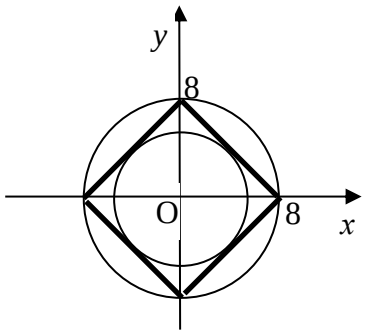

Рис. 2. Иллюстрация к Задаче 2

Трудность рассмотренных задач обусловлена не только и не столько сложностью составляющих их компонент, сколько наличием у обучающегося системы знаний тематического модуля «Функция», блок-схема которого представлена на Рисунке 3, и наличием умений осуществлять поиск решений задач на уровне трансформации.

Рис. 3. Блок-схема тематического модуля «Функция»

Content is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

Важно, что целостности (системе), схематически изображенной на Рисунке 3, присуще интегральное свойство, которым не обладает ни один отдельно взятый ее компонент – возможность построения функциональных методов решения задач.

Рассмотренные нами и другие подобные им задачи могут быть успешно решены только в случае, если учащийся:

− знает структуру всего учебного модуля «Функция»;

− владеет системой теоретических знаний этого модуля;

− умеет решать ключевые задачи модуля;

− видит внутренние связи между всеми элементами модуля и умеет устанавливать внешние связи с другими учебными модулями;

− уметь расширять область применения знаний учебного модуля и использовать знания в нестандартных ситуациях.

Если же мы ставим своей целью сформировать у обучающегося систему знаний по математике, то потребуется следование целостному подходу к обучению, что, в свою очередь, приведет к необходимости интенсификации и оптимизации образовательного процесса.

Необходимые условия осуществления системного подхода к обучению сформулированы Е.Г. Будниковым [2]. Первое условие заключается в том, что изложение учебного материала «укрупненными дидактическими единицами» и решение «ключевых» задач должны быть ориентированы на «зону ближайшего развития» школьников, последующие компоненты цикла должны быть ориентированы на «зону актуального развития». Второе условие требует сочетания в пределах модуля теоретического и эмпирического подходов к обучению.

Анализ работы педагогов-практиков и многолетний опыт экспериментальной практической работы показал, что, приступая к формированию системы знаний S_1, учителю необходимо:

− определить содержательный материал модуля: количество понятий и количество информационно-смысловых элементов знаний в них;

Содержимое доступно по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

− установить количество и наличие новых взаимосвязей в них, новых методов и алгоритмов решений задач;

− выделить ключевые (опорные) задачи модуля;

− составить систему обучающих задач.

Система опорных задач должна отражать все особенности задач данного класса. Педагогу необходимо выделить и преимущественно использовать «доминирующие методы», которые будут применяться при изучении последующих учебных модулей, постоянно совершенствуясь и развиваясь. Так, например, при решении большого количества задач поискового и исследовательского характера, в качестве доминирующих могут быть использованы функциональные методы их решений.

Система обучающих задач должна содержать задачи частично-поискового, поискового и исследовательского характера, а также некоторое количество репродуктивных задач. Для обучающих задач характерно, что они не требуют специальных знаний, но и не имеют готовых алгоритмов решений. В основе их построения лежит такая соотнесенность данных и требований, которые провоцируют решающего на неосознанное допущение области поиска, в которой заведомо не находится верного решения. Задача учителя состоит в том, чтобы научить школьников самостоятельному поиску их решения.

В заключение отметим, что при формировании системы знаний требуется:

− логическая организация математического материала;

− структурирование учебного материала;

− изложение учебного материала укрупненными дидактическими единицами (модулями);

− сочетание теоретического и эмпирического подходов к обучению;

− развитие системного стиля мышления обучающихся;

− использование активных методов и форм обучения.

Список литературы

1. Ананчанка К.А. Агульная методыка выкладання матэматыкі у школе: вуч. дапаможнік / К.А. Ананчанка. – Мн.: «Унівесітэцкае», 1997. – 94 с.

Content is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

2. Будников Е.Г. Системный подход к обучению школьников началам математического анализа: моногр. / Е.Г. Будников. – Мн.: БГПУ, 2004. – 221 с.

3. Столяр А.А. Педагогика математики / А.А. Столяр. – Минск: Выш. шк., 1986. – 414 с.

4. Черкасов Р.С. Методика преподавания математики в средней школе: общая методика: учеб. пособие для студентов пед. ин-тов по спец. 2104 «Математика и 2105 «Физика» / Р.С. Черкасов, А.А. Столяр, А.Я. Блох [и др.]. – М.: Просвещение, 1985. – 336 с.

Содержимое доступно по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)