

Сапегин Владимир Андреевич

аспирант

ФГБОУ ВО «Армавирский государственный
педагогический университет»

г. Армавир, Краснодарский край

DOI 10.31483/r-107427

ТИПОЛОГИЯ ПРЕДМЕТНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ИНЖЕНЕРНО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ КЛАССОВ

Аннотация: в статье рассматриваются стандартные математические задачи для инженерно-математического класса. Автор приводит и даёт описание предметных задач, опирающихся на наличии условий: явных, неявных и дополнительных. Полученная типология предметных задач иллюстрируется примерами: квадратными и иррациональными уравнениями с параметрами и без его наличия.

Ключевые слова: предметная задача, типология предметных задач, стандартные задачи, задачи с явным условием, задачи с неявным условием, задачи с дополнительным условием, инженерно-математический класс.

Изучению математических задач и их классификацией посвящено множество исследований [1, 2, 5, 8, 9] отечественных и зарубежных учёных. В работах Г.А. Балла [2], Л.М. Фридмана [9], Ю.М. Колягина [5], А.Ф. Эсаулова [5] задача рассматривается как система. Мы придерживаемся позиции Г.А. Балла, предложившего следующее определение: «Задача в самом общем виде – это система, обязательными компонентами которой являются: а) предмет задачи, находящийся в исходном состоянии; б) модель требуемого состояния предмета задачи» [2]. В рамках данной статьи задача, математическая задача и предметная задача будут отождествляться.

Отмечаем, что в существующих исследованиях задача имеет следующую структуру: условие (У), обоснование (О), решение (Р), заключение (З). А.А. Аксёнов рассматривает информационную структуру задачи следующим

образом: А – условие; В – требование задачи; Е – искомое в задаче; С – базис решения задачи; D – способ, определяющий процесс решения задачи; R – основное отношение в отношениях между данным и искомым в задаче [1].

В отечественных исследованиях [1,2,5,8,9] существует множество классификаций математических задач. Задачи классифицируют по ряду оснований: 1) по величине проблемности (стандартные, обучающие, поисковые, проблемные); 2) по математическому содержанию (арифметические, алгебраические, геометрические, тригонометрические и др.); 3) специфике языка (текстовые, сюжетные, абстрактные); 4) по способам кодирования информации; и др.

В исследованиях Л. М. Фридмана [9] особое внимание уделяется стандартным задачам, для решения которых существуют готовые математические правила и алгоритмы. Мы придерживаемся данной позиции и отмечаем, что при обучении математике в инженерно-математических классах систематически используются стандартные предметные задачи. Экспериментальным путем нами были выявлены следующая типология стандартных математических задач:

- стандартные предметные задачи с явным условием;
- стандартные предметные задачи с неявным условием;
- стандартные предметные задачи с дополнительным условием.

Под стандартной предметной задачей с явным условием мы будем понимать систему, обязательными компонентами которой являются явные условия и требования задачи. В таблице 1 приведем примеры стандартных задач с явным условием.

Таблица 1

Стандартные предметные задачи с явным условием

№ n/n	Содержание	Пример
1	Квадратные уравнения	1. Решить уравнение $x^2 - 7x + 10 = 0$. 2. Найти корни уравнения $x^2 - 8x + 12 = 0$.
2	Квадратные уравнения с параметрами	1. Решить уравнение $x^2 - ax + 1 = 0$ при всех значениях параметра a . 2. Найти все значения параметра a , при котором уравнение $ax^2 - 7x + 5a = 0$ имеет единственное решение.

№ n/n	Содержание	Пример
3	Иррациональные уравнения	1. Решите уравнение $\sqrt{x^2-8x} = 9$. 2. Найдите корни уравнения $\sqrt{6-2\sqrt{x^2-3}} = x$.
4	Иррациональные уравнения с параметрами	1. Решите уравнение $(x+a)\sqrt{x-2} = 0$. 2. Найдите корни уравнения $\sqrt{2ax-4a+1} = x-3$ при всех значениях параметра a .

Отмечаем, что представленные в таблице стандартные предметные задачи имеют явное условие, а также явное требование, заключающееся в нахождении корней уравнения, решению уравнения, используя при этом типовые математические алгоритмы.

Под стандартной предметной задачей с неявным условием мы будем понимать систему, обязательными компонентами которой являются неявные условия и требования задачи. В таблице 2 приведем примеры стандартных задач с неявным условием.

Таблица 2

Стандартные предметные задачи с неявным условием

№ n/n	Содержание	Пример
1	Квадратные уравнения	1. Участники заседания обменялись рукопожатиями, и кто-то подсчитал, что всех рукопожатий было 66. Сколько человек явилось на заседание? [6, с. 153] 2. Найдите координаты пересечения функций $y = 2x^2$ и $y = -5x + 3$.
2	Квадратные уравнения с параметрами	1. Даны два уравнения: $x^2 + 2ax + a = 0$ и $ax^2 + ax + 1 = 0$. При каких a одно из уравнений имеет решение, а другое нет? 2. При каких значениях параметра a уравнения $x^2 + (a-1)x + 1 = 0$ и $x^2 + x + (a-1) = 0$ равносильны?
3	Иррациональные уравнения	1. Найдите координаты пересечения графиков функций $y = \sqrt{x^2 + 3x}$ и $y = x^2 = 2x$. 2. Два железнодорожных пути скрещиваются под прямым углом. К месту скрещивания одновременно мчатся по этим путям два поезда: один со станции, находящийся в 40 км от скрещивания, другой со станции в 50 км от того же места скрещивания. Первый делает в минуту 800 м, второй – 600 м. Через сколько минут, считая с момента отправления, паровозы были в наименьшем взаимном расстоянии? И как велико это расстояние? [6, с. 170]
4	Иррациональные уравнения с параметрами	1. Найдите значения параметра a , при которых $y = \sqrt{x+a}$ и $y = -x-1$ имеют единственную точку пересечения. 2. Даны уравнения $\sqrt{54p+73-3(24+19p)x} = 3x-3-2p$ и

№ n/n	Содержание	Пример
		$\left(1 + 9^{\frac{p+2}{p+3}}\right)^x = 37-x.$ <p>Значение параметра $p \neq -3$ выбирается так, что число различных корней первого уравнения равно сумме числа $p + 2$ и числа различных корней второго уравнения. Решите второе уравнение при каждом значении параметра, выбранном таким образом [7, с.138].</p>

Отмечаем, что представленные стандартные предметные задачи имеют неявное условие, а также неявное требование, заключающееся в составлении уравнений при решении задач, решении уравнений при нахождении точек пересечения графиков функций.

Под стандартной предметной задачей с дополнительным условием мы будем понимать систему, обязательными компонентами которой являются условия и требования задачи, а также наличие дополнительных условий, которые необходимы для решения задачи. В таблице 3 приведем примеры стандартных задач с дополнительным условием.

Таблица 3

Стандартные предметные задачи с дополнительными условиями

№ n/n	Содержание	Пример
1	Квадратные уравнения	<ol style="list-style-type: none"> 1. Найдите произведение корней уравнения $x^2 - 7x + 10 = 0$. 2. Решите уравнение $x^2 - 8x + 12 = 0$ и найдите разность квадратов корней.
2	Квадратные уравнения с параметрами	<ol style="list-style-type: none"> 1. При каких a сумма квадратов корней уравнения $x^2 - (a + 2)x + a + 9 = 0$ равна 10? 2. При каких a один из корней уравнения $x^2 - (2a + 1)x + a^2 + a - 2 = 0$ находится между числами 1 и 3, а второй между числами 4 и 6.
3	Иррациональные уравнения	<ol style="list-style-type: none"> 1. Найдите произведение корней $\sqrt{x^2 + 7} + \sqrt{x^2 - 5} = \sqrt{3(x^2 + 3)}$. 2. Решите функционально-графическим методом уравнение $\sqrt{x^2 + 3x - 3} = 2x - 3$.
4	Иррациональные уравнения с параметрами	<ol style="list-style-type: none"> 1. Найдите все значения a, для которых при каждом x из промежутка $[1; 4)$ значение выражения $x - \sqrt{x} - 1$ не равно значению выражения $a\sqrt{x}$ [4, с. 271]. 2. Прямая $y = 5 - x$ является касательной к графику функции $y = x - \sqrt{x^2 - 2x + a}$. Найдите координаты точки касания [3, с. 159].

Отмечаем, что представленные стандартные предметные задачи имеют дополнительное условие, заключающееся в действиях между корнями уравнений, нахождение корней уравнения на заданных промежутках, решение уравнений определенным методом.

Таким образом, была рассмотрена типология предметных задач с различными условиями. Для обучения математике в инженерно-математических классах мы выделили и охарактеризовали стандартные математические задачи с явными, неявными и дополнительными условиями. На примере квадратных и иррациональных уравнений показали особенность данной типологии предметных задач.

Список литературы

1. Аксёнов А.А. Виды школьных математических задач / А.А. Аксёнов // Ученые записки ОГУ. Серия: Гуманитарные и социальные науки. – 2018. – №3 (80). – С. 186–191 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/vidy-shkolnyh-matematicheskikh-zadach> (дата обращения: 26.02.2023).
2. Балл Г.А. Теория учебных задач: психолого-педагогический аспект / Г.А. Балл. – М.: Педагогика, 1990. – 184 с.
3. Беляева Э.С. Математика. Уравнения и неравенства / Э.С. Беляева, А.С. Потапов, С.А. Титоренко. – М.: Дрофа, 2009. – 444 с.
4. Высоцкий В.С. Задачи с параметрами при подготовке к ЕГЭ / В.С. Высоцкий. – М.: Научный мир, 2011. – 316 с. EDN QJYJCS
5. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике / Ю.М. Колягин. – М.: Просвещение, 1977. – 110 с.
6. Перельман Я.И. Занимательная алгебра / Я.И. Перельман. – СПб.: СЗКЭО, 2017. – 256 с. EDN ZRNYJV
7. Сергеев И.Н. ЕГЭ 2020. Банк заданий. Математика. 1000 задач. Профильный уровень. Все задания части 2. Закрытый сегмент / И.Н. Сергеев, В.С. Панферов. – М.: Издательство «Экзамен», 2020. – 334 с.
8. Серегин Г.М. Типология школьных математических задач / Г.М. Серегин // Сибирский учитель. – 2021. – №5(138). – С. 40–47 [Электрон-

ный ресурс]. – Режим доступа: http://www.sibuch.ru/sites/default/files/pdf_143.
(дата обращения: 17.05.2023). EDN OZMYQE

9. Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе: Учителю математики о педагогической психологии / Л.М. Фридман. – М.: Просвещение, 1983. – 160 с.