Шахвердова Елена Олеговна

доцент

ФГКВОУ ВО «Военная орденов Жукова и Ленина Краснознаменная академия связи им. Маршала Советского Союза С.М. Буденного» Министерства обороны Российской Федерации

г. Санкт-Петербург

ВЫЧИСЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ СОБЫТИЯ ПО КЛАССИЧЕСКОЙ СХЕМЕ. ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ВЫСШЕЙ ВОЕННОЙ ШКОЛЫ

Аннотация*: в статье представлены прикладные задачи для обучающихся высших военных образовательных организаций высшего образования по теории вероятностей, решаемые с применением классической схемы вычисления вероятностей события. Разработаны задачи, при решении которых вероятность события вычисляется как непосредственно, так и при помощи основных формул комбинаторики.*

Ключевые слова*: прикладные задачи, военно-профессиональные задачи, теория вероятностей, высшая военная школа, вероятность события, классическая схема.*

Вычисление вероятностей событий находит широкое применение в современном военном деле, являясь важным инструментом для анализа, прогнозирования и принятия стратегических решений. Так, при помощи вычисления вероятности события по классической схеме появляется возможность количественно оценивать риски и эффективность военных операций; в военном планировании вероятностные расчеты используются для определения оптимального распределения ресурсов, оценки боевой эффективности вооружений и анализа возможных исходов столкновений с противником. Особое значение вероятностные методы приобретают в условиях неопределенностей, когда приходится учитывать множество переменных факторов. Применение классической вероятности в военной сфере охватывает различные направления – от логистики и снабжения до радиоэлектронной борьбы и кибербезопасности. Эти расчеты помогают оптимизировать работу систем ПВО, повышать точность стрельбы, совершенствовать методы разведки и контрразведки. Особую роль вероятностные методы играют в разработке новых видов вооружений и тактик их применения, где на основе статистических данных и серий испытаний определяется оптимальная конфигурация боевых систем. В условиях цифровизации военного дела классическая вероятность интегрируется с современными методами анализа данных, машинного обучения и искусственного интеллекта, что позволяет создавать более точные прогностические модели.

Таким образом, классическое определение вероятности является фундаментальным инструментом военной науки, обеспечивающим математическую основу для принятия обоснованных решений в условиях высокой неопределенности и динамично меняющейся оперативной обстановки. Его применение способствует повышению эффективности военных операций при одновременном снижении рисков и сохранении жизней личного состава.

Предметом интересов авторов является разработка задач, связанных с применением теории вероятностей в военном деле. Данная статья продолжает ряд исследований [3; 4; 9 и др.], связанных с разработкой прикладных заданий военно-профессиональной направленности; в ней представлены задачи, связанные с вычислением вероятности по классической схеме в ситуациях, связанных с профессиональной деятельностью будущих офицеров.

Напомним основные понятия и формулы, применяемые в рамках применения данного подхода для нахождения вероятностей событий [1; 2; 6; 7 и др.].

Классическое определение вероятности события

Понятие вероятности события является ключевым в теории вероятностей и необходимо для того, чтобы сравнивать случайные события по степени их объективной возможности.

Если опыт Е приводит к конечному множеству событий $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n\}$ которые:

– образуют полную группу;

– попарно несовместны;

– равновозможны, то говорят, что опыт укладывается в *классическую схему*.

Каждое событие ω_i множества Ω называется *исходом*. В каждом опыте наряду с исходами могут происходить сложные события.

Исход называется *благоприятным* событию А, если появление этого исхода влечет событие А.

Определение. Если опыт укладывается в классическую схему, то вероятность события А есть отношение числа исходов, благоприятных событию А, к общему числу исходов:

$$P(A) = \frac{m_A}{n}$$

Здесь m_A – число исходов благоприятных событию А, n- общее число исходов.

Свойства вероятности события, вытекающие из классического определения

1. Вероятность достоверного события U равна единице. Для достоверного события $m_A = n$, поэтому

$$P(U) = 1$$

2. Вероятность невозможного события V равна нулю. Для невозможного события $m_A = 0$, поэтому

$$P(V) = 0$$

3. Вероятность случайного события выражается положительным числом, меньшим единицы. Поскольку для случайного события *A* выполняются неравенства $0 < m_A < n$, или $0 < \frac{m_A}{n} < 1$, то

$$0 < P(A) < 1$$

4. Вероятность любого события *B* удовлетворяет неравенствам

$$0 \leq P(B) \leq 1$$

5. Вероятность противоположного события $\bar{A}$ равна единица минус вероятность события А. Действительно, событию $\bar{A}$ благоприятствуют n-m_A исходов, тогда

$$P(\bar{A})=\frac{n\text{-}m_A}{n}=1\text{-}\frac{m_A}{n}=1\text{-}P(A)$$

Ниже рассмотрим типовые задачи, решаемые с использованием классического определения вероятностей.

Типовая задача 1. Бросается шестигранный кубик. Найти вероятность выпадения четного числа очков.

Решение. Данный опыт укладывается в классическую схему: $\Omega=\{\omega_1,\omega_2,\ \omega_3,\omega_4,\omega_5,\omega_6\ \}$, где исход ω_i означает: на верхней грани выпало i число очков. Рассмотрим событие A- выпало четное число очков. Этому событию благоприятствуют исходы: $\omega_2,\omega_4,\omega_6$. Тогда $m_A=3$, общее число возможных исходов $n=6$, следовательно

$$P(A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}.$$

Удобной теоретической моделью классической схемы является модель «урн». Под урной понимается сосуд, в котором находятся одинаковые по размерам и неразличимые на ощупь шары. Шары могут быть окрашены в различные цвета или занумерованы. После перемешивания шары случайно вынимаются из урны. Очевидно, что вероятность вынуть произвольный шар из n шаров, находящихся в урне, равна $\frac{1}{n}$.

Типовая задача 2. В урне находятся 5 белых и 4 черных шара. Вынимаются наудачу два шара. Найти вероятность событий.

1. A- все шары белые.

2. B- хотя бы один черный.

Решение. Общее число исходов в опыте равно

$$n=C_9^2=\frac{9!}{2!\,(9-2)!}=36$$

1) $m_A=C_5^2=10,\Longrightarrow P(A)=\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$

2) $m_B=C_5^1\cdot C_4^1+C_4^2=26,\Longrightarrow P(B)=\frac{26}{36}=\frac{13}{18}.$

Этот же результат можно получить, если заметить, что события A и B противоположные и

$$P(B) = 1\text{-}P(A) = 1\text{-}\frac{5}{18} = \frac{13}{18}.$$

Типовая задача 3. В урне находятся 12 шаров: 5 синих, 4 красных и 3 черных. Вынимаются три шара подряд. Найти вероятность событий.

1. А- все шары одного цвета.
2. В- все разных цветов.
3. С- 2 синих и 1 черный.

Решение. Общее число исходов в опыте равно

$$n = C_{12}^{3} = \frac{12!}{3!\,(12-3)!} = 220$$

1) $m_A = C_5^3 + C_4^3 + C_3^3 = 15, \Rightarrow P(A) = \frac{15}{220} = \frac{3}{44};$

2) $m_B = C_5^1 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1 = 60, \Rightarrow P(B) = \frac{60}{220} = \frac{3}{11};$

3) $m_{\text{C}} = C_5^2 \cdot C_3^1 = 30, \Rightarrow P(\text{C}) = \frac{30}{220} = \frac{3}{22}.$

Отметим, что знание наиболее распространенных комбинаторных конфигураций является необходимым условием успешного решения задач по теории вероятностей. Основные комбинаторные формулы приведены в Таблице 1. Здесь в первой строке указаны конфигурации без повторений, во второй строке – с повторениями.

Таблица 1

	Размещения	Перестановки	Сочетания
1	$A_n^k = \frac{n!}{(n\text{-}k)!}$	$P_n = n!$	$C_n^k = \frac{n!}{k!\,(n\text{-}k)!}$
2	$\bar{A}_n^k = n^k$	$P_n(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1!\; n_2! \dots n_k!}$	$\bar{C}_n^k = C_{n+k\text{-}1}^k$

В данной статье не будут подробно рассмотрены комбинаторные формулы, используемые для подсчета вероятностей событий по классической схеме, так как это сделано в работе авторов «Профессионально ориентированные задачи для подготовки в высшей военной школе. основы комбинаторики».

Приведем ряд прикладных военно-профессионально задач, решаемых с использованием классического определения вероятности. Условия задач сформулированы в рамках реальных профессиональных ситуаций [5; 8 и др.]. Рассматриваются следующие вероятностные модели.

1. Непосредственное вычисление вероятности события.

2. Вычисление вероятности события с использованием формул для подсчета числа сочетаний (без повторений и с повторениями).

3. Вычисление вероятности события с использованием формул для подсчета числа размещений (без повторений и с повторениями).

4. Вычисление вероятности события с использованием формул для подсчета числа перестановок (без повторений и с повторениями).

I. *Непосредственное вычисление вероятности события*

Задача 1. Попадание в цель.

Найти вероятность удачного выстрела с первой попытки, если у снайпера 5 возможных позиций для стрельбы, но только из одной он может поразить цель с высокой точностью.

Задача 2. Обнаружение противника разведкой.

Найти вероятность обнаружения противника за одну попытку, если группа ведет разведку в районе с 10 возможными местами расположения противника и противник находится в 3 из них (любых).

Задача 3. Перехват ракеты.

Найти вероятность выбора эффективного перехватчика, если у системы ПВО есть 4 типа ракет, но только 2 из них способны перехватить вражескую ракету.

Задача 4. Подрыв на минном поле.

Найти вероятность подрыва отряда при случайном выборе маршрута, если отряд должен пройти через поле, где расположены 15 мин, а возможных маршрутов всего 100.

Задача 5. Взлом шифра.

Найти вероятность случайного угадывания кода, если у противника 6 возможных кодов шифрования, но только один верный,

Задача 6. Десантирование в нужной зоне.

Найти вероятность безопасной высадки десанта, если самолет может приземлиться в одном из 8 секторов, но только 3 сектора являются безопасными для десантирования.

Задача 7. Попадание артиллерийского снаряда.

Найти вероятность успешного выстрела, если у артиллерийской установки 6 возможных углов наведения, но только 2 ведут к точному попаданию.

Задача 8. Атака с воздуха на укрытие.

Вражеские укрытия расположены в 6 местах, но только 2 из них пустые. Если артиллерия выбирает цель случайно, какова вероятность попадания в занятое укрытие?

Задача 9. Засада.

Разведка определила 5 возможных маршрутов движения колонны, но засада устроена только на 2 из них. Какова вероятность, что враг попадет в засаду?

Задача 10. Поражение цели беспилотником.

БПЛА выбирает один из 8 маршрутов патрулирования. Противник находится в одном из 3 маршрутов. Какова вероятность, что БПЛА встретит противника?

II. Вычисление вероятности события с использованием формул комбинаторных формул.

1. *Вычисление вероятности события. Размещения без повторений.*

Задача 1. Выбор кодового замка.

Штабной сейф защищён трехзначным кодом, где цифры не повторяются. Какова вероятность угадать код с первой попытки?

Задача 2. Назначение командиров.

Из 5 офицеров нужно выбрать начальника штаба, его заместителя и оперативного дежурного. Какова вероятность, что на должность начальника штаба будет назначен конкретный майор?

Задача 3. Распределение радиочастот.

Для 3 подразделений нужно выделить разные частоты из 5 доступных. Какова вероятность, что подразделение А получит частоту 1?

Задача 4. Формирование дозора.

Из 6 солдат нужно выбрать 3 для дозора с распределением ролей (головной, тыловой, связной). Какова вероятность, что солдат Х будет головным?

Задача 5. Шифрование сообщения.

Для шифрования используют 4 разные буквы из 10 разрешённых. Какова вероятность, что шифр начнётся с буквы «А»?

2. *Вычисление вероятности события. Размещения с повторениями.*

Задача 1. Выбор кодового замка.

Пароль системы состоит из 3 цифр (от 0 до 9), цифры могут повторяться. Какова вероятность, что пароль будет состоять из одинаковых цифр? Какова вероятность угадать пароль?

Задача 2. Сигнальные ракеты.

Для передачи сигнала используют последовательность из 4 ракет 5 цветов (цвета могут повторяться). Какова вероятность, что все ракеты будут красными?

Задача 3. Маркировка грузов.

Грузы маркируются 2 буквами (алфавит 20 букв), буквы могут повторяться. Какова вероятность, что в маркировке будут две одинаковые буквы?

Задача 4. Распределение каналов связи.

Пять подразделений случайно выбирают частоты из четырех доступных (частоты могут совпадать). Какова вероятность, что три подразделения выберут одну частоту, а два – другую?

Задача 5. Генерация позывных.

Позывной состоит из 3 символов: буква (33 буквы) и цифра (0–9)? Символы могут повторяться. Какова вероятность, что все символы будут одинаковыми?

3. *Вычисление вероятности события. Сочетания без повторений.*

Задача 1. Выбор бойцов для спецоперации.

Из 10 бойцов отряда случайно выбирают 4, причем среди них должно быть не менее 2 снайперов (всего в отряде 3 снайпера). Какова вероятность успешного выбора?

Задача 2. Размещение мин.

На минное поле устанавливают 5 мин в 10 возможных точках. Враг проходит по 3 случайным точкам. Какова вероятность того, что он наткнется хотя бы на одну мину?

Задача 3. Обнаружение противника дронами.

Из 8 разведывательных дронов 3 оснащены тепловизорами. Для разведки случайно выбирают 4 дрона. Какова вероятность того, что хотя бы один из них будет с тепловизором?

Задача 4. Операция по радиоперехвату.

Из 12 радиочастот противник использует только 5. Если разведка случайно перехватывает 3 частоты, какова вероятность, что хотя бы одна из них будет использована противником?

Задача 5. Выбор координат для удара.

На карте 15 возможных точек для удара. Разведка сообщает, что цель находится в одной из 5 точек. Если артиллерия бьет по 3 случайным точкам, какова вероятность попадания?

4. *Вычисление вероятности события. Сочетания с повторениями.*

Задача 1. Распределение боеприпасов.

В части имеется 10 одинаковых ящиков с патронами, которые случайным образом распределяются между 3 ротами. Какова вероятность, что одна из рот получит ровно 6 ящиков?

Задача 2. Распределение топлива.

15 одинаковых канистр с горючим случайно распределяют между 4 танками. Какова вероятность, что два танка останутся без топлива?

Задача 3. Распределение медикаментов.

12 одинаковых аптечек случайно распределяют между 5 взводами. Какова вероятность, что 3 взвода получат все аптечки, а 2 – ничего?

Задача 4. Распределение аккумуляторов.

8 одинаковых аккумуляторов распределяют между 5 подразделениями связи. Какова вероятность, что хотя бы одно подразделение получит 4 аккумулятора?

Задача 5. Распределение пайков.

20 одинаковых сухих пайков распределяют между 6 ротами. Какова вероятность, что ни одна рота не получит больше 5 пайков?

5. *Вычисление вероятности события. Перестановки без повторения.*

Задача 1. Расстановка часовых.

На посту необходимо выставить 4-часовых в определённом порядке (например, север, юг, запад, восток). Какова вероятность, что при случайной расстановке они окажутся именно в таком порядке?

Задача 2. Шифровка с перестановкой букв.

Для шифрования приказа переставляют буквы в слове «АРМИЯ». Какова вероятность, что при случайной перестановке получится слово «МАРИЯ»?

Задача 3. Очередь на стрельбище.

Пять солдат стоят в случайном порядке на стрельбище. Какова вероятность, что два лучших стрелка окажутся рядом?

Задача 4. Распределение нарядов.

Три офицера и два сержанта случайным образом распределяются на пять различных задач. Какова вероятность, что офицеры получат первые три задачи?

Задача 5. Кодовый замок.

Кодовый замок имеет 4 уникальные цифры (от 0 до 9). Какова вероятность угадать код с первой попытки?

6. *Вычисление вероятности события. Перестановки с повторениями.*

Задача 1. Распределение нарядов с повторяющимися званиями.

В роте 1 майор, 2 капитана и 3 лейтенанта. Какова вероятность, что при случайном построении в шеренгу офицеры встанут в порядке: майор, капитан, лейтенант, капитан, лейтенант, лейтенант?

Задача 2. Формирование пароля из повторяющихся символов.

Пароль состоит из букв «Т», «А», «Н», «К» (2 буквы «Т», 1 «А», 1 «Н», 1 «К»). Какова вероятность случайно угадать пароль?

Задача 3. Распределение боеприпасов.

На 3 огневые позиции нужно распределить 5 ящиков с патронами (2 одинаковых ящика А и 3 одинаковых ящика Б). Какова вероятность, что на первой позиции окажется 1 ящик А и 1 ящик Б?

Задача 4. Формирование радиопозывных.

Позывной состоит из букв «В», «О», «Й», «Н» (1 «В», 2 «О», 1 «Й», 1 «Н»). Какова вероятность случайно составить слово «ВОЙН»?

Задача 5. Распределение наград.

4 солдата (2 сержанта и 2 рядовых) награждаются медалями. Какова вероятность, что при случайном построении награждаемые будут чередоваться по званию?

Список литературы

1. Вентцель Е.С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения: учеб. пособие для втузов / Е.С. Вентцель. – 2-е изд., стер. – М.: Высшая школа, 2000. – 479 с. – EDN YOQVHU

2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для вузов / В.Е. Гмуран. – М.: Высшая школа, 2003. – 9-е изд., стер. – 479 с. – EDN QJLKXP

3. Курдубова В.В. Применение приближенных формул схемы Бернулли при решении профессионально ориентированных задач в высшей военной школе / В.В. Курдубова // Технопарк универсальных педагогических компетенций: материалы Всерос. науч.-практич. конф. (Чебоксары, 20 февр. 2025 г.). – Чебоксары: Среда, 2025. EDN WSGJEX

4. Курдубова В.В. Профессионально ориентированные задачи по теории вероятностей для подготовки в высшей военной школе. Схема Бернулли / В.В. Курдубова, Е.О. Шахвердова // Технопарк универсальных педагогических компетенций: материалы Всерос. науч.-практич. конф. (Чебоксары, 20 февр. 2025 г.). – Чебоксары: Среда, 2025. EDN AAZTBZ

5. Масюк В.Г. Основы обороны государства и военной службы: учебник для студ. учреждений высш. проф. образования / В.Г. Масюк. – М.: Академия, 2013. – 288 с.

6. Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам / Д.Т. Письменный. – 4-е изд., испр. – М.: Айрис-пресс, 2008. –287 с. – EDN QJSYKH

7. Филиппова Т.И. Случайные события / Т.И. Филиппова, С.Д. Прозоровская. – СПб.: ВАС, 2018. – 148 с.

8. Шайхеев В.В. Теория вероятностей в военном деле. / В.В. Шайхеев // Современные исследования в сфере естественных, технических и физико-математических наук: сборник результатов научных исследований. – Киров, 2018. – С. 710–714. EDN XRMRVB

9. Шахвердова Е.О. Прикладные задачи профессиональной направленности, решаемые при помощи основных теорем теории вероятностей в высшей военной школе / Е.О. Шахвердова // Технопарк универсальных педагогических компетенций: материалы Всерос. науч.-практич. конф. (Чебоксары, 20 февр. 2025 г.). – Чебоксары: Среда, 2025. EDN PRKIRK