Курдубова Варвара Вениаминовна
канд. пед. наук, доцент
ФГКВОУ ВО «Военная орденов Жукова и Ленина Краснознаменная академия связи им. Маршала Советского Союза С.М. Буденного» Министерства обороны Российской Федерации
г. Санкт-Петербург

ПРИКЛАДНЫЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНО ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ В ВЫСШЕЙ ВОЕННОЙ ШКОЛЕ. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ

Аннотация: *в статье представлены прикладные профессионально ориентированные задачи, решаемые при помощи геометрической вероятности в пространствах различных размерностей. Предложены задачи, связанные с реальными военно-профессиональными ситуациями: определением зон воздействия, вычислением вероятностей попадания, пространственным размещением объектов.*

Ключевые слова: *профессионально ориентированные задачи, теория вероятностей, геометрическая вероятность, военное дело, военная образовательная организация высшего образования.*

Обучение курсантов современной высшей военной школы теоретическим основам и прикладным аспектам теории вероятностей представляет собой значимую часть подготовки будущих военных специалистов. Владение методами теории вероятностей позволяет офицерам моделировать сценарии боевых операций и разрабатывать стратегии, проводить анализ данных разведки, оптимизировать распределение ресурсов, оценивать надёжность техники и прогнозировать возможные отказы систем – то есть оценивать риски и принимать обоснованные решения в условиях неопределённости. Таким образом, обучение теории вероятностей является неотъемлемой частью подготовки военных специалистов, необходимой для успешного выполнения их обязанностей в современном мире.

Данная статья продолжает ряд исследований [3; 4; 9 и др.], в которых предлагаются к рассмотрению задачи, связанные с применением высшей математики в военной сфере. Ниже будут рассмотрены разработанные автором прикладные военно-профессиональные задачи, решение которых осуществляется при помощи такого инструмента теории вероятностей, как *геометрическая вероятность* – метод определения значения вероятности события в случаях с бесконечным числом исходов, когда вероятность рассматривается через отношение меры благоприятствующих исходов к мере всех возможных исходов, представляющих собой геометрические фигуры (длины, площади, объемы). В военном деле геометрическая вероятность используется для решения ряда задач, связанных с определением зон воздействия, точностями попадания, пространственным размещением объектов [5; 8 и др.].

Напомним основные понятия и формулы, применяемые при решении задач с использованием определения геометрической вероятности [1; 2; 6; 7 и др.]

Рассмотрим некоторую область Ω на плоскости или в пространстве и другую область $D \in \Omega$. Требуется найти вероятность попадания случайной точки в область D (событие A). Результатом опыта считается случайное положение точки в области, при этом любое положение точки в этой области считается равновозможным. Тогда вероятностью события A называется отношение меры области D $(mes\ D)$ к мере области Ω ($mes\ \Omega$):

$$P(A) = \frac{mes\ D}{mes\ \Omega}$$

Одномерный случай

Пусть отрезок l составляет часть отрезка L. На отрезок L наудачу поставлена точка. Это означает выполнение следующих условий: поставленная точка может оказаться в любой точке отрезка L, вероятность попадания точки на отрезок l пропорциональна длине этого отрезка и не зависит от его расположения относительно отрезка L. В этих предположениях вероятность попадания точки на отрезок l определяется равенством

$$P(A) = \frac{\text{длина } l}{\text{длина } L} \qquad (1)$$

Двумерный случай

Пусть плоская фигура s составляет часть плоской фигуры S. На фигуру S наудачу брошена точка. Это означает выполнение следующих предположений: брошенная точка может оказаться в любой точке фигуры S, вероятность попадания брошенной точки на фигуру s пропорциональна площади этой фигуры и не зависит ни от ее расположения относительно S, ни от формы s. В этих предположениях вероятность попадания точки в фигуру s определяется равенством

$$P(A) = \frac{\text{площадь } s}{\text{площадь } S} \tag{2}$$

Трехмерный случай

Пусть пространственная область v составляет часть пространственной области V. На область V наудачу брошена точка. Это означает выполнение следующих предположений: брошенная точка может оказаться в любой точке области V, вероятность попадания брошенной точки в область v пропорциональна объему этой области и не зависит ни от ее расположения относительно V, ни от формы v. В этих предположениях вероятность попадания точки в область v определяется равенством

$$P(A) = \frac{\text{объем } v}{\text{объем } V} \tag{3}$$

Типовая задача 1. На отрезке L длины 100 см помещен меньший отрезок l длины 10 см. Найти вероятность того, что точка, наудачу поставленная на больший отрезок, попадет также и на меньший отрезок. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения.

Решение. Событие A – точка, наудачу поставленная на больший отрезок, попадет и на меньший отрезок. Искомую вероятность найдем по формуле (1)

$$P(A) = \frac{\text{длина } l}{\text{длина } L}$$

$$P(A) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0{,}1.$$

Типовая задача 2. В круг вписан квадрат. В круг наудачу бросается точка. Какова вероятность того, что точка попадет в квадрат?

Решение. Пусть R – радиус круга, a – сторона вписанного квадрата, событие A – попадание точки в квадрат, S – площадь круга, s – площадь вписанного квадрата.

Так как площадь круга $S = \pi R^2$. Сторона вписанного квадрата через радиус описанной окружности выражается формулой $a = \sqrt{2}R$, поэтому площадь квадрата $s = 2R^2$.

Искомую вероятность находим по формуле (2)

$$P(A) = \frac{\text{площадь квадрата}}{\text{площадь круга}} = \frac{s}{S}$$

$$P(A) = \frac{2\mathrm{R}^2}{\pi R^2} = \frac{2}{\pi} \approx 0{,}637.$$

Типовая задача 3. В шар вписан куб. Точка наудачу зафиксирована в шаре. Найти вероятность того, что точка попадет в куб.

Решение. Пусть событие A – попадание точки в куб, R – радиус шара, a – ребро куба, V – объем шара, v – объем вписанного куба.

Известно, что $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, поскольку $v = a^3$ и $a = \frac{2R}{\sqrt{3}}$, то $v = \frac{8}{3\sqrt{3}}R^3$.

Искомую вероятность находим по формуле (3). $P(A) = \frac{v}{V}$, следовательно

$$P(A) = \frac{\frac{8}{3\sqrt{3}}R^3}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{2}{\pi\sqrt{3}} \approx 0{,}368.$$

Типовая задача 4 (*задача о встрече*). Два корабля должны подойти к одному и тому же причалу. Время прихода обоих кораблей независимо и равновозможно в течение данных суток. Определить вероятность того, что одному из кораблей придется ожидать освобождение причала, если время стоянки первого корабля один час, а второго – два часа.

Решение. Событие A – одному из кораблей придется ожидать освобождения причала. Пусть x и y – время прибытия кораблей. Возможные значения x и y: $0 \le x \le 24$, $0 \le y \le 24$. D – область возможных значений x и y (рис. 1), $S_D = 24^2$. Одному из кораблей придется ожидать освобождения причала, если $y\text{-}x \le 1, x\text{-}y \le 2$.

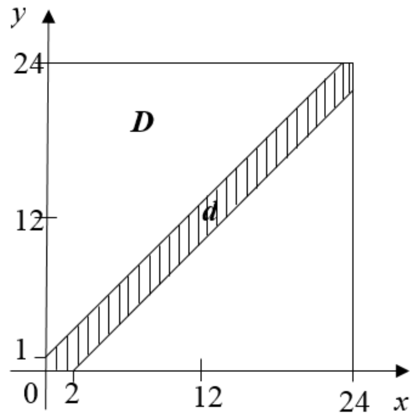

Рис. 1

Область d – область освобождения причала, заключена между прямыми x-$y = 2$ и y-$x = 1$, тогда по формуле (2) находим искомую вероятность:

$$P(A) = \frac{S_d}{S_D} = \frac{24^2 - \frac{1}{2}(22^2 + 23^2)}{24^2} =$$

$$= \frac{69{,}5}{576} \approx 0{,}121.$$

Приведем ниже задачи, решаемые с использованием формул геометрической вероятности. Условия задач сформулированы в рамках реальных профессиональных ситуаций.

Задача 1. Попадание артиллерийского снаряда в укреплённую зону.

Артиллерийский снаряд падает случайным образом в квадратное поле размером *100 м* × *100 м*. В центре поля расположена укреплённая зона радиусом *20 м*. Найти вероятность того, что снаряд попадёт в эту зону.

Задача 2. Зона поражения артиллерийского снаряда.

Артиллерийский снаряд разрывается в радиусе *10 м* от точки попадания. Если снаряд случайным образом падает на квадратное поле *100 м* × *100 м*, какова вероятность того, что он поразит круговую цель радиусом *15 м*, находящуюся в центре поля?

Задача 3. Попадание снайпера в движущуюся цель.

Снайпер целится в противника, который движется по дороге шириной *4 метра* внутри местности, имеющей размеры *50 м* × *50 м*. Пусть снайпер случайным образом производит выстрел в одном из направлений, а точка попадания распределена равномерно в пределах всей местности. Какова вероятность того, что пуля поразит дорогу?

Задача 4. Перехват ракеты системой ПВО.

Противоракетная система накрывает круглую область радиусом *50 км*. Вражеская ракета случайно выбирает точку входа в квадратное воздушное пространство размером *200 км* × *200 км*. Какова вероятность того, что она окажется в зоне действия ПВО?

Задача 5. Попадание вражеского дрона в зону наблюдения.

Радар контролирует круг радиусом *30 км*. Дрон входит в квадрат *100 км* × *100 км*. Какова вероятность, что он окажется в зоне радара?

Задача 6. Десантный сброс на остров.

Парашютисты сбрасываются с самолёта над квадратным островом *10 км* × *10 км*. Каждый из них приземляется в случайной точке. В центре острова есть база с зоной радиусом *2 км*. Какова вероятность, что десантник приземлится в пределах базы?

Задача 7. Вероятность незаметного проникновения.

Солдат пробирается через освещённое поле *100 м* × *100 м*. Лучи прожекторов создают освещённые круги радиусом *10 м*. Всего таких кругов 5. Какова вероятность, что солдат окажется в тени?

Задача 8. Укрытие под огнём.

Боец передвигается по полю *500 м* × *500 м* с разбросанными укрытиями – кругами радиусом *5 м*. Если таких укрытий *100,* какова вероятность, что случайная точка окажется в их зоне?

Задача 9. Попадание ракеты в корабль.

Ракета падает в случайную точку на прямоугольной морской поверхности *500 м* × *1000 м*. Корабль имеет размер *50 м* × *200 м*. Какова вероятность попадания?

Задача 10. Вероятность приземления дрона на авианосец.

Дрон садится в случайную точку в пределах авианосца, палуба которого имеет размер *300 м* × *50 м*. Однако безопасная зона для посадки составляет только *100 м* × *20 м*. Какова вероятность успешной посадки?

Задача 11. Попадание ракеты в вражеский бункер.

Ракета падает в случайную точку в пределах прямоугольника *200 м* × *500 м*. Бункер защищён бетонной стеной, оставляя открытую зону *50 м* × *100 м*. Какова вероятность, что ракета поразит открытую зону?

Задача 12. Минирование территории.

Инженеры случайным образом устанавливают *100 мин*, каждая из которых поражает область радиусом *2 м*, на квадратном поле *100 м* × *100 м*. Какова вероятность того, что случайная точка в этом поле окажется в зоне поражения *хотя бы одной из мин*?

Задача 13. Выживание разведчика в минном поле.

Разведчик должен пройти через минное поле *1 км* × *1 км*, в котором случайно размещены *200 мин* радиусом *1 м* каждая. Какова вероятность, что он наступит на мину, если его путь – прямая линия длиной *1 км* через поле?

Задача 14. Взрыв мины в окопе.

Мина взрывается в радиусе *5 м*. Окоп представляет собой полосу *100 м* × *2 м* в случайном месте квадратного поля *200 м* × *200 м*. Какова вероятность, что взрыв затронет окоп?

Задача 15. Минирование стратегического объекта.

Военные инженеры минируют прямоугольный мост длиной *80 м* и шириной *10 м*. На мост случайным образом сбрасывается *50 мин*, каждая из которых покрывает круг радиусом *1.5 м*. Считается, что центр каждой мины попадает равномерно по всей площади моста. Какова вероятность того, что заданная точка на мосту окажется в зоне поражения хотя бы одной мины?

Задача 16. Задача о безопасном расположении наблюдательного пункта.

Наблюдательный пункт случайным образом размещается в прямоугольном районе размером *2 км* на *1 км*. Чтобы избежать обнаружения, пункт должен находиться не менее чем в *100 м* от границ района. Какова вероятность, что пункт будет расположен безопасно?

Задача 17. Задача о встрече патрулей.

Два патруля должны прибыть в определенную зону в любое время между *18:00 и 18:30*. Каждый патруль остается в зоне *5* минут. Какова вероятность, что их пребывание в зоне пересечется?

Задача 18. Задача о радиосвязи между подразделениями.

Два подразделения независимо друг от друга располагаются в круговой зоне радиусом *10 км*. Какова вероятность, что они смогут установить радиосвязь, если максимальная дальность связи составляет *3 км*?

Задача 19. Задача о минировании дороги.

Саперы случайным образом устанавливают *10 мин* на участке местности размером *1 км²*. Дорога через этот участок имеет ширину *5 м* и длину *1 км*. Каждая мина имеет радиус поражения *20 м*. Какова вероятность того, что дорога будет полностью перекрыта минами (хотя бы одна мина находится достаточно близко к дороге)?

Задача 20. Обнаружение пространственного объекта.

Определить вероятность обнаружения подводной лодки, находящейся в океане, с помощью гидроакустического устройства, установленного на корабле, если: объем контролируемой зоны – сфера радиусом R, подводная лодка занимает объем V в виде параллелепипеда с размерами L, W, H. Гидроакустическое устройство обнаруживает подводную лодку, если она попадает в конусообразную зону действия устройства с углом раскрыва Θ и радиусом основания r.

Задачи, представленные выше, демонстрируют возможность применения геометрической вероятности в случаях одномерных пространств – задачи на временные интервалы или линейные расстояния; в случае двумерных пространств – определение точностей попадания, размещения объектов, зон воздействия; а также в военных ситуациях, связанных с трёхмерным пространством. Они могут быть полезны для приобретения навыков оценки вероятности успешных операций, планирования действий и минимизации рисков в различных областях военного дела.

Список литературы

1. Вентцель Е.С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения: учеб. пособие для вузов / Е.С. Вентцель. – 2-е изд., стереот. – М.: Высшая школа, 2000. – 479 с. – EDN YOQVHU

2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для вузов / В.Е. Гмурман. – 9-е изд., стер. – М.: Высшая школа, 2003. – 479 с. – EDN QJLKXP

3. Курдубова В.В. Применение приближенных формул схемы Бернулли при решении профессионально ориентированных задач в высшей военной школе / В.В. Курдубова // Технопарк универсальных педагогических компетенций: материалы Всерос. науч.-практич. конф. (Чебоксары, 20 февр. 2025 г.). – Чебоксары: Среда, 2025. EDN WSGJEX

4. Курдубова В.В. Профессионально ориентированные задачи по теории вероятностей для подготовки в высшей военной школе. Схема Бернулли / В.В. Курдубова, Е.О. Шахвердова // Технопарк универсальных педагогических компетенций: материалы Всерос. науч.-практич. конф. (Чебоксары, 20 февр. 2025 г.). – Чебоксары: Среда, 2025. EDN AAZTBZ

5. Масюк В.Г. Основы обороны государства и военной службы: учебник для студ. учреждений высш. проф. образования / В.Г. Масюк. – М.: Академия, 2013. – 288 с.

6. Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам / Д.Т. Письменный. – 4-е изд., испр. – М.: Айрис-пресс, 2008. – 287 с. – EDN QJSYKH

7. Филиппова Т.И. Случайные события / Т.И. Филиппова, С.Д. Прозоровская. – СПб.: ВАС, 2018. – 148 с.

8. Шайхеев В.В. Теория вероятностей в военном деле / В.В. Шайхеев // Современные исследования в сфере естественных, технических и физико-математических наук: сборник результатов научных исследований. – Киров, 2018. – С. 710–714. EDN XRMRVB

9. Шахвердова Е.О. Прикладные задачи профессиональной направленности, решаемые при помощи основных теорем теории вероятностей в высшей военной школе / Е.О. Шахвердова // Технопарк универсальных педагогических компетенций: материалы Всерос. науч.-практич. конф. (Чебоксары, 20 февр. 2025 г.). – Чебоксары: Среда, 2025. EDN PRKIRK