Исаев Андрей Станиславович

канд. техн. наук, доцент

Новомосковский институт (филиал)

ФГБОУ ВО «Российский химико-

технологический университет им. Д.И. Менделеева»

г. Новомосковск, Тульская область

ФОРМИРОВАНИЕ КОНФИГУРАЦИИ СХЕМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЕЙ МЕТОДАМИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Аннотация*: статья посвящена использованию методов оптимизации для выбора конфигурации электрической сети. Инструментом является симплекс-алгоритм, программно реализованный в Matlab. Сделан акцент на использовании функциональных возможностей современного программного обеспечения с отказом от традиционных методик, ориентированных на использование методов математического программирования в явном виде (различные матричные формы).*

Ключевые слова*: информационные технологии, линейное программирование, оптимизация, алгоритм, симплекс-метод, электрическая сеть, Matlab.*

Введение. Зачастую в различных сферах проектирования возникают технические задачи, характеризующиеся тем, что имеется несколько решений при учете некоторых ограничений на переменные или соотношения между ними. Выбор наилучшего (оптимального) решения лежит в сфере прикладных задач оптимизации. Наличие значительного числа допустимых вариантов вызывает значительные трудности при решении. Разработаны математические методы, позволяющие на основе определенных алгоритмов находить оптимальное решение. Раздел математики, изучающий подобные методы, называется математическим программированием. Начало развития этого направления в прикладных технических задачах положено в 30-х годах прошлого века [3].

Построение математических моделей включает в себя два этапа: 1. Составляется целевая функция (максимизируемая прибыль или минимизируемые потери), зависящая от неизвестных величин. 2. Формулируются условия (в виде равенств или неравенств), которые должны быть наложены на переменные. Если критерий эффективности и уравнения ограничения являются линейными, то подобная задача относится к линейному программированию (ЛП). Математическая постановка задачи в этом случае имеет вид:

$$Z(X) = \sum_{i=1}^{N} \left(C_i X_i \right) \to opt, \qquad (1)$$

где Z(X) – целевая функция; C_i – коэффициент; X_i – искомая переменная; N – число переменных.

$$\begin{cases} X_i \geq 0, i = \overline{1, N} \\ \sum_{j=1}^{N} \left(A_{ij} X_i \right) \geq (\leq) B_i,\ j = \overline{1, S} \\ \sum_{j=1}^{N} \left(A_{ij} X_i \right) = B_i,\ j = \overline{S+1, M} \end{cases}, \qquad (2)$$

где B_i, A_{ij} – постоянные коэффициенты; S – число ограничений в виде неравенств; M – общее число ограничений.

Функция (1) называется функцией цели (целевой функцией) или линейной формой. Система (2) определяет накладываемые ограничения – поиск глобального оптимума для большинства технических задач не имеет практического значения. В частности, абсолютный минимум потерь электроэнергии соответствует режиму, когда электроэнергия не передается (потребляется). Набор значений вектора X, соответствующий (2) называется опорным решением (планом) задачи ЛП. Допустимое решение, соответствующее экстремуму (1) представляет собой оптимальное решение.

Универсальным методом решения задачи ЛП является симплекс-метод, представляющий собой алгоритмизированное изменение опорного решения. Это поэтапная вычислительная процедура, в основу которой положен принцип перехода от одного опорного решения к другому при улучшении (приближении к оптимальному решению) целевой функции [1]. Современная трактовка симплекс-алгоритма изложена Б. Эгервари в 1931-м году и адаптирована к современному понятийному и терминологическому аппарату [7].

В электроэнергетике к классу задач ЛП можно отнести формирование оптимального плана перевозок (транспортная задача), загрузки производственных мощностей, формирование ассортимента продукции. Транспортная задача – определение оптимальных путей транспортировки продукта от производителя к потребителю. Алгоритм симплекс-метода сводится к следующим этапам: переход от неравенств к равенствам введением в систему ограничений (2) новых переменных; формирование набора базисных (их число равно числу переменных в целевой функции N) и свободных (равно числу уравнений ограничений M) переменных; переход от одного опорного плана к другому при условии минимизации целевой функции. Решение задачи в табличной форме реализовано в [5]. Использование современных программных средств позволяет уменьшить трудоемкость расчетов [6]. Этот математический аппарат можно применять и для транспорта электроэнергии. В качестве потребителей при этом рассматриваются нагрузки сети, в качестве источников – узлы питания.

Методы. Целью работы является решение задачи ЛП с использованием пакетов прикладной математики без явного использования симплекс-алгоритма. Подобный поход является частным случаем современного метода оптимизационных расчетов, когда используется законченная пользовательская процедура. Изучение алгоритмов необходимо прежде всего разработчикам программного обеспечения. Пользователи же могут ориентироваться на формирование оптимизационной задачи и анализ результатов [3]. Рассмотрим решение задачи ЛП в общем виде:

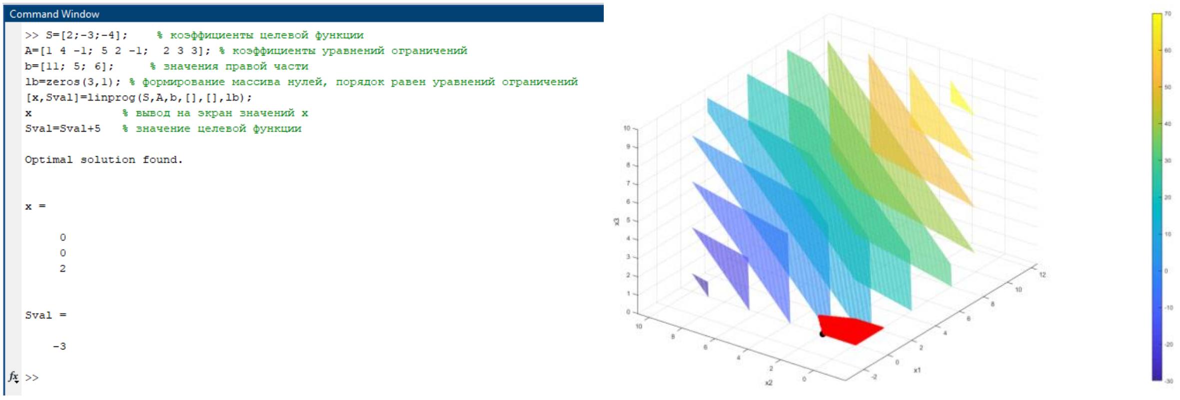
$$Z = 2X_1 - 3X_2 - 4X_3 + 5, \text{ при } \begin{cases} X_1 + 4X_2 - X_3 \le 11 \\ 5X_1 + 2X_2 - X_3 \le 5 \\ 2X_1 + 3X_2 + 3X_3 \le 6 \end{cases}$$

На рис. 1 показано использование функции *linprog*, реализующую решение задачи ЛП в виде симплекс-алгоритма. Синтаксис функции имеет вид *linprog*(f, A, B, Aeq, beq, lb, ub) при параметрах обращения:

$$f(X) \to \min; \begin{cases} A \cdot X \le B \\ Aeq \cdot X = Beq \\ lb \le X \le ub \end{cases}, \tag{3}$$

где *A*, *Aeq* – матрицы коэффициентов ограничений соответственно в виде неравенств и равенств; *B*, *Beq* – вектора коэффициентов правых частей уравнений ограничений соответственно в виде неравенств и равенств; *lb*, *ub* – вектора ограничения опорного решения соответственно снизу и сверху.

При отсутствии каких-либо ограничений (в примере рис. 1 нет ограничений в виде равенств) соответствующий вектор вводится как []. По умолчанию функция возвращает оптимальный план X и значение целевой функции Z(X).



а) б)

Рис. 1. Решение задачи ЛП; а) скрипт Matlab, б) линии уровня целевой функции

Результаты. При формировании оптимальной конфигурации сети переменными X_{ij} являются мощности, протекающие между узлами i и j, коэффициенты Z_{ij} представляют собой удельные затраты для соответствующей линии. Уравнения ограничения формулируются на основании законов Кирхгофа для узлов в виде баланса мощности. Особенности метода в этом случае: ограничения имеют вид равенств; все коэффициенты в уравнениях ограничений равны единице (знак в соответствии с принятым направлением потока мощности). Признаком необходимости линии является ее наличие линии в базисных переменных, линии соответствующие свободным переменным в сети должны отсутствовать. В качестве примера рассмотрим пример [4, с. 35] – в источнике задача решена непосредственно составлением транспортной матрицы. Взаимное расположение узлов и возможные к сооружению линии показаны на рис. 2. Изначально предполагается возможным соединение каждого источника A_i с каждой нагрузкой B_j, формируя таким образом матрицу X_{ij}. Возможно автоматическое формирование системы ограничений с учетом индексов, но в данном случае подобная задача не ставилась – матрицы сформированы непосредственно и введены по элементам строк (рис. 3).

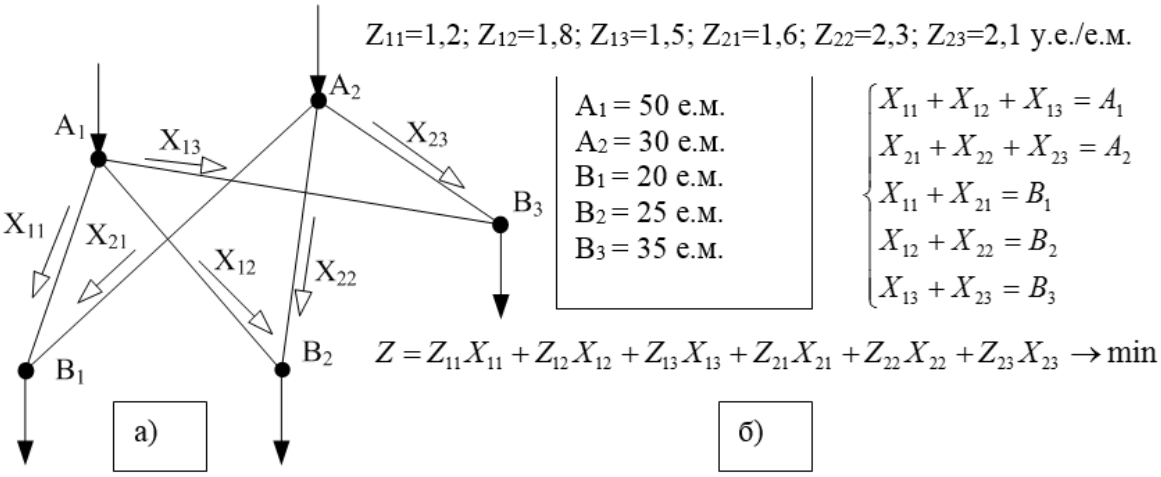
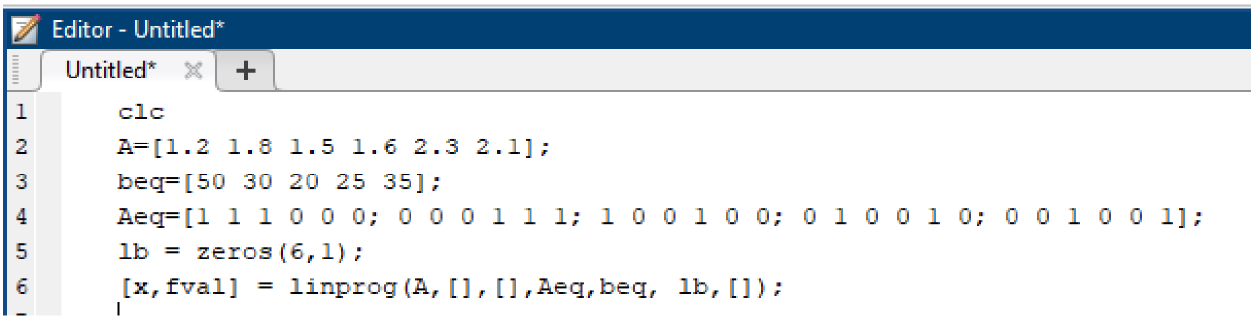


Рис. 2. Формирование задачи ЛП; а) исходная схема;

б) формирование оптимизационной задачи



а)

Editor - Untitled*

Untitled*

```
clc
A=[1.2 1.8 1.5 1.6 2.3 2.1];
beq=[50 30 20 25 35];
Aeq=[1 1 1 0 0 0; 0 0 0 1 1 1; 1 0 0 1 0 0; 0 1 0 0 1 0; 0 0 1 0 0 1];
lb = zeros(6,1);
ub=[80 80 30 80 80 30];
[x,fval] = linprog(A,[],[],Aeq,beq, lb,ub)
```

б)

Рис. 3. Решение задачи ЛП; а) в общем виде;

б) с учетом ограничения пропускной способности

Command Window

```
Optimal solution found.

x =

     0
    15
    35
    20
    10
     0

fval =

  134.5000

fx >>
```

а)

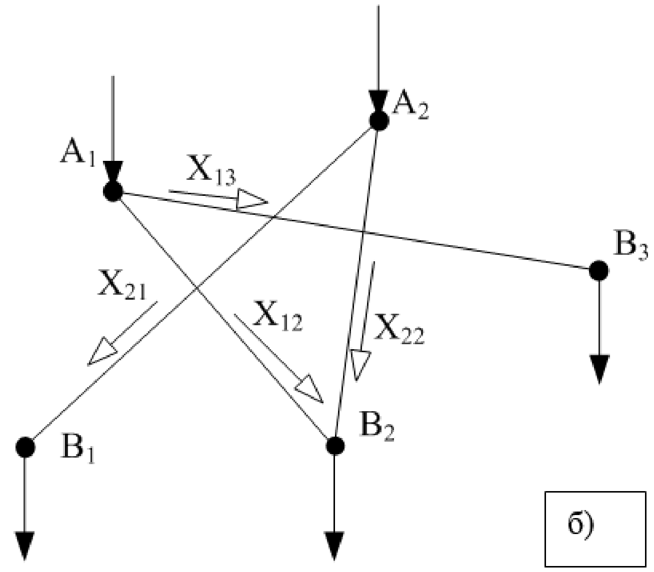


Рис. 4. Результаты решения задачи ЛП в общем виде;

а) результаты исполнения программы, б) оптимальная конфигурация сети

Command Window

```
Optimal solution found.

x =

     0
    20
    30
    20
     5
     5

fval =

   135

fx >>
```

а)

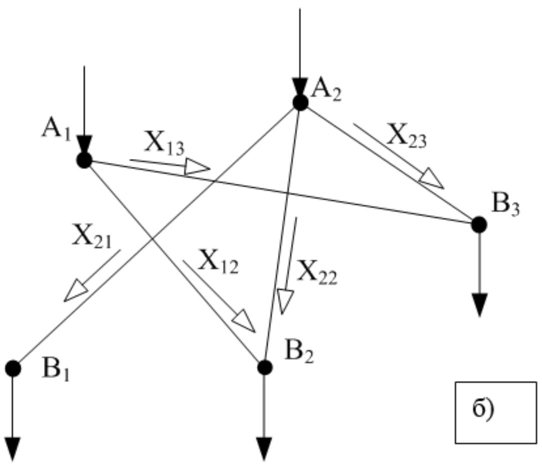


Рис. 5. Результаты с учетом ограничения пропускной способности;
а) результаты исполнения программы; б) оптимальная конфигурация сети

На рис. 3 приведено решение при изменении расчетных условий: без учета пропускной способности линий (рис. 3а), с ограничением пропускной способности для линий 13 и 23 в 30 у.е. (рис. 3б). Результаты приведены на рис. 4 и 5. Принятые схемы – рис. 4б и 5б. Во втором случае значение целевой функции меньше, что соответствует большим затратам в реальной системе в сравнении с идеализированной. В общем случае при решении задач ЛП возможны три варианта результата: получен оптимальный план (как в рассматриваемом примере), множество планов отсутствует (обычно из-за противоречивых ограничений), целевая функция не ограничена в сторону убывания (оптимальный план не может быть сформирован).

Обсуждение. Приведенное решение задачи ЛП для выбора конфигурации электрической сети нацелено на использование в учебном процессе (изучение алгоритма, прикладное решение транспортной задачи). Для реальной сети, в частности, необходимо учитывать требования по надежности (это может привести к более сложной конфигурации сети, включая появление кольцевых и сложнозамкнутых фрагментов).

Функция *linprog* ориентирована на поиск минимума функции при уравнениях ограничения «не больше» – согласно (3). Ее можно аналогично использовать и при поиске максимума и при ограничениях «не меньше» – тогда нужно поменять знаки у коэффициентов соответственно целевой функции и уравнениях ограничений. С помощью входного параметра *options* можно изменить дополнительные настройки функции. Задача ЛП в Matlab решается двумя способами: симплекс-метод (*Medium-Scale Algorithm*) и алгоритм внутренней точки (*Large-Scale Algorithm*). По умолчанию принят второй метод.

В пособии [4] аналогичные задачи решены в электронном процессоре MS Excel (при модификации симплекс-метода – распределительный метод, метод потенциалов). Результаты в этом случае будут получены идентичные. Выбор программного средства определяется в значительной мере требованиями к квалификации персонала и конкретной задачей. MS Excel нагляднее, построение модели (используя надстройку «*Поиск решения*») в этой программе проще. Matlab обладает большими функциональными возможностями, включая специализированные функции оптимизации. Возможна аналогичная организация вычислительного процесса и в MathCAD (в рамках блока *Given*).

Заключение. Показана возможность применения функций Matlab для решения задач линейного программирования. В качестве примера решена задача выбора оптимальной конфигурации электрической сети, соответствующей минимуму затрат на передачу электроэнергии (частный случай транспортной задачи). Аналогичный подход может использоваться в учебном процессе для широкого круга задач оптимизации в технике и экономике.

1. Список литературы

2. Банди Б. Основы линейного программирования / Б. Банди. – М.: Радио и связь, 1988. – 128 с.

3. Ивашкова О.В. Новый подход к задачам оптимизации технических систем / О.В. Ивашкова, Л.Г. Ионова, А.С. Исаев // Фёдоровские чтения – 2021: LI межд. научн.-практ. конф. с элементами научной школы (Москва, 17–19 ноября 2021 г.). – М.: Издательский дом МЭИ, 2021. – С. 39–45. EDN ZCJIVG

4. Канторович Л.В. Математические методы организации и планирования производства / Л.В. Канторович. – Л.: Изд. ЛГУ, 1939. – 68 с. EDN ZIGTUB

5. Костин В.Н. Оптимизационные задачи электроэнергетики: учебное пособие / В.Н. Костин. – СПб.: СЗТУ, 2003. – 120 с.

6. Кошкин Б.П. О многокритериальной транспортной задаче / Б.П. Кошкин, С.И. Носков, В.А. Оленцевич [и др.] // Фундаментальные исследования. – 2017. – №7. – С. 35–38. EDN ZBMZWT

7. Сахаров В.В. Автоматизация поиска оптимальных маршрутов и грузовых потоков в транспортных сетях средствами целочисленного линейного программирования / В.В. Сахаров, И.А. Сикарев, А.А. Чертков // Вестник государственного университета морского и речного флота им.

Адмирала С.О. Макарова. – 2018. – Т. 10. №3. – С. 647–657. DOI 10.21821/2309-5180-2018-10-3-647-657. EDN UTPDIL

8. Щетинина Н.В. Метод Эгервари / Н.В. Щетинина // Проблемы и перспективы внедрения инновационных телекоммуникационных технологий: сборник мат. VIII межд. научн.-практ. конф. – Оренбург, 2022. – С. 339–355. EDN VNEYCO