

Курдубова Варвара Вениаминовна

канд. пед. наук, доцент

ФГКВОУ ВО «Военная орденов Жукова и Ленина
Краснознаменная академия связи им. Маршала Советского Союза
С.М. Буденного» Министерства обороны Российской Федерации
г. Санкт-Петербург

ПРИМЕНЕНИЕ ПРИБЛИЖЕННЫХ ФОРМУЛ СХЕМЫ БЕРНУЛЛИ ПРИ РЕШЕНИИ ПРОФЕССИОНАЛЬНО ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЗАДАЧ В ВЫСШЕЙ ВОЕННОЙ ШКОЛЕ

***Аннотация:** в статье предложены к рассмотрению профессионально ориентированные задачи, связанные с применением приближенной формулы Пуассона для вычисления вероятностей события в схеме последовательности независимых испытаний Бернулли.*

***Ключевые слова:** профессионально ориентированные задачи, теория вероятностей, высшая военная школа, схема Бернулли, формула Пуассона.*

В современном военном деле методы теории вероятностей имеют широкое применение. Эти методы позволяют анализировать неопределённости и прогнозировать развитие ситуации, используя вероятностные модели. Статистический анализ позволяет выявлять закономерности поведения противника, моделировать боевые сценарии, определять эффективность артиллерийского огня, оценивать вероятность перехвата ракет. Методы вероятностного анализа используются в разведке для оценки рисков обнаружения и обработки разведывательных данных, а также для оценки систем связи и электронной борьбы. Военные аналитики рассчитывают вероятность успеха тактических решений и разрабатывают сценарии боя, инженеры оценивают надёжность вооружения и техники, распределяют ресурсы и планируют логистические операции.

Таким образом, применение методов теории вероятностей позволяет минимизировать ошибки в управлении боевыми действиями, помогает принимать решения в условиях неопределённостей – делая теорию вероятностей незаменимым инструментом в военном деле.

Данная статья является продолжением исследования авторов, связанного с внедрением профессионально ориентированных задач в фундаментальные курсы подготовки курсантов в высших военных организациях высшего образования (ВООВО). Напомним, что опираясь на трактование О.В. Бочкаревой [1, с. 9] под профессионально ориентированной задачей для подготовки военного специалиста будем понимать практическое задание, содержащее модель ситуации, возникающей в военно-профессиональной деятельности офицера, а исследование этой ситуации осуществляется средствами теории вероятностей и математической статистики.

Предметом изучения авторов является разработка задач, связанных с военно-профессиональной деятельностью будущих офицеров, решаемых методами теории вероятностей и математической статистики.

В этой статье предлагаются к рассмотрению профессионально ориентированные задачи, которые решаются методами теории вероятностей, связанными с нахождением вероятностей событий с использованием приближенной формулы схемы Бернулли – формулы Пуассона.

Напомним некоторые основные понятия и формулы [2; 3; 5 и др.].

Схема Бернулли. Приближенная формула Пуассона

Если производится n независимых одинаковых испытаний, в каждом из которых событие A может появиться с одной и той же вероятностью p и не появиться с вероятностью $q = P(\bar{A}) = 1 - p$, то вероятность того, что событие A появится ровно m раз, выражается формулой Бернулли:

$$P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}, \quad (1)$$

Когда число испытаний велико, использование формулы Бернулли затруднительно в вычислительном плане и тогда применяют асимптотическую формулу Лапласа. Однако эта формула непригодна, если вероятность события A мала.

Таким образом, для решения задачи о нахождении вероятности того, что при очень большом числе испытаний, в каждом из которых вероятность события очень мала, событие A наступит ровно m раз, используют формулу Пуассона:

$$P_n(m) \approx \frac{a^m}{m!} e^{-a} \quad (2)$$

при $n \rightarrow \infty, p \rightarrow 0$ $np = a$ -среднее число появлений события в различных сериях (остается неизменным при различных значениях n).

Замечание. Формулу Пуассона можно применять для приближенного определения $P_n(m)$ при $a = np \leq 10$.

Типовая задача. Аппаратура состоит из 1000 элементов. Вероятность отказа одного элемента в течение одного года работы равна 0,001 и не зависит от состояния других элементов.

1. Какова вероятность отказа двух элементов?
2. Какова вероятность отказа не менее двух элементов за год?

Решение.

1. Требуется найти $P_{1000}(2)$, тогда

$$a = np = 1000 \cdot 0,001 = 1$$

по формуле (2):

$$P_{1000}(2) = \frac{1^2}{2!} e^{-1} = \frac{1}{2e} \approx 0,1831.$$

Ответ: вероятность отказа ровно двух элементов равна 0,1831.

2. Требуется найти $P_{1000}(m \geq 2)$, тогда вероятность отказа не менее двух элементов, проще найти через вероятность противоположного события $P_{1000}(m < 2)$:

$$P_{1000}(m < 2) = P_{1000}(0) + P_{1000}(1) = \frac{1^0}{0!} e^{-1} + \frac{1^1}{1!} e^{-1} = 2e^{-1} \approx 0,736$$

$$P_{1000}(m \geq 2) = 1 - P_{1000}(m < 2) = 1 - 2e^{-1} \approx 0,264.$$

Ответ: вероятность отказа не менее двух элементов за год равна 0,264.

Приведем ниже ряд профессионально-ориентированных задач, решаемых с использованием формулы Пуассона. Условия задач сформулированы в рамках выделенных военно-профессионально ситуаций [4].

Задача 1. Артиллерийский обстрел.

Условие: вероятность попадания одного снаряда в цель равна 0.01. При 200 выстрелах необходимо найти вероятность, что ровно 3 снаряда попадут в цель.

Задача 2. Обнаружение вражеских ракет.

Условие: радар обнаруживает ракету с вероятностью 0.005 за один скан. При 1000 независимых сканированиях найдите вероятность обнаружить ровно 2 ракеты.

Задача 3. Отказ системы связи.

Условие: система связи имеет вероятность отказа 0.001 за час. За 24 часа работы найдите вероятность, что произойдет ровно 1 отказ.

Задача 4. Ошибки в передаче команд.

Условие: вероятность ошибки при передаче одного сообщения равна 0.002. За 500 сообщений найдите вероятность совершения ровно 2 ошибок.

Задача 5. Ложные срабатывания системы сигнализации.

Условие: система сигнализации дает ложное срабатывание с вероятностью 0.01 за час. За 24 часа найдите вероятность, что произойдет ровно 1 ложное срабатывание; менее двух срабатываний.

Задача 6. Неудачные пуски беспилотников.

Условие: вероятность неуспеха выполнения задания беспилотником равна 0.02. Из 50 беспилотников найдите вероятность, что не больше одного аппарата не выполнит задание.

Задача 7. Обнаружение мин.

Условие: робот-разминировщик находит мину с вероятностью 0.005 за одну проверку. При 300 проверках найдите вероятность обнаружения не менее двух мин.

Задача 8. Появление вражеских беспилотников.

Условие: вероятность появления вражеского беспилотника за минуту равна 0.002. За 1000 минут наблюдения найдите вероятность появления менее 5 беспилотников.

Задача 9. Выявление подслушивающих устройств.

Условие: система обнаружения подслушивающих устройств срабатывает с вероятностью 0.004 за проверку. При 250 проверках найдите вероятность, что срабатывание произойдет ровно 1 раз.

Задача 10. Отказ электроники в боевой технике.

Условие: вероятность отказа электроники в боевой технике равна 0.0005 за час. За период в 2000 часов найдите вероятность, что произойдет ровно 3 отказа.

Предлагаемые в данной статье профессионально ориентированные задачи позволяют рассмотреть применение приближенной формулы Пуассона для схемы Бернулли к реальным военным ситуациям.

Список литературы

1. Бочкарева О.В. Профессиональная направленность обучения математике студентов инженерно-строительных специальностей вуза: 13.00.02: автореф. дис. ... канд. пед. наук / О.В. Бочкарева. – Саранск: Пензенский гос. пед. ун-т им. В.Г. Белинского, 2006. 17 с. EDN NJVQAP
2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения: учеб. пособ. для втузов / Е.С. Вентцель. – М.: Высшая школа, 2000. – 2-е изд., стереотип. – 479 с. EDN YOQVHU
3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для вузов / В.Е. Гмурман. – М.: Высшая школа, 2003. – 9-е изд., стер. – 479 с. EDN QJLKXP
4. Масюк В.Г. Основы обороны государства и военной службы: учебник для студ. учреждений высш. проф. образования / В.Г. Масюк. – М.: Академия, 2013. – 288 с.
5. Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам / Д.Т. Письменный. – М.: Айрис-пресс, 2008. – 4-е изд., испр. – 287 с. EDN QJSYKH