

Курдубова Варвара Вениаминовна

канд. пед. наук, доцент

ФГКВОУ ВО «Военная орденов Жукова и Ленина Краснознаменная
академия связи им. Маршала Советского Союза С.М. Буденного»

Министерства обороны Российской Федерации
г. Санкт-Петербург

**ПРОФЕССИОНАЛЬНО ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ
ДЛЯ ПОДГОТОВКИ В ВЫСШЕЙ ВОЕННОЙ ШКОЛЕ.**

ОСНОВЫ КОМБИНАТОРИКИ

Аннотация: в статье рассмотрены профессионально ориентированные задачи, разработанные для изучения основ комбинаторики будущими военными специалистами. Предложены прикладные задачи, решаемые при помощи основных комбинаторных конфигураций (сочетания, размещения, перестановки).

Ключевые слова: профессионально ориентированные задачи, комбинаторика, военное дело, высшая военная школа.

Комбинаторика – раздел математики, изучающий дискретные структуры и способы их организации. Эта наука находит широкое применение в современном военном деле. С развитием технологий и усложнением боевых систем комбинаторные методы стали ключевыми для решения задач стратегического планирования, управления ресурсами, криптографии, логистики, кибербезопасности и т. д. Комбинаторика в современном военном деле – это инструмент, который позволяет эффективно решать задачи в следующих областях.

1. Задачи криптографии и защиты связи. Современные военные коммуникации требуют сложных шифров и кодов, устойчивых к взлому. Комбинаторика лежит в основе генерации ключей шифрования, защиты данных и противодействия кибератакам.

2. Оптимизация распределения ресурсов. В военных условиях приходится решать задачи оптимального распределения ограниченных ресурсов: боеприпасов, топлива, медицинских комплектов, транспорта.

3. Тактическое планирование и расстановка сил. При организации обороны или наступления необходимо учитывать все возможные варианты расположения подразделений, техники и огневых точек.

4. Анализ эффективности вооружений. При тестировании новых видов оружия комбинаторные методы помогают оценить вероятность поражения цели при различных сценариях.

5. Логистика и транспортные маршруты. Обеспечение войск требует оптимизации маршрутов доставки грузов с учетом угроз и ограничений.

6. Кибербезопасность и защита сетей. Комбинаторика используется для анализа уязвимостей и создания устойчивых к атакам систем.

7. Радиоэлектронная борьба. При подавлении вражеских систем связи и радиолокации важно оценить количество возможных частотных комбинаций. Комбинаторика позволяет разрабатывать эффективные алгоритмы РЭБ и защищать свои каналы связи.

Таким образом, комбинаторика играет важную роль в стратегическом планировании, обеспечении безопасности информации и оптимальном распределении военных ресурсов. Отметим, что с развитием искусственного интеллекта и Big Data роль комбинаторных методов будет расти, обеспечивая военных новыми способами решения сложных задач.

Данная статья посвящена разработке прикладных задач, решаемых при помощи комбинаторных методов и имеющих военно-профессиональную направленность. Авторы продолжают исследования, начатые в работах [5; 6; 10].

Напомним вкратце основные понятия комбинаторики [1–4; 8; 9 и др.].

Комбинаторика изучает различные соединения (комбинации) элементов конечных множеств. Пусть дано множество, состоящее из n различных элементов.

Множества элементов, состоящие из одних и тех же различных элементов и отличающихся друг от друга только их порядком, называются перестановками этих элементов.

Число всевозможных перестановок из n элементов обозначают через P_n , это число равно $n!$

$$P_n = n!$$

где $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n$. По определению считают, что $0! = 1$.

Пример 1. Составить различные перестановки из трех элементов множества $M = \{a,b,c\}$ и найти их число.

Решение. Составим различные перестановки из трех элементов:

$$(a,b,c), (c,a,b), (b,c,a), (a,c,b), (b,a,c), (c,b,a).$$

Так как $n = 3$, то по формуле перестановок найдем число $P_3 = 6$.

Размещениями называют множества, составленные из n различных элементов по m элементов, которые отличаются либо составом элементов, либо их порядком.

Число всевозможных размещений определяется формулой

$$A_n^m = n(n-1)(n-2)\dots(n-m+1),$$

или

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

Пример 2. Составить различные размещения из трех элементов по два из элементов множества $M = \{a,b,c\}$ и найти их число.

Решение. Составим различные размещения из трех элементов по два:

$$(a,b), (b,a), (a,c), (c,a), (b,c), (c,b).$$

Так как $n = 3, m = 2$, то по формуле размещений найдем число $A_3^2 = 6$.

Сочетаниями из n различных элементов по m называются множества, содержащие m элементов из числа n заданных, и которые отличаются хотя бы одним элементом.

Число сочетаний из n элементов по m определяется формулой

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

Пример 3. Составить различные сочетания из трех элементов по два из элементов множества $M = \{a,b,c\}$ и найти их число.

Решение. Составим различные сочетания из трех элементов по два:

$$(a,b), (a,c), (b,c).$$

Так как $n=3$, $m=2$, то по формуле сочетаний найдем число $C_3^2 = 3$.

По определению полагают $C_n^0 = 1$. Для сочетаний справедливы равенства:

$$C_n^m = C_n^{n-m}, C_{n+1}^{m+1} = C_n^m + C_n^{m+1},$$

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^{n-1} + C_n^n = 2^n.$$

Число перестановок, размещений и сочетаний связано равенством

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{P_m}$$

Замечание. Упорядоченные наборы называют размещениями, а неупорядоченные – сочетаниями.

В приведенных выше формулах предполагалось, что все n элементов различны. Если же некоторые элементы повторяются, то в этом случае множества с повторениями вычисляют по другим формулам. Например, если среди n элементов есть n_1 элементов одного вида, n_2 элементов другого вида и т. д., то число перестановок с повторениями определяется формулой

$$P_n(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$$

где $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$.

Пример 4. Сколько существует различных перестановок букв в слове ТРАКТАТ?

Решение. По условию задачи $n = 7$, $n_1 = 3$, $n_2 = 2$, $n_3 = 1$, $n_4 = 1$. Число различных перестановок можно найти по формуле

$$P_7(3,2,1,1) = 420$$

Число размещений по m элементов с повторениями из n элементов равно n^m ,

т.е.

$$\bar{A}_n^m = n^m$$

Пример 5. Из множества $M = \{2,4,5\}$ составить все размещения с повторениями по два.

Решение. Размещения с повторениями по два: $(2,2)$, $(2,4)$, $(2,5)$, $(4,4)$, $(4,5)$, $(4,2)$, $(5,5)$, $(5,2)$, $(5,4)$. Их число можно найти по формуле

$$\bar{A}_3^2 = 9.$$

Число сочетаний с повторениями из n элементов по m элементов равно числу сочетаний без повторений из $n + m - 1$ элементов по m элементов, т.е.

$$\bar{C}_n^m = C_{n+m-1}^m$$

Пример 6. Из множества $M = \{2, 4, 5\}$ составить все сочетания с повторениями по два.

Решение. Сочетания с повторениями по два: $(2,2), (2,4), (2,5), (4,4), (4,5), (5,5), (5,2)$. Их число можно найти по формуле

$$\bar{C}_3^2 = C_{3+2-1}^2 = C_4^2 = 6.$$

При решении задач комбинаторики используют следующие правила.

Рассмотрим разработанные авторами военно-профессиональные задачи, решаемых с применением основных комбинаторных методов. Условия задач сформулированы в рамках военно-профессиональных ситуаций [7].

1. Сочетания

Сочетания без повторений.

Задача 1. Формирование разведгруппы.

Из 10 специально обученных солдат нужно выбрать 4 для выполнения разведывательной миссии. Сколько существует вариантов выбора?

Задача 2. Выбор целей для авиаудара.

Из 8 выявленных целей нужно выбрать 3 наиболее приоритетные для авиаудара. Сколько существует вариантов выбора?

Задача 3. Комплектация экипажа бронемашины.

Из 6 военнослужащих нужно выбрать 3 для комплектации экипажа БМП (командир, наводчик, механик-водитель). Сколько существует вариантов?

Задача 4. Выбор маршрутов для доставки грузов.

Из 5 возможных маршрутов нужно выбрать 2 наиболее безопасных для доставки боеприпасов. Сколько существует вариантов выбора?

Задача 5. Отбор снайперов.

Из 12 кандидатов нужно отобрать 2 снайперов для выполнения боевой задачи. Сколько существует вариантов отбора?

Сочетания с повторениями.

Задача 1. Распределение пайков среди подразделений.

Командование должно распределить 20 сухпайков между 4 ротами, находящимися на отдаленных позициях. Каждая рота должна получить *не менее 3 пайков* для поддержания боеспособности. Сколько существует способов распределить пайки с соблюдением этого условия?

Задача 2. Комплектация боеприпасов для огневых точек.

На склад поступило 15 неразличимых ящиков с патронами, которые нужно распределить между 5 огневыми позициями. Сколько существует вариантов распределения?

Задача 3. Распределение топлива.

Имеется 25 одинаковых канистр с горючим для 6 единиц бронетехники. Сколько способов распределить топливо?

Задача 4. Распределение медикаментов.

Медсанбат получил 10 одинаковых аптечек для 3 взводов. Сколько существует способов распределения?

Задача 5. Распределение аккумуляторов.

Для 7 подразделений связи нужно распределить 12 одинаковых аккумуляторов. Сколько вариантов распределения?

2. Размещения.

Размещения без повторений.

Задача 1. Назначение офицеров на командные посты.

Из 5 офицеров нужно выбрать командира, заместителя и начальника штаба. Каждый офицер может занимать только одну должность.

Сколько существует способов распределения должностей?

Задача 2. Распределение уникальных радиочастот.

Для 3 подразделений нужно выделить 4 разные частоты (каждая частота используется только одним подразделением).

Задача 3. Планирование разведывательных маршрутов.

Разведгруппа из 4 бойцов должна обследовать 3 объекта в определенной последовательности. Каждый объект посещается один раз.

Задача 4. Расстановка часовых на посты.

Шесть часовых нужно расставить на четыре ключевых поста (каждый пост занимает один человек). Сколько существует способов расстановки?

Задача 5. Генерация уникальных кодов доступа.

Для шифра используются 3 разные буквы из 10 разрешенных (повторы запрещены). Сколько уникальных кодов можно создать?

Размещения с повторениями.

Задача 1. Генерация временных паролей.

Для доступа к системе используется пароль из 4 цифр (от 0 до 9), где цифры могут повторяться. Сколько вариантов паролей существует?

Задача 2. Сигналы с использованием ракет.

Для передачи сообщений используют последовательность из 3 ракет 4 цветов (цвета могут повторяться). Сколько различных сигналов можно передать?

Задача 3. Распределение частот связи.

5 подразделений выбирают частоты из 3 доступных (частоты могут совпадать). Сколько вариантов распределения возможно?

Задача 4. Маркировка грузов.

Грузы маркируются кодом из 2 символов: буква (20 букв) и цифра (0–9).

Символы могут повторяться.

Задача 5. Позывные для беспилотников.

Позывной дрона состоит из 3 символов: буква (33 буквы) и цифра (0–9).

Символы могут повторяться. Сколько уникальных позывных можно сгенерировать?

3. Перестановки.

Перестановки без повторений.

Задача 1. Расстановка караула.

Пять солдат нужно расставить на пять постов. Сколько существует способов?

Задача 2. Очередность докладов.

На совещании должны выступить 4 офицера. Сколько существует вариантов порядка выступлений?

Задача 3. Маршруты разведки.

Разведгруппа из 3 человек может обследовать 3 объекта в разном порядке. Сколько вариантов маршрутов?

Задача 4. Кодирование карт.

Для шифрования карты используют перестановку 6 уникальных символов. Сколько вариантов шифра?

Задача 5. Распределение техники.

4 единицы разной техники (танк, БМП, БТР, САУ) нужно распределить по 4 позициям. Сколько способов?

Перестановки с повторениями.

Задача 1. Формирование патрульных групп.

Для охраны объекта нужно составить 3 патруля из 5 военнослужащих: 2 сержанта и 3 рядовых. Сколько существует способов распределить их, если звания учитываются?

Задача 2. Шифрование донесений.

Для шифрования используют слово «ТАНКИСТ». Сколько различных сигналов можно создать, переставляя буквы?

Задача 3. Распределение боеприпасов.

На 3 огневые позиции нужно распределить: 2 ящика с патронами и 3 с гранатами (ящики одного типа неразличимы). Сколько способов распределения?

Задача 4. Кодирование сигналов флагжками.

Для передачи сигналов используют 5 флагжков: 2 красных и 3 синих. Сколько различных сигналов можно передать их перестановкой?

Задача 5. Комплектация экипажа.

В экипаж бронемашины входят: командир, наводчик и 2 рядовых. Сколько существует вариантов построения в шеренгу, если звания учитываются?

Приведённые в данной статье профессионально ориентированные задания демонстрируют применение основных методов комбинаторики при решении военно-прикладных задач.

Список литературы

1. Андерсон Д. Дискретная математика и комбинаторика / Д. Андерсон. – М.: Вильямс, 2004.
2. Виленкин Н.Я. Комбинаторика / Н.Я. Виленкин, А.Н. Виленкин, П.А. Виленкин. – М.: ФИМА: МЦНМО, 2006. – EDN QJPVSZ
3. Гаврилов Г.П. Задачи и упражнения по курсу дискретной математики / Г.П. Гаврилов, А.А. Сапоженко. – М.: Наука, 1992.
4. Комбинаторный анализ. Задачи и упражнения / под ред. К.А. Рыбникова. – М.: Наука, 1982.
5. Курдубова В.В. Применение приближенных формул схемы Бернулли при решении профессионально ориентированных задач в высшей военной школе / В.В. Курдубова // Технопарк универсальных педагогических компетенций: материалы Всерос. науч.-практич. конф. (Чебоксары, 20 февр. 2025 г.). – Чебоксары: Среда, 2025. EDN WSGJEX
6. Курдубова В.В. Профессионально ориентированные задачи по теории вероятностей для подготовки в высшей военной школе. Схема Бернулли / В.В. Курдубова, Е.О. Шахвердова // Технопарк универсальных педагогических компетенций: материалы Всерос. науч.-практич. конф. (Чебоксары, 20 февр. 2025 г.). – Чебоксары: Среда, 2025. EDN AAZTBZ
7. Масюк В.Г. Основы обороны государства и военной службы: учебник для студ. учреждений высш. проф. образования / В.Г. Масюк. – М.: Академия, 2013. – 288 с.
8. Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам / Д.Т. Письменный. – 4-е изд., испр. – М.: Айрис-пресс, 2008. –287 с. – EDN QJSYKH

9. Судоплатов С.В. Элементы дискретной математики / С.В. Судоплатов, Е.В. Овчинникова. – М.: ИНФРА-М; Новосибирск: НГТУ, 2003. – EDN TIDZEZ
10. Шахвердова Е.О. Прикладные задачи профессиональной направленности, решаемые при помощи основных теорем теории вероятностей в высшей военной школе / Е.О. Шахвердова // Технопарк универсальных педагогических компетенций: материалы Всерос. науч.-практич. конф. – Чебоксары: Среда, 2025. EDN PRKIRK