***Курдубова Варвара Вениаминовна***
канд. пед. наук, доцент
***Шахвердова Елена Олеговна***
доцент
ФГКВОУ ВО «Военная орденов Жукова и Ленина
Краснознаменная академия связи им. Маршала Советского Союза
С.М. Буденного» Министерства обороны Российской Федерации
г. Санкт-Петербург

# ПРОФЕССИОНАЛЬНО ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ В ВЫСШЕЙ ВОЕННОЙ ШКОЛЕ. СХЕМА БЕРНУЛЛИ

***Аннотация****: в статье обосновывается необходимость применения в образовательном процессе в высшей военной школе профессионально ориентированных задач. Предложены профессионально ориентированные задачи, разработанные в рамках изучения будущими военными специалистами последовательности независимых испытаний (схема Бернулли).*

***Ключевые слова****: профессионально ориентированные задачи, теория вероятностей, математическая статистика, военное дело, военная образовательная организация высшего образования.*

Специфика организации образовательного процесса в военных образовательных организациях высшего образования Российской Федерации в настоящее время определяется текущей политической обстановкой и обуславливает основную задачу, стоящую перед будущими офицерами – необходимость осваивать новые современные военные технологии и системы вооружения. Для решения этой задачи используются научные разработки и методы, опирающиеся на фундаментальные науки, в частности, на такой раздел математики, как теорию вероятностей.

Использование теории вероятностей и математической статистики (далее – ТВ и МС) в анализе и оценке неопределенностей в боевых условиях позволяет учитывать случайные факторы, влияющие на исход военных операций, минимизировать риски потерь. Так, при прогнозировании хода сражений и разработки эффективных сценариев ведения боя применяется статистическое моделирование. Для оценки надёжности вооружения и техники используются вероятностные расчёты, позволяющие своевременно проводить техническое обслуживание и ремонт. Методы вероятностного анализа помогают оптимально распределять ресурсы, учитывая вероятности сбоев в логистических операциях, что способствует повышению боеготовности. Математическая статистика позволяет осуществлять оценку эффективности решений и определения стратегий ведения боевых действий. Вероятностные модели используются для симуляции боевых сценариев и анализа эффективности артиллерийского огня. В системах противоракетной обороны вероятностные методы помогают оценить вероятность перехвата ракет и прогнозировать действия противника. Методы статистического анализа применяются в разведке для обработки разведывательных данных и повышения точности прогнозов. Теория вероятностей позволяет оценивать эффективность систем связи и оборонных сооружений, разработать стратегии радиоэлектронной борьбы. Вероятностные модели применяются для оценки риска ошибок и минимизации влияния человеческого фактора.

Таким образом, применение ТВ и МС необходимо при решении прикладных задач в военном деле, связанных с принятием решений и осуществлении расчётов в условиях высокой неопределённости.

Обучение будущих военных специалистов методам ТВ и МС является важным элементом профессиональной подготовки курсантов. В соответствии с ФГОС и КТ содержание учебной программы включает теоретический материал, излагаемый на лекционных занятия, а также практические задания. Традиционное изложение курса ТВ и МС предполагает решение модельных заданий, как правило, не имеющий отношения к военно-профессиональной деятельности будущих офицеров. В рамках данной статьи предлагается к рассмотрению ряд разработанных авторами профессионально ориентированных задач по курсу ТВ и МС, содержание которых связано с современной военной спецификой.

Определимся с терминологическим полем исследования.

О.В. Бочкарева под профессионально ориентированной математической задачей понимает задачу, условие и требование которой «определяют собой модель некоторой ситуации, возникающей в профессиональной деятельности инженера, а исследование этой ситуации осуществляется средствами математики и способствует профессиональному развитию личности специалиста» [1, с. 9].

В.А. Далингер отмечает, что «решая профессионально ориентированные задачи различного уровня сложности в определенной последовательности, студенты оперируют профессиональными терминами, приобретают умение анализировать ситуации, характерные для будущей профессиональной деятельности» [4, с. 19].

О.И. Кузьменко выдвигает следующие критерии профессионально ориентированных математических задач: задание должно иметь практическое содержание и междисциплинарный характер; характеризовать конкретную ситуацию из профессиональной деятельности будущего специалиста; использовать численные данные, соответствующие существующим в реальности. Кроме того, предполагается возможность осуществлять приближённые вычисления и использовать вычислительную технику [6, с. 106].

Анализируя позиции авторов [1; 4–7 и др.] и опираясь на трактование О.В. Бочкаревой, *под профессионально ориентированной задачей для подготовки военного специалиста будем понимать практическое задание, содержащее модель ситуации, возникающей в военно-профессиональной деятельности офицера, а исследование этой ситуации осуществляется средствами ТВ и МС.*

Авторами статьи выделены следующие типы профессионально ориентированных задач, которые могут быть решены в рамках изучения курса ТВ и МС будущими офицерами:

– оценка эффективности систем: расчет вероятности попадания боеприпаса в цель с учётом заданных параметров (дистанции, скорости ветра, точности системы наведения и прочее);

– моделирование обнаружения и идентификации объектов: вычисление вероятности обнаружения радаром техники противника, что помогает в планировании атак или обороны;

– анализ надежности техники: оценка вероятности отказа оборудования, что важно для обеспечения безопасности и готовности техники к боевым действиям;

– статистический анализ сценариев боевых действий: учет случайных факторов и неопределённостей с целью вероятностного предсказания развития ситуации на поле боя и оптимизации тактических решений.

– применение теории игр: моделирование действий противника и определения оптимальной стратегии при взаимодействии с ним.

В данной статье рассмотрим профессионально ориентированные задания по теории вероятностей, решаемые в рамках схемы Бернулли. Напомним вкратце основные понятия рассматриваемой модели [2; 3 и др.].

*Схема Бернулли (последовательность независимых испытаний)*

Проводится $n$ последовательных независимых одинаковых испытаний, в каждом из которых событие $A$ может появиться с одной и той же вероятностью $p$ и не появиться с вероятностью $q = P(\overline{A}) = 1\text{-}p$. Отметим, что вероятность появления события в каждом опыте не зависит от того, появилось или нет это событие в других экспериментах.

Если производится $n$ независимых испытаний, в каждом из которых событие $A$ появляется с вероятность $p$, то вероятность того, что событие $A$ появится ровно $m$ раз, выражается формулой Бернулли:

$$P_n(m) = C_n^m p^m q^{n\text{-}m}, \text{ где } q = 1\text{-}p \quad (1)$$

Рассмотрим далее частные случаи формулы Бернулли:

1. Вероятность события $B_0 \equiv$ [событие $A$ не произошло ни разу]:

$$P(B_0) = (1 - p)^n = q^n \quad (2)$$

2. Вероятность события $B_1 \equiv$ [событие $A$ произошло ровно 1 раз]:

$$P(B_1) = np(1 - p)^{n\text{-}1} \quad (3)$$

3. Вероятность события $B_n \equiv$ [Событие $A$ произошло ровно n раз]:

$$P(B_n) = p^n \quad (4)$$

4. Вероятность того, что в серии из n опытов событие $A$ появится хотя бы один раз:

$$P_n(m \geq 1) = 1\text{-}q^n \quad (5)$$

5. Вероятность того, что в серии из n опытов событие $A$ появится не менее $k$ раз ($k$ и больше):

$$P_n(m \geq k) = \begin{cases} \sum_{m=k}^{n} P_n(m), k > \frac{n}{2} \\ 1\text{-}\sum_{m=0}^{k\text{-}1} P_n(m), k < \frac{n}{2} \end{cases} \quad (6)$$

6. Вероятность того, что в серии из n опытов событие $A$ появится не более $k$ раз ($k$ и меньше):

$$P_n(m \leq k) = \sum_{m=0}^{k} P_n(m) \quad (7)$$

7. Число опытов, необходимых для того, чтобы событие $A$ появилось хотя бы один раз с вероятностью не менее заданной $P$:

$$n \geq \frac{lg(1\text{-}P)}{lg(1\text{-}p)} \quad (8)$$

здесь $P$ – заданная вероятность, $p$ – вероятность появления события $A$ в каждом опыте.

8. Наивероятнейшее число $m^*$ наступлений события $A$ в $n$ испытаниях: $np\text{-}q \leq m^* \leq np + p$ (9)

Приведем решение типовой задачи, позволяющее продемонстрировать применение указанных выше формул.

*Типовая задача*. Производятся три независимых выстрела по мишени. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,8.

Найти вероятность того, что произойдет:

1) ровно два попадания;

2) ни одного попадания;

3) ровно одно попадание;

4) произошло ровно три попадания;

5) попадание хотя бы один раз при трех выстрелах;

6) не менее двух попаданий;

7) не более двух попаданий.

1. Найти число выстрелов, необходимых для того, чтобы попадание произошло хотя бы один раз с вероятностью не меньше, чем 0,99.

2. Найти наивероятнейшее число попаданий в данном эксперименте.

*Решение*. Событие $A$, связанное с единичным экспериментом Е, имеет вид: A≡ [Попадание при одном выстреле], по условию $p = 0{,}8$.

1. Интересующее нас событие $B_2$ ≡ [После трех выстрелов имеется ровно 2 попадания] имеет вероятность, вычисляемую по формуле Бернулли (1),

$P(B_2) = P_3(2) = C_3^2 \cdot 0,8^2 \cdot 0,2^{3-2} = 0{,}384$.

2. Вероятность события $B_0$ ≡ [ни одного попадания после трех выстрелов] находится по формуле (2):

$$P(B_0) = (1 - p)^n = q^n = 0{,}2^3 = 0{,}008$$

3. Вероятность события $B_1$ ≡ [произошло ровно одно попадание] находится по формуле (3):

$$P(B_1) = np(1 - p)^{n\text{-}1} = 3 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2^{3-1} = 0{,}096$$

4. Вероятность события $B_3$ ≡ [произошло ровно три попадания] (из трех возможных) находится по формуле (4):

$$P(B_3) = p^3 = 0{,}8^3 = 0{,}512$$

5. Вероятность события [хотя бы один раз из трех] $= B_1 + B_2 + B_3$, находится по формуле (5):

$$P_3(m \geq 1) = 1\text{-}q^3 = 0{,}992$$

6. Вероятность события [не менее двух попаданий из трех] $= B_2 + B_3$, находится по формуле (6):

$$P_3(m \geq 2) = P_3(2) + \mathrm{P}_3(3) = 0{,}384 + 0{,}512 = 0{,}896$$

7. Вероятность события [не более двух попаданий из трех] $= B_0 + B_1 + B_2$, вычисляется по формуле (7):

$$P_n(m \leq 2) = \sum_{m=0}^{2} P_n(m) = P(B_0) + P(B_1) + P(B_2) =$$

$$= 0{,}008 + 0{,}096 + 0{,}384 = 0{,}488$$

8. Для нахождения числа выстрелов воспользуемся неравенством (8):

$$n \geq \frac{lg(1\text{-}P)}{lg(1\text{-}p)} = \frac{lg(1-0{,}99)}{lg(1-0{,}8)} \approx 2{,}86$$

Ответ: три выстрела.

9. Искомое число $m^*$ находится из неравенства (9):

$$np\text{-}q \leq m^* \leq np + p$$

$$3 \cdot 0{,}8 - 0{,}2 \leq m^* \leq 3 \cdot 0{,}8 + 0{,}8$$

$$2{,}2 \leq m^* \leq 3{,}2$$

Ответ: три выстрела.

Приведем ниже ряд профессионально-ориентированных задач, решаемых с использованием формулы Бернулли и ее частных случаев. Условия задач сформулированы в рамках выделенных военно-профессионально ситуаций. В примечаниях указаны номера формул, по которым рекомендуется проводить вычисления.

*Задача 1. Артиллерийский огонь.*

*Условие:* вероятность попадания снаряда в цель при одном выстреле равна 0.3. При 5 выстрелах определить вероятность ровно двух попаданий.

*Примечание:* использовать формулу (1).

*Задача 2. Обнаружение цели радаром.*

*Условие:* радар обнаруживает цель с вероятностью 0.8 за одно сканирование. Если производится 4 независимых сканирования, какова вероятность, что цель будет обнаружена не менее 3 раз?

*Примечание:* использовать формулу (6).

*Задача 3. Перехват ракет системой ПРО.*

*Условие:* система ПРО перехватывает ракету с вероятностью 0.85. При запуске 3 ракет определить вероятность, что ровно одна ракета будет перехвачена.

*Примечание:* использовать формулу (3).

*Задача 4. Надежность системы связи.*

*Условие:* вероятность отказа системы связи в течение одного часа равна 0.02. Определить вероятность, что за 10 часов система не откажет ни разу.

*Примечание:* использовать формулу (2).

*Задача 5. Обнаружение цели дроном.*

*Условие:* вероятность обнаружения цели дроном за один полет равна 0.7. Если дрон совершает 5 полетов, найти вероятность, что цель будет обнаружена хотя бы один раз.

*Примечание:* использовать формулу (5).

*Задача 6. Дежурный разведывательный дрон.*

*Условие:* беспилотный дрон с вероятностью обнаружения цели 0.7 совершает 4 пролёта над зоной боевых действий. Найти вероятность того, что цель будет обнаружена хотя бы два раза?

*Примечание:* использовать формулу (6).

*Задача 7. Ложные срабатывания системы оповещения.*

*Условие:* вероятность ложного срабатывания системы оповещения в течение одного часа равна 0.01. Определить вероятность, что за 24 часа ложных срабатываний не будет.

*Примечание:* использовать формулу (2).

*Задача 8. Автоматическое наведение ракеты.*

*Условие:* вероятность корректного наведения ракеты равна 0.9. При запуске 4 ракет определить вероятность, что ровно 3 ракеты будут корректно наведены на цель.

*Примечание:* использовать формулу (1).

*Задача 9. Успешная контратака подразделений.*

*Условие:* вероятность успешной контратаки подразделения равна 0.6. Найти число контратак, необходимых для того, чтобы подразделения добились успеха хотя бы один раз с вероятностью не меньше, чем 0,99.

*Примечание:* использовать формулу (8).

*Задача 10. Тестирование нового оружия.*

*Условие:* при тестировании нового оружия вероятность обнаружения дефекта равна 0.1. Если проверяют 15 единиц оружия, найти наивероятнейшее число дефектных деталей.

*Примечание:* использовать формулу (9).

*Задача 11. Запуски ракет.*

*Условие:* при запуске 6 ракет вероятность попадания каждой в цель равна 0.5. Найти число запусков, необходимых для того, чтобы попадание произошло хотя бы один раз с вероятностью не меньше, чем 0,99.

*Примечание:* использовать формулу (8).

*Задача 12. Электронная борьба.*

*Условие:* в условиях активной электронной борьбы вероятность обнаружения цели радаром снижается с 0.9 до 0.6. При этом на базе работают два независимых радара. Какова вероятность, что цель будет обнаружена хотя бы одним из этих радаров?

*Примечание:* использовать формулу (5).

*Задача 13. Обнаружение минного поля.*

*Условие:* транспортное средство пересекает минное поле, где вероятность того, что транспортное средство активирует (и тем самым взрывает) одну мину, равна 0.05. Если транспортное средство проезжает мимо 20 мин, какова вероятность, что ни одна мина не взорвется (при условии независимости событий)?

*Примечание:* использовать формулу (2).

*Задача 14. Перехват радиосигнала.*

*Условие:* вероятность того, что одно радиосообщение будет перехвачено противником, составляет 0.25. При передаче 4 независимых сообщений найдите

наивероятнейшее перехваченных сообщений.

*Примечание:* использовать формулу (9).

*Задача 15. Отказ системы связи.*

*Условие:* система связи имеет вероятность отказа 0.1 за час. За 24 часа работы найдите вероятность, что произойдет не более одного отказа.

*Примечание:* использовать формулу (7).

Приведённые в данной статье профессионально ориентированные задания демонстрируют применение методов решения военно-прикладных задач в рамках схемы Бернулли, позволяя оценивать вероятности различных событий в условиях неопределенности.

***Список литературы***

1. Бочкарева О.В. Профессиональная направленность обучения математике студентов инженерно-строительных специальностей вуза: автореф. дис. … канд. пед. наук. 13.00.02 / О.В. Бочкарева. – Саранск: Пензенский гос. пед. ун-т им. В.Г. Белинского, 2006. – 17 с. EDN NJVQAP

2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения: учеб. пособие для втузов / Е.С. Вентцель. – М.: Высшая школа, 2000. – 2-е изд., стереотип. – 479 с. EDN YOQVHU

3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для вузов / В.Е. Гмурман. – М.: Высшая школа, 2003. – 9-е изд., стер. – 479 с. EDN QJLKXP

4. Далингер В.А. Математическое моделирование как системообразующий фактор интеграции курсов математики и спецдисциплин финансово-экономических специальностей / В.А. Далингер // Математическое образование в вузах Сибири: сб. научн. трудов. – Красноярск: ИПЦ КГТУ, 2002. – С. 15–19.

5. Далингер В.А. Профессионально-ориентированные задачи по математике для студентов инженерных специальностей: учеб. пособ. / В.А. Далингер. – Омск: Сфера, 2007. – 60 с.

6. Кузьменко О.И. К вопросу о понятии профессионально-ориентированной математической задачи в теории обучения математике / О.И. Кузьменко // Альманах современной науки и образования. – 2011. – №11 (54). – С. 106–109. EDN OPMLDT

7. Михайлова И.Г. Математическая подготовка инженера в условиях профессиональной направленности межпредметных связей: дис. … канд. пед. наук 13.00.02. / И.Г. Михайлова. – Тобольск, 1998. – 172 с. – EDN NLKZYL