

*Дудковская Ирина Алексеевна*

канд. пед. наук, доцент, заведующая кафедрой  
Куйбышевский филиал  
ФГБОУ ВО «Новосибирский государственный  
педагогический университет»  
г. Куйбышев, Новосибирская область

## **АНАЛИЗ ВВЕДЕНИЯ ПОНЯТИЯ «ТОЖДЕСТВО» И ОСНОВНЫХ ТОЖДЕСТВЕННЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ В КУРСЕ АЛГЕБРЫ**

*Аннотация:* в статье анализируются введение понятия «тождество» и основные тождественные преобразования. Автором представлено, как составители различных учебно-методических комплексов вводят это понятие.

*Ключевые слова:* тождество, тождественные преобразования, обучение математике.

Актуальность данной статьи обусловлена тем, что в современном образовании присутствует и достаточно востребован вопрос об улучшении существующей на сегодняшний день дидактической системы обучения [1–3]. В Федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования прописаны положения, касающиеся предметных результатов к освоению предмета «Математика». В одном из таких имеет место понятие «тождество».

В методике преподавания математики существует два подхода к изложению раздела «Тождественные преобразования». Рассмотрим схему, на которой они отражены.

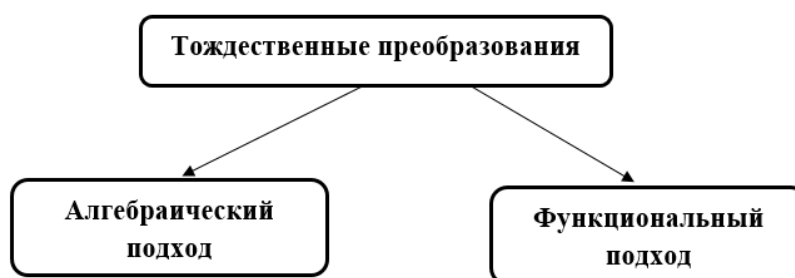


Рис. 1. Подходы к изложению раздела «Тождественные преобразования»

*Алгебраический подход* нацелен на операции с буквенными выражениями. Данный подход чаще реализовывается в учебниках дореволюционного периода.

*Функциональный подход* в качестве опоры рассматривает функцию и соответствие между зависимыми и независимыми переменными. Рассматриваемый подход характерен для современных учебных изданий.

Для реализации данных положений в школьном курсе математики линия тождественных преобразований вводится авторами учебников, рекомендованных федеральным перечнем учебников при реализации ФГОС, по-разному. Рассмотрим, каким образом, составители учебно-методических комплексов вводят это понятие.

В УМК Мордковича Александра Григорьевича понятие «тождество» вводится в 7 классе в главе 7 «Разложение многочленов на множители» абстрактно-дедуктивным методом. Автор напоминает о учащимся об формулах сокращенного умножения и распределительном свойстве, и на их основе вводит понятие тождества.

Н.Ю. Макарычев в своем УМК вводит понятие «тождества» в 7 классе в главе 1 «Выражения. Тождества. Уравнения» также как и А.Г. Мордкович абстрактно-дедуктивным методом при помощи рассмотренного примера и подробного решения.

С.М. Никольский также вводит это понятие абстрактно-дедуктивным методом в 7 классе в главе «Алгебраические выражения» при помощи рассмотренного равенства для одночленов.

Таким образом, рассмотрев три основных учебно-методических комплекса авторов, рекомендованных в федеральном перечне учебников по ФГОС, мы пришли к выводу, что понятия «тождество» и «тождественные преобразования» целесообразно вводить для усвоения учащимися именно на рассматриваемых примерах, поскольку для этого у обучающихся уже имеются некоторые знания и умения для решения примеров, на основе которых и необходимо ввести это понятие.

После введения понятие всеми авторами рассматриваются основные тождественные преобразования, которые выполняются над тождествами и другими алгебраическими выражениями. Остановимся на них подробнее.

*Переместительный закон сложения/умножения.* Данное преобразование изучается в 5 классе на уроках математики. Этот закон справедлив и для преобразований, которые выполняются над тождествами.

$$a + b = b + a$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

*Раскрытие скобок.* Преобразование изучается в 5–6 классах при изучении отрицательных и положительных чисел и действий над ними.

Таблица 1

## Правила раскрытия скобок

<i>Сложение</i>	<i>Умножение</i>
<i>Положительные числа</i>	<i>С одинаковыми знаками</i>
$(a)+\dots=a+$	$(a) \cdot (b)=a \cdot b$
$\dots+(a)=\dots+a$	$(-a) \cdot (-b)=a \cdot b$
<i>Отрицательные числа</i>	<i>С разными знаками</i>
$(-a)+\dots=-a+\dots$	$(a) \cdot (-b)=-a \cdot b$
$\dots+(-a)=\dots-a$	$(-a) \cdot (b)=-a \cdot b$
$\dots-(-a)=\dots+a$	

При раскрытии скобок в выражении, содержащем несколько отрицательных чисел необходимо знать следующее правило: если количество отрицательных чисел четно, то в результате раскрытия скобок получится положительный результат, если нечетно, то отрицательный.

При умножении числа на скобку необходимо пользоваться правилом:

$$a(b + c + \dots + n) = a \cdot b + a \cdot c + \dots a \cdot n$$

При умножении скобки на скобки раскрытие происходит следующим образом:

$$\begin{aligned} & (a + b + \dots n)(d + c + \dots m) \\ & = a \cdot d + a \cdot c + \dots a \cdot m + b \cdot d + b \cdot c + \dots b \cdot m + \dots n \cdot m \end{aligned}$$

*Группировка слагаемых/множителей.* Под группировкой понимается объединение нескольких слагаемых или множителей в группы путем перестановки и заключения в скобки.

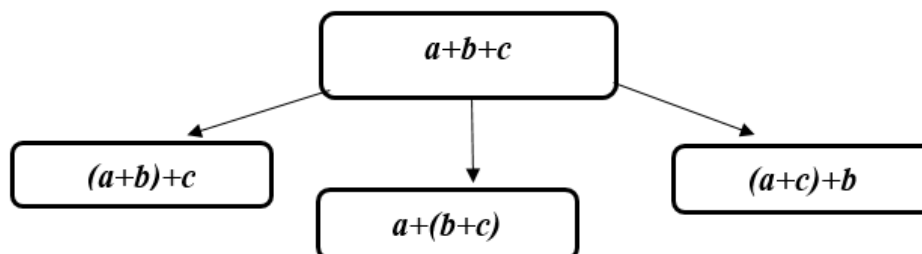


Рис. 2. Пример группировки выражения, содержащее три слагаемых

*Распределительное свойство.* В основе этого преобразования над тождеством лежит вынесение общего множителя за скобки.

$$a(b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

*Приведение подобных слагаемых.* Суть данного преобразования заключается в вынесении за скобки общего множителя, содержащегося в каждом из слагаемых.

$$ab + ac + ad = a(b + c + d)$$

*Формулы сокращенного умножения или треугольник Паскаля.* Данное преобразование изучается в курсе алгебры 7 класса и направлено на быстрое раскрытие скобок и упрощение выражения.

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \text{ – квадрат суммы/разности}$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) \text{ – разность квадратов.}$$

Для тождественных преобразований 3, 4 и т. д. степеней целесообразно пользоваться треугольником Паскаля или биномом Ньютона, который изучается также в курсе алгебры 7 класса.

