Пермякова Марина Юрьевна
канд. пед. наук, доцент
ФГБОУ ВО «Шадринский государственный педагогический университет»
г. Шадринск, Курганская область

ОСНОВНЫЕ СПОСОБЫ ПРЕОДОЛЕНИЯ ТРУДНОСТЕЙ В ОБУЧЕНИИ ДОКАЗАТЕЛЬСТВАМ НА УРОКАХ ГЕОМЕТРИИ

Аннотация*: в статье обосновывается важность доказательных умений в процессе решения геометрической задачи. Автор уделяет внимание методическим аспектам работы учителя, которые позволяют школьникам избегать многих трудностей в доказательстве теорем и решении задач на доказательство. Выделены приемы доказательства, которые можно использовать при работе над теоремой. Особое внимание обращается на обучение построению и чтению чертежа в процессе выполнения доказательств.*

Ключевые слова*: доказательство теорем, задачи на доказательство, чтение чертежа, построение чертежа.*

Доказательные умения учащихся формируются при доказательстве теорем и решении задач на доказательства [3]. Среди основных трудностей, связанных с усвоением школьниками доказательств, выделяют проблемы, возникающие не только с поиском необходимых элементов доказательства, но и с тем, что учащиеся не видят необходимости в самом доказательстве теорем. Однако в последнее время многим учащимся приходиться сталкиваться с доказательствами в задачах ОГЭ и ЕГЭ по математике профильного уровня. Появление таких заданий привело к возвращению этого традиционного и очень важного математического умения в школьный курс. Учителя всё больше внимания уделяют правильному применению фактов и теорем курса, развитию у обучающихся умения доказывать и совершать логические переходы. Наиболее трудными, как правило, являются логические построения, связанные с доказательством от противного.

Многих затруднений в работе обучающихся над доказательством теорем и в решении задач на доказательство можно избежать, если учитель в обучении доказательству обратит внимание на следующие аспекты.

1. Усвоение учащимися формулировки теоремы.

В зависимости от характера теоремы, наличия учебного времени на уроке, от уровня развития учащихся учитель может выбрать один из следующих способов ознакомления школьников с формулировкой теоремы: учитель готовит школьников к самостоятельному открытию теоремы; учитель организует работу, которая способствует сознательному восприятию и пониманию учащимися новой теоремы, формулировка которой сообщается им в готовом виде; учитель формулирует теорему без предварительной подготовки учащихся, а затем направляет их усилия на ее усвоение; формулировка теоремы отрабатывается учащимися самостоятельно по учебнику.

Перед изучением теоремы целесообразно на уроке создать проблемную ситуацию, которая бы мотивировала необходимость ее изучения. С этой целью можно использовать различные практические ситуации и мотивационные упражнения [1].

Рассмотрим пример. Перед изучением признаков равенства треугольников учащиеся знакомятся с определением равных треугольников: «Два треугольника называются равными, если один из них можно наложить на другой так, что они совпадут».

Приступая к изучению самих признаков равенства треугольника, следует показать учащимся ограниченность практического применения этого определения (например, не всегда можно наложить одну треугольную плиту на другую из-за их массивности). Отсюда вытекает поиск новых способов установления равенства треугольников, на основе сравнения только некоторых их элементов. Основное внимание следует акцентировать здесь на слове «признак», пояснив это следующим примером: «По некоторым приметам можно сказать о наступлении осени. Такие приметы называют признаками осени. На уроке мы познакомимся с признаками, по которым можно судить о равенства треугольников».

2. Обучение учащихся умению выделять условия и заключение в утверждении.

Для такой работы можно брать самые различные предложения, в которых возможно выделить эти структурные компоненты. Приведем примеры некоторых из них.

1. Если запись числа оканчивается цифрой 0 или 5, то это число делится на 5. Если запись числа оканчивается любой другой цифрой, то число не делится на 5.

2. Из любой неправильной дроби можно выделить целую часть.

3. Отрезок короче любой другой линии, которая соединяет его концы.

4. Через любые две точки можно провести прямую и притом только одну.

5. В треугольнике сумма двух любых сторон больше третьей стороны.

3. Обучение учащихся выполнять геометрические чертежи и читать их.

Заметим, что в результате не сформированности этих умений у учащихся возникнут затруднения при доказательстве. Вопрос этот для учащихся не легкий. Формируя у них умение работать с чертежом, учитель должен помнить, что, если ограничиваться стандартными чертежами, то школьники достаточно быстро связывают формируемое понятие или изучаемую теорему с фигурами определенного вида и расположение это происходит вследствие того, что использование «стандартного» чертежа вызывает у учащихся неверные ассоциации. В результате чего в содержание понятия или теоремы вносятся и частные признаки демонстрируемой фигуры. Следует учитывать, что эффективность формирования у учащихся умений работать с чертежом в значительной степени зависит от того, в каком виде произошло первое знакомство с ним с целью предупреждения ошибок у учащихся понимания роли и назначения чертежа [2]. В умении читать и строить чертеж по словесному заданию условия целесообразно довести школьников до полного понимания роли чертежа в геометрии; показать образцы чтения чертежей; добиваться того, чтобы учащиеся умели видеть в чертеже не только то, что бросается в глаза, но и все то, что содержится в нем; формировать у учащихся навыки в техники черчения; использовать ИКТ-технологии для демонстрации динамики чертежа.

4. Обучение учащихся пользоваться контрпримерами.

Контрпримеры чаще всего применяются тогда, когда надо убедить учащихся в том, что они ошибаются. Чтобы убедиться в ложности некоторого общего высказывания, достаточно привести один контрпример. Например, рассмотрим высказывание: «Четырехугольник, у которого диагонали взаимно перпендикулярны, является ромбом». Убедиться в ложности этого высказывания можно с помощью контрпримера. Показать четырехугольник, у которого диагонали перпендикулярны, но при этом он действительно не является ромбом.

В качестве примера можно привести еще одно высказывание: «Любой четырехугольник, у которого два противоположных угла являются прямыми, есть прямоугольник». Ложность этого высказывания доказывает с помощью контрпримера.

5. Обеспечение усвоения учащимися доказательства теоремы.

На этом этапе работы над доказательством обдумывается и коллективно обсуждается идея доказательства, осуществляется и оформляется доказательство теоремы. Следует при этом заметить, что полное доказательство теоремы, как правило, направлено на его запоминание, а краткое, схематичное доказательство теоремы, на его понимание. Ознакомить учащихся с доказательством теоремы можно различными приемами.

1. Для изложения доказательства теоремы учителя математики используют частично- поисковый метод. Таким образом, активизация класса осуществляется посредством эвристической беседы, которую учитель организует с учащимися. Заметим, что вопросы, которые по ходу доказательства теоремы задаются учащимся, должны соответствовать аналитико-синтетическому ходу рассуждений, это поможет школьникам самим искать путь доказательства, а не получать его в готовом виде. В ходе изложения доказательства учитель должен делать необходимые паузы после постановки некоторых вопросов и в конце некоторой мысли-обоснования. Если по ходу объяснения учитель предлагает вспомнить материал, который ученики должны были повторить к уроку, то, как показывают исследования, паузы должны быть продолжительностью в 3–7 секунд.

Частично-поисковый метод изложения доказательства теорем в значительной степени активизирует познавательную деятельность учащихся. Этот метод создает дидактические трудности, преодоление которых направляет и стимулирует интеллектуальную деятельность школьников.

2. Учитель излагает доказательство теоремы объяснительно-иллюстративным методом в форме краткого рассказа, не прерывая его вопросами в адрес учащихся.

Этот прием обеспечивает высокое качество изложения доказательства, позволяет учащимся легче воспринимать последовательность, обоснованность и другие стороны доказательства. Речь учителя в таком случае выступает для школьников научным и логическим образцом оформления доказательства. Они учатся строить умозаключения, делать обобщения и выводы. Объяснительно-иллюстративный метод изложения доказательства теоремы в отличии от частично-поискового, позволяет экономить время на уроке [2]. Этот метод обычно используют в тех случаях, когда доказательство не большое по объему или же когда теорема доказывается принципиально новым для учащихся способом.

Список литературы

1. Далингер В.А. Методика обучения математике. Обучение учащихся доказательству теорем: учеб. пособие для сред. проф. образования / В.А. Далингер. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Юрайт, 2022. – 338 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://urait.ru/book/metodika-obucheniya-matematike-obuchenie-uchaschihsya-dokazatelstvu-teorem-493251 (дата обращения: 25.12.2021).

2. Давыдов А.Н. Методические основы обучения старшеклассников решению геометрических задач на доказательство: магистерская диссертация / А.Н. Давыдов. – Тольятти, 2019. – 96 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://dspace.tltsu.ru/bitstream/123456789/14169/1/%D0%94%D0%B0%D0%B2%D1%8B%D0%B4%D0%BE%D0%B2%20%D0%90.%D0%9D._%D0%9C%D0%BC%D0%B4–1601%D0%B0.pdf (дата обращения: 23.04.2022).

3. Саранцев Г.И. Обучение математическим доказательствам и опровержениям в школе / Г.И. Саранцев. – М.: Владос, 2005. – 183 с.

4. Стефанова Н.Л. Методика и технология обучения математике. Курс лекций: пособие для вузов / под научн. ред. Н.Л. Стефановой, Н.С. Подходовой. – М.: Дрофа, 2005. – 416 с.