

Сапегин Владимир Андреевич

аспирант

ФГБОУ ВО «Армавирский государственный
педагогический университет»

г. Армавир, Краснодарский край

учитель

МБОУ «СОШ №14 им. А.И. Покрышкина»

ст. Кавказская, Краснодарский край

Научный руководитель

Смыковская Татьяна Константиновна

д-р пед. наук, профессор, профессор

ФГБОУ ВО «Волгоградский государственный
социально-педагогический университет»

г. Волгоград, Волгоградская область

DOI 10.31483/r-107956

ТИПОЛОГИЯ РАЗНОУРОВНЕВЫХ ПРЕДМЕТНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ИНЖЕНЕРНО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО КЛАССА

Аннотация: в статье рассматриваются стандартные математические задачи для инженерно-математического класса. Автор приводит и дает описание предметных задач, опирающихся на наличие связи между условием и требованием. Выделяются стандартные задачи для трехуровневых групп, сформированных по математической подготовке. Показаны критерии стандартных предметных задач для уровневой группы А – с явной связью между условием и требованием, для группы Б – с явной связью между условием и требованием, имеющие дополнительные требования, для группы В – с неявной связью между условием и требованием. Составленная автором типология предметных задач иллюстрируется примерами по теме «Иррациональные уравнения и иррациональные уравнения с параметрами».

Ключевые слова: предметная задача, типология разноуровневых задач, стандартные задачи, иррациональные уравнения, инженерно-математический класс.

Инженерно-математический класс в системе среднего образования привлекает внимание не только отечественных учёных, методистов, учителей-практиков. Это обусловлено рядом обстоятельств (О.Н. Васильева, Н.В. Коновалова, Л.А. Мамыкина, М.Ф. Шлык и др.): 1) недостаточная инженерная подготовка у старшеклассников; 2) несоответствие подходов к обучению математике в инженерно-математическом классе и требованиями общества; 3) недостаточная вовлеченность обучающихся в учебный процесс; 4) отсутствие интереса у школьников к изучению математики; 5) недостаточная преемственность между школьным и вузовским образованием. Мы отмечаем, что для решения некоторых из них необходимо создавать план решения. В свою очередь, в рамках данной статьи представим типологию предметных задач для инженерно-математического класса.

В отечественных и зарубежных исследованиях существует множество подходов к определению понятия «задача». В.М. Глушков, С.Л. Рубинштейн понимают задачу как ситуацию. Сторонники первого подхода отмечают, что термин «задача» используется для обозначения ситуации, которая включает не только цель, но и условия, необходимые для её достижения. Существует и другая позиция на понимание «задачи», которой придерживается О.К. Тихомирова, утверждающая, что задача понимается как цель, заданная в определенных условиях. Исследователи Л.Л. Гурова [4], А.Я. Цукарь [9] отмечают, что задача понимается как объект мыслительной деятельности. Существует четвертая позиция, в рамках которой Г.А. Балл [2], Ю.М. Колягин [5], В.И. Крупич [6], Л.М. Фридман [8] задачу рассматривают как систему. Мы придерживаемся того, что «задача – это система, обязательными компонентами которой являются: а) предмет задачи, находящийся в исходном состоянии; б) модель требуемого состояния предмета задачи» [2]. В рамках данной статьи задача, «предметная задача» и «математическая задача» будут эквивалентными.

Отмечаем, что многие исследователи (Г.М. Серегин [7] и др.) структуру задачи представляют следующим образом: условие (У), обоснование (О), решение (Р), заключение (З). Многие авторы, придерживаясь данной позиции, дополняют приведенную структуру. Один из таких исследователей А.А. Аксёнов, который рассматривает информационную структуру задачи следующим образом: А – условие; В – требование, Е – искомое в задаче; С – базис решения задачи; D – способ, определяющий процесс решения задачи; R – основное отношение в отношениях между данными и искомыми в задаче. Мы придерживаемся приведенной позиции [1].

Ю.М. Колягин [5] выделяет следующие типы задач: стандартные, обучающие, проблемные. Критерием данной классификации является наличие и известность компонентов задачи. Отмечаем, что выделяют задачи по типу мышления в процессе их решения: алгоритмические, полуалгоритмические, полуэвристические и эвристические. Авторы школьных учебников по математике рассматривают математическое содержание (арифметическое, алгебраическое, геометрическое, тригонометрическое) как основу классификации задач. Однако Л.М. Фридман [8] выделяет стандартные задачи, для решения которых существуют готовые правила и алгоритмы поиска и решения задач. Мы являемся сторонниками данной позиции и отмечаем, что при обучении математике систематически используются стандартные предметные задачи. В настоящее время актуальным является использование дифференциации при обучении математике. Нами разработаны стандартные математические задачи для трехуровневых групп (А, Б, В) обучающихся одного класса. Уровневые группы будут сформированы на основании математической подготовки.

Экспериментальным путем нами было установлено, что при обучении математике учащихся инженерно-математического класса чаще всего используются следующие типы стандартных математических задач:

– стандартные предметные задачи с явной связью между условием и требованием (группа А);

– стандартные предметные задачи с явной связью между условием и требованием, при этом имеющие дополнительные требования (группа Б);

– стандартные предметные задачи с неявной связью между условием и требованием (группа В).

Под стандартной предметной задачей с явной связью между условием и требованием мы будем понимать систему данных и искомым с их свойствами и отношениями, обязательными компонентами которой являются условие и требование задачи, при наличии явной связи между ними. Экспериментальным путем нами были выделены критерии (К₁-К₃) стандартных предметных задач с явной связью между условием и требованием:

– условие задачи представлено в стандартном виде (символьная запись уравнения) (К₁);

– в соответствии с требованием задачи имеется готовый алгоритм или правило под приведенное условие (К₂);

– требование задачи представлено следующим образом: найдите количество корней уравнения; найдите корни уравнения; решите уравнение и т. д. (К₃).

В таблице 1 приведен пример стандартных задач с явными связями между условием и требованием (тема «Иррациональные уравнения») для уровневой группы А.

Таблица 1

Стандартные предметные задачи с явными связями
между условием и требованием

№ n/n	Содержание задачи	Критерии стандартных предметных задач
1	Решите уравнение: $\sqrt{10-3x} = -x$.	К ₁ : $\sqrt{10-3x} = -x$ К ₂ : проверка наличия готового алгоритма решения $\sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g^2(x) \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$ К ₃ : решение уравнения по типовому алгоритму

2	Найдите корни уравнения: $\sqrt{x-5} - \sqrt{9-x} = 1$.	$K_1: \sqrt{x-5} - \sqrt{9-x} = 1$ $K_2: \text{проверка наличия готового алгоритма решения}$ $\sqrt{f(x)} - \sqrt{g(x)} = \varphi(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} (\sqrt{f(x)} - \sqrt{g(x)})^2 = \varphi^2(x) \end{cases}$ $K_3: \text{нахождение корней уравнения}$
3	При каких значениях параметра a уравнение $\sqrt{4x - x^2 - 3} = x - a$ имеет единственное решение?	$K_1: \sqrt{4x - x^2 - 3} = x - a$ $K_2: \text{проверка наличия готового алгоритма решения}$ $\sqrt{f(x)} = g(x, a) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x, a) \geq 0 \\ (\sqrt{f(x)})^2 = g^2(x, a) \end{cases}$ $K_3: \text{установление того, при каких } a \text{ уравнение имеет единственное решение}$

Под стандартной предметной задачей с дополнительным условием мы будем понимать систему данных и искомого с их свойствами и отношениями, обязательными компонентами которой являются условия и требования задачи, а также в которой имеются дополнительные требования, необходимые для решения задачи.

Экспериментальным путем нами было установлено, что для стандартных предметных задач с явной связью между условием и требованием, а также наличием дополнительных требований выполняются критерии (K_1 - K_3), а также выделен критерий K_4 :

– дополнительное требование представлено следующим образом: выполните арифметические операции над найденными корнями уравнений, решите уравнение определенным методом и др.

В таблице 2 приведены примеры стандартных предметных задач с явной связью между условием и требованием, имеющие дополнительные требования (для уровневой группы Б).

Таблица 2

Стандартные предметные задачи с явной связью между условием и требованием, имеющие дополнительные условия

№ n/n	Содержание задачи	Критерии стандартных предметных задач
1	Найдите произведение корней уравнения: $\sqrt{5x-1} - \sqrt{3x-2} = \sqrt{x-1}$.	К ₁ : $\sqrt{5x-1} - \sqrt{3x-2} = \sqrt{x-1}$ К ₂ : проверка наличия готового алгоритма решения $\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)} = \sqrt{q(x)}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ q(x) \geq 0 \\ (\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)})^2 = (\sqrt{q(x)})^2 \end{cases}$ К ₃ : решение уравнения К ₄ : нахождение произведения корней уравнения
2	Решите функционально-графическим методом уравнение: $\sqrt{2x^2 + 5x + 4} = 2x + 2$.	К ₁ : $\sqrt{2x^2 + 5x + 4} = 2x + 2$ К ₂ : наличие готового алгоритма решения уравнения функционально-графическим методом К ₃ : нахождение корней уравнения К ₄ : решение уравнения указанным преподавателем (или в задании) методом
3	Найдите все значения a , для которых при каждом x из промежутка $[1; 4)$ значение выражения значение выражения $x - \sqrt{x} - 1$ не равно значению выражения $a\sqrt{x}$ [4, с. 271].	К ₁ : $x - \sqrt{x} - 1 \neq a\sqrt{x}$ К ₂ : наличие готового алгоритма решения: решение иррационального уравнения при всех значениях параметра a К ₃ : нахождение всех значений параметра a К ₄ : установление наличия значений параметра a , при которых $x \in [1; 4)$

Под стандартной предметной задачей с неявной связью между условием и требованием мы будем понимать систему данных и искомого с их свойствами и отношениями, обязательными компонентами которой являются условие и требование задачи, при наличии неявной связи между ними. Экспериментальным путем нами было установлено, что для стандартных предметных задач с неявной связью между условием и требованием, а также выполняются критерии (К₁-К₂), а также выделен критерий К₅:

- в условии задачи известные элементы представлены таким образом, чтобы была возможность использовать алгоритм для решения задачи.

В таблице 3 приведен пример стандартных задач с неявными связями между условием и требованием для уровневой группы В.

Таблица 3

Стандартные предметные задачи с неявной связью между условием и требованием

№ n/n	Содержание	Критерии стандартных предметных задач
1	Найдите координаты пересечения графиков функций $y = \sqrt{x^2 + 5x}$ и $y = x^2 - x$.	К ₁ : $y = \sqrt{x^2 + 5x}$ и $y = x^2 - x$ К ₂ : нахождение координат точек пересечения графиков функций К ₅ : решение уравнения $\sqrt{x^2 + 5x} = x^2 - x$
2	Найдите значения параметра a , при которых $y = \sqrt{2x + a}$ и $y = 2x - 1$ имеют единственную точку пересечения.	К ₁ : $y = \sqrt{2x + a}$ и $y = -x - 1$ К ₂ : нахождение значений параметра a , при котором единственная точка пересечения К ₅ : решение уравнения $\sqrt{2x + a} = -x - 1$

Отметим, что представленные стандартные предметные задачи для уровневой группы В имеют неявные связи между условием и требованием, заключающиеся в составлении уравнений при решении задач, решении уравнений при нахождении точек пересечения графиков функций.

Таким образом, в статье представлена типология разноуровневых предметных задач с различными условиями. Для обучения математике в инженерно-математическом классе мы выделили и охарактеризовали стандартные математические задачи с явными и неявными связями между условиями и требованиями, а также дополнительными требованиями. Показали особенность применения данной типологии предметных задач для трехуровневых групп на примере темы «Иррациональные уравнения и иррациональные уравнения с параметрами».

Список литературы

1. Аксёнов А.А. Виды школьных математических задач / А.А. Аксёнов // Ученые записки ОГУ. Серия: Гуманитарные и социальные науки. – 2018. – №3 (80). – С. 186–191 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/vidy-shkolnyh-matematicheskikh-zadach> (дата обращения: 26.02.2023).

2. Балл Г.А. Теория учебных задач: психолого-педагогический аспект / Г.А. Балл. – М.: Педагогика, 1990. – 184 с.

3. Высоцкий В.С. Задачи с параметрами при подготовке к ЕГЭ / В.С. Высоцкий. – М.: Научный мир, 2011. – 316 с. EDN QJYJCS
4. Гурова Л.Л. Психологический анализ решения задач / Л.Л. Гурова. – Воронеж: Изд-во Воронежского университета, 1976. – 321 с.
5. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике. Ч. 1 / Ю.М. Колягин. – М.: Просвещение, 1977. – 110 с.
6. Крупич В.И. Теоретические основы обучения решению школьных математических задач / В.И. Крупич. – М.: Прометей, 1995. – 210 с.
7. Серегин Г.М. Типология школьных математических задач / Г.М. Серегин // Сибирский учитель. – 2021. – №5 (138). – С. 40–47 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.sibuch.ru/sites/default/files/pdf_143. (дата обращения: 17.05.2023). EDN OZMYQE
8. Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе: Учителю математики о педагогической психологии / Л.М. Фридман. – М.: Просвещение, 1983. – 160 с.
9. Цукарь А.Я. Метод взаимно обратных задач в обучении математике: метод. рекомендации / А.Я. Цукарь; под. ред. Л.А. Фадына, М.И. Тененбаум; Новосиб. обл. ин-т усовершенств. учителей. – Новосибирск: Наука: Сиб. отд-ние, 1989. – 36 с.