

Поморцева Светлана Владимировна

канд. пед. наук, доцент

ФГБОУ ВО «Омский государственный
педагогический университет»

г. Омск, Омская область

DOI 10.31483/r-108622

ГРАФИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ НА ОТРЕЗКАХ В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКЕ УЧИТЕЛЯ НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЫ

Аннотация: в статье обосновывается необходимость освоения будущими учителями начальной школы графического моделирования, которое является обязательным компонентом общего умения решать текстовые задачи. Подчеркивается целесообразность графического моделирования текстовых задач на отрезках. Указываются требования и приведены этапы построения схемы текстовой задачи на отрезках. Перечислены виды практических упражнений по графическому моделированию текстовых задач на отрезках в учебниках по математике для начальной школы. Приведены результаты экспериментального исследования освоения графического моделирования текстовых задач на отрезках младшими школьниками и студентами-первокурсниками, обучающимися по профилю «Начальное образование». Предложено содержание и указаны требования к математической подготовке будущих учителей начальной школы по графическому моделированию текстовых задач на отрезках.

Ключевые слова: модель, моделирование, графическое моделирование, схема текстовой задачи, этапы построения схемы на отрезках.

В современной начальной школе обязательным компонентом деятельности учащихся в процессе решения текстовых задач является моделирование зависимостей между её данными и искомым, в том числе, с использованием геометрических образов.

В философском словаре модель определяется как «объект-заместитель, который в определенных условиях может заменять объект-оригинал, воспроизводя интересующие свойства и характеристики оригинала» [3, с. 639].

Результатами многочисленных исследований известных методистов Н.Г. Салминой, Л.Ш. Левенберга, Н.Б. Истоминой, А.В. Белошистой, Л.Г. Петерсон, С.Е. Царевой, С.А. Зайцевой, Н.А. Матвеевой, А.Л. Чекина доказано, что моделирование как процесс построения или использования уже построенной модели текстовой задачи (например, рисунка, схемы, словесной краткой записи, чертежа, таблицы) позволяет, абстрагируясь от второстепенной сюжетной информации, наиболее наглядно представить зачастую скрытую взаимосвязь между компонентами ее структуры, облегчает перевод текста на формальный математический язык и последующий выбор необходимых для решения арифметических действий.

Еще в 1978 году Л.Ш. Левенберг подчеркивал, что «рисунки, схемы и чертежи не только помогают учащимся в сознательном выявлении скрытых зависимостей между величинами, но и побуждают активно мыслить, искать наиболее рациональные пути решения задач, помогают не только усваивать знания, но и овладевать умением применять их» [2, с. 4].

Схемой текстовой задачи условимся считать графическое изображение объектов, о которых идет речь в задаче, и их взаимосвязей между собой при помощи геометрических фигур без соблюдения масштаба.

Схему задачи, построенную с помощью отрезков, называют так же схематическим чертежом (УМК «Школа России») или дуговой схемой (УМК «Перспективная начальная школа»).

Вводить такие схемы в учебную деятельность младших школьников целесообразно с опорой на ранее освоенные виды моделей. Так, в начальном курсе математики УМК «Школа России» (авторы М.И. Моро, С.И. Волкова, С.В. Степанова) с графическим моделированием задачи в виде схематического чертежа (схемы) на отрезке дети знакомятся во 2 классе с опорой на уже освоенную словесную краткую запись этой задачи.

В качестве примера выполним графическое моделирование следующей задачи.

На клумбе растет 6 белых и 4 красных тюльпанов. Дети полили 8 тюльпанов. Сколько тюльпанов им осталось полить?

Анализируя условие задачи, можно отметить следующее:

– с одной стороны, общее число тюльпанов на клумбе состоит из двух частей: число белых тюльпанов и число красных тюльпанов.

Изобразим общее число тюльпанов на клумбе отрезком произвольной длины и разобьем его на две части (белые и красные тюльпаны). Каждую из частей выделим дугой, над которой запишем соответствующее число тюльпанов (рис. 1).

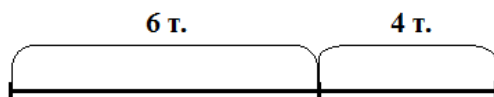


Рис. 1

– с другой стороны, общее число тюльпанов на клумбе состоит из двух других частей: число политых тюльпанов и число не политых тюльпанов.

Разобьем отрезок, изображающий общее число тюльпанов, на две части (политые и не политые тюльпаны), аналогичным образом выделив дугой каждую часть и указав соответствующее число тюльпанов (рис. 2). Неизвестное число не политых тюльпанов отметим знаком «?». Для удобства построения выполним разбиение в нижней полуплоскости относительно отрезка.

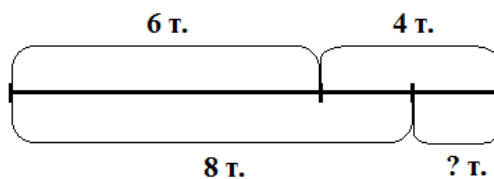


Рис. 2

А.В. Белошистая считает, что «выполненная средствами графики такая модель позволяет ученику подняться на достаточно высокую ступеньку абстрактности – никаких соотношений, кроме количественных, эта схема не отражает, все второстепенные детали опущены, выбор действия производится только исходя из логики происходящих изменений» [1, с. 339].

Так, используя схему, представленную на рисунке 2, легко выбрать необходимые действия для нахождения искомого: из общего числа тюльпанов на клумбе следует вычесть число политых тюльпанов: $(6 + 4) - 8$.

В учебниках и рабочих тетрадях по математике современных образовательных систем для начальной школы предлагается обширная система практических упражнений, направленных на формирование у младших школьников умения графического моделирования текстовых задач на отрезках, которая предполагает работу как с частично или полностью построенными схемами на отрезках, так и их построение (табл. 1).

Таблица 1

Виды заданий на графическое моделирование текстовых задач на отрезках в учебниках и рабочих тетрадях по математике для начальной школы

| № | Виды заданий | Содержание заданий |
|----|---------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. | Использование построенной схемы на отрезках | <ul style="list-style-type: none"> – объясни, как построена схема – реши задачу по построенной схеме – выбери схему к задаче – выбери задачу, соответствующую схеме – выбери схему к задаче, обратной данной – найди ошибки на схеме – составь задачу по построенной схеме – сравни схемы – объясни решение задачи по построенной схеме |
| 2. | Достраивание схемы на отрезках | <ul style="list-style-type: none"> – дополни /заполни схему числами – закончи схему и реши задачу |
| 3. | Построение схемы на отрезках | <ul style="list-style-type: none"> – построй схему на отрезках и реши задачу |

Как видно, преобладают задания на работу с построенной схемой на отрезках.

Однако, несмотря на достаточную разработанность и освещенность в учебно-методической литературе, проблема обучения младших школьников графическому моделированию текстовых задач на отрезках в настоящее время не является решенной полностью.

Результаты экспериментального исследования по выяснению сформированности умения моделировать текстовые задачи на отрезках, проведенного на

базе начального звена трех школ города Омска с учащимися 4 классов, обучающимися по различным программам («Школа России», «Перспективная начальная школа», «Перспектива») показали, что большинство (73%) школьников правильно используют построенную схему текстовой задачи на отрезках. Достроить частично построенную схему смогли 45% обучающихся. С построением схемы на отрезках простой текстовой задачи справились 20% школьников, составной задачи – только 12% детей. Хотя при этом большинство из них верно решили задачу, для которой требовалось построить схему. Более высокую успешность выполнения заданий теста при этом продемонстрировали обучающиеся по программе «Школа России».

На наш взгляд, такие низкие результаты обусловлены отсутствием систематической, распределенной на длительные промежутки времени работы с детьми по графическому моделированию текстовых задач на отрезках. Учитель, стремясь к свертыванию основных этапов процесса решения, экономя учебное время, зачастую, ставит в качестве главной цели лишь получение правильного ответа. Итоговые проверочные работы так же оцениваются, исходя только из получения верного ответа, не требуют построения какой-либо модели задачи кроме её решения.

Подобный подход приводит к недостаточной сформированности у младших школьников умения графического моделирования, которое является обязательной составляющей общего умения решать текстовые задачи, что отрицательно сказывается на дальнейшем изучении математики. Приходя в 5 класс, вчерашние четвероклассники сталкиваются с более сложными текстовыми задачами: увеличивается число объектов в задаче, соответственно растет число и изменяется качество взаимосвязей между ними. Без схемы, наглядно демонстрирующей соотношения между данными и искомыми, становится труднее не только выбрать необходимую последовательность арифметических действий для решения, но даже и первое действие. Дети не понимают, с чего начать. Хотя на уроках математики в среднем звене школы продолжается работа по графическому моделированию текстовых задач, в том числе, на отрезках, посте-

пенно к 9 классу школьники осваивают и начинают предпочитать алгебраический метод решения текстовой задачи (составлением и решением уравнения). Арифметический метод решения (по действиям) для большинства обучающихся становится недоступным.

В апреле 2023 года было проведено тестирование студентов-первокурсников, обучающихся по профилю «Начальное образование», которое показало, что большинство из них испытывают значительные затруднения при графическом моделировании текстовых задач на отрезках (результаты тестирования представлены в таблице 2).

Таблица 2

Сформированность умения графического моделирования текстовых задач на отрезках у студентов-первокурсников

| № | Умения графического моделирования текстовых задач | Успешность освоения умений |
|----|---------------------------------------------------|----------------------------|
| 1. | Использование построенной схемы на отрезках: | |
| | – простой текстовой задачи | 92% |
| | – составной текстовой задачи | 85% |
| 2. | Достраивание схемы на отрезках: | |
| | – простой текстовой задачи | 90% |
| | – составной текстовой задачи | 76% |
| 3. | Построение схемы на отрезках: | |
| | – простой текстовой задачи | 50% |
| | – составной текстовой задачи | 23% |

Таким образом, оказалось, что многие первокурсники достаточно успешно используют полностью или частично построенные схемы, но не умеют самостоятельно строить схемы текстовых задач (особенно, составных) на отрезках. Хотя необходимость освоения этого умения будущими учителями начальной школы очевидна.

Устранение выявленного противоречия потребовало более детальной систематической работы со студентами по графическому моделированию текстовых задач в рамках дисциплины «Математика и информатика».

Прежде всего, необходимо познакомить их с требованиями к графическим моделям текстовых задач. В частности, чтобы в максимальной степени способствовать решению задачи схема должна:

- 1) строиться на основе анализа текста задачи и содержать лишь те числовые данные, которые в нем присутствуют;
- 2) фиксировать численные значения только однородных величин, о которых говорится в задаче;
- 3) отражать численные значения величин всех объектов задачи, а не только того объекта, численное значение величины которого является искомым;
- 4) быть лаконичной (содержать минимальное необходимое количество условных обозначений) и четкой;
- 5) наглядно и корректно представлять условие и требование задачи, облегчая поиск её решения.

Студенты должны усвоить «язык» таких схем, предполагающий изображение численных значений величин объектов моделируемой задачи и фиксацию отношений между ними с помощью отрезков. Задачи на целое и его части моделируются на одном отрезке, задачи на увеличение (уменьшение) на несколько единиц или в несколько раз – на параллельных отрезках.

Длины используемых отрезков произвольны и отражают только отношения между данными и искомым (большей величине соответствует отрезок большей длины и наоборот), а численное их значение записывается рядом с отрезком. Нахождение искомого сводится к выполнению соответствующих арифметических действий над указанными на схеме числами.

Кроме отрезков возможно использование специальных скобок: фигурной скобки – «всего», скобки разностного/ кратного сравнения – «на... (в... раз) больше/меньше».

Будущим учителям необходимо придерживаться четкой последовательности этапов графического моделирования, предложенных Н.Г. Салминой [4, с. 93]. Проиллюстрируем их содержание на примере построения схемы на отрезках для следующей задачи.

Площадь кухни в 3 раза меньше, площади гостиной, поэтому для ремонта пола кухни потребовалось на 24 м^2 линолеума меньше, чем для гостиной. Какова площадь кухни?

На первом этапе осуществляется предварительный анализ текста задачи: выделяются её объекты, их известные и искомые величины, отношения между ними, промежуточные и основные вопросы.

Объекты задачи: кухня, гостиная.

Площади этих комнат неизвестны, но известны отношения между ними:

– площадь кухни в 3 раза меньше площади гостиной;

– площадь кухни на 24 м^2 меньше площади гостиной.

Искомое – площадь кухни.

Второй этап моделирования предполагает перевод текста задачи на знаково-символический язык – построение схемы: изображение объектов задачи и отношений между их величинами с помощью отрезков; неизвестные величины отмечаются знаком «?».

Изобразим площадь кухни отрезком «Кухня» произвольной длины. Выделим построенный отрезок дугой, над которой подпишем «? м^2 », так как площадь кухни неизвестна.

Площадь кухни в 3 раза меньше площади гостиной. Значит, площадь гостиной в 3 раза больше площади кухни. Поэтому, чтобы изобразить площадь гостиной, следует отложить 3 таких же отрезка, как отрезок «Кухня». Левые концы отрезков «Кухня» и «Гостиная» должны находиться четко друг под другом.

Выделим на схеме дугой разницу площадей рассматриваемых комнат. Для этого проведем вертикальную пунктирную линию через правый конец отрезка «Кухня» до пересечения с отрезком «Гостиная». Отрезок «Гостиная» окажется разбитым на две части, первая из которых равна отрезку «Кухня», а вторая часть иллюстрирует разницу площадей этих комнат. Подпишем значение разницы – 24 м^2 . Итоговый вид схемы представлен на рисунке 3.

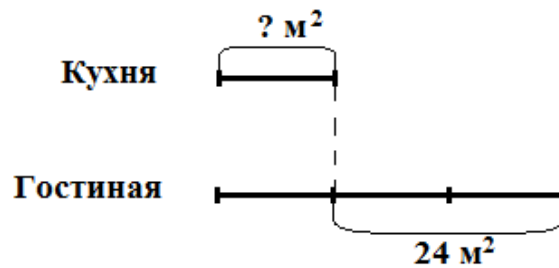


Рис. 3

На третьем этапе на основе анализа схемы выполняется решение задачи.

По схеме видно, что 2 одинаковых части (каждая из них равна площади кухни) составляют 24 м^2 . Поэтому найти площадь кухни можно с помощью деления: $24 : 2 = 12 \text{ (м}^2\text{)}$.

На четвертом (заключительном) этапе результаты, полученные на модели, соотносятся с текстом. Производится оценка правильности решения: «встраивание» найденного ответа в схему с целью проверки отсутствия его противоречия с условием задачи.

Внесем полученное значение площади кухни 12 м^2 на схему (рис. 4) и выясним, появились ли противоречия с текстом задачи.

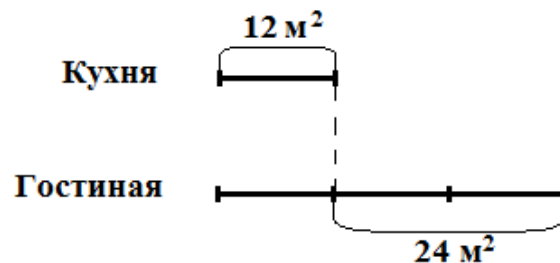


Рис. 4

Пусть площадь кухни 12 м^2 . Она в 3 раза меньше, площади гостиной. Поэтому $12 \cdot 3 = 36 \text{ (м}^2\text{)}$ – площадь гостиной. Найдем, на сколько меньше линолеума потребовалось для ремонта пола кухни, чем для гостиной:

$$36 - 12 = 24 \text{ (м}^2\text{)} - \text{соответствует условию задачи.}$$

Так как никаких противоречий не выявлено, можно сделать вывод, что площадь кухни 12 м^2 найдена правильно.

Закрепление умений графического моделирования текстовых задач на отрезках у студентов осуществляется посредством работы над практическими упражнениями всех видов, указанных в таблице 1.

В результате обучения студенты должны:

- знать требования к графическим моделям текстовых задач;
- правильно использовать «язык» схем на отрезках;
- выбирать схему, соответствующую задаче, а также задачу, соответствующую указанной схеме, находить ошибки, достраивать частично построенную схему текстовой задачи на отрезках;
- строить схемы на отрезках простых и составных текстовых задач, сформулированных как в прямой, так и в косвенной формах, согласно указанным этапам графического моделирования.

По нашему мнению, представленное содержание математической подготовки студентов, обучающихся по профилю «Начальное образование», обеспечит необходимую основу их будущей успешной работы по формированию у младших школьников умения графического моделирования текстовых задач на отрезках.

Список литературы

1. Белошистая А.В. Методика обучения математике в начальной школе: курс лекций: учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по спец. «Педагогика и методика начального образования» / А.В. Белошистая. – М.: ВЛАДОС, 2021. – 455 с.
2. Левенберг Л.Ш. Рисунки, схемы и чертежи в начальном курсе математики. Из опыта работы / Л.Ш. Левенберг; под общ. ред. М.И. Моро. – М.: Просвещение, 1978. – 126 с.
3. Новейший философский словарь / сост. и гл. ред. А. А. Грицанов. – 2-е изд., перераб. и доп. – Минск: Изд. В.М. Скакун, 1999. – 896 с.
4. Салмина Н.Г. Знак и символ в обучении / Н.Г. Салмина. – М.: Изд-во Московского университета, 1988. – 288 с.