

Гончар Лариса Исаковна

канд. физ.-мат. наук, доцент

Шаяхметова Диана Ураловна

студентка

Юньюшина Дарья Сергеевна

студентка

ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский горный университет»

г. Санкт-Петербург

DOI 10.31483/r-138030

ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА И ОБРАБОТКА ЕГО РЕЗУЛЬТАТОВ ПРИ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

Аннотация: в статье рассматриваются современные методы планирования эксперимента и обработки данных при геофизических исследованиях, включая применение корреляционно-регрессионного анализа для изучения зависимостей между физическими свойствами горных пород и геологическими параметрами. Исследуются методы построения оптимальных планов эксперимента, включая полный факторный эксперимент и композиционные планы Бокса-Вильсона, а также способы минимизации числа опытов при сохранении информативности исследований. Особое внимание уделяется оптимизации использования ресурсов при сохранении высокого качества интерпретации данных, что особенно важно при полевых исследованиях в сложных условиях. Анализируются различные типы регрессионных моделей (линейная, параболическая, экспоненциальная) и их применение в геофизической практике. В статье освещаются вопросы проверки адекватности моделей, оценки значимости коэффициентов и построения доверительных интервалов для прогнозов. Полученные результаты могут быть использованы для совершенствования методологии геофизических исследований и повышения эффективности интерпретации данных в различных областях геологии и разведочной геофизики.

Ключевые слова: анализ геофизических данных, обработка данных эксперимента, моделирование геологического явления, регрессионный анализ, проверка модели на адекватность.

Ключевой задачей количественного анализа геофизических данных является выявление взаимосвязей между изучаемыми параметрами, такими как физические характеристики горных пород, глубина залегания сейсмического горизонта и показатели гравитационного поля в гравиразведке. Другой распространённой задачей обработки геофизических данных является их аппроксимация некоторой зависимостью, например, полиномом заданной степени. Или задача интерполяции физических полей многочленами или системой гармонических функций [1]. Изучение и построение связей предусматривает оценку тесноты связи и оценку формы, в которой такая связь проявляется [2]. Решение указанных задач осуществляется с использованием математического аппарата корреляционно – регрессионного анализа. Например, линейная регрессия используется для моделирования зависимости значения глубин от поверхности до фундамента при измерении приращения силы тяжести в пунктах бурения скважин. Параболическая регрессия используется при определении средней плотности пластов по данным акустического каротажа (по скорости), по результатам которого найдена скорость продольных волн. Экспоненциальные виды регрессии применяются в геохимии [3]. Множественная регрессия применяется для определения глубины залегания складчатого фундамента по данным гравиразведки и аэромагниторазведки. В геофизике наиболее распространена аппроксимация статистических функций распределения и гистограмм с помощью нормального и логнормального законов [4].

Актуальной задачей разведочной геофизики остаётся оптимизация процесса сбора информации о геологических объектах и явлениях с целью максимизации её объёма при минимальных временных и экономических затратах. В этой связи ключевым аспектом проведения геофизических исследований является рациональное планирование эксперимента, направленное на повышение эффективности сбора и обработки данных. Эксперимент, обеспечивающий оптимиза-

цию использования ресурсов, сохраняет высокое качество интерпретации данных, что представляет особую значимость при проведении полевых геологических исследований в условиях ограниченного доступа к объектам изучения [5]. Первоочередной задачей считается выбор модели, они положены в основу алгоритмов обработки, анализа и интерпретации. Особенность модели – универсальность [6]. На основе экспериментальных данных становится возможным разработка вероятностной модели геологического объекта, которая адекватно воспроизводит закономерности изменений исследуемых параметров в процессах. Грамотное планирование эксперимента позволяет обеспечить высокую достоверность и надёжность получаемых результатов [7]. Планирование эксперимента, особенно в рамках статистических методов, таких как полный факторный эксперимент (ПФЭ), позволяет исследовать взаимодействие между различными геофизическими переменными и количественно определить влияния природных факторов на формирование структуры [8]. Использование ПФЭ не всегда целесообразно из-за большого количества опытов [9], поэтому он не применим к сейсморазведке (при использовании данного метода разведки большое количество выходных данных, следственно, и факторов эксперимента [10]. На основе классификации Г.С. Поротова [11] модель работы характеризуется как символьная математическая двухмерная статическая. Для анализа данной модели были применены методы регрессионного анализа и инструментарий матричной алгебры. В работах [12–15] рассмотрены примеры использования регрессии в геофизической практике: интерпретация каротажа, определение содержания золота, исследование нефтегазоносности, оценивание пористости пород. В современной геофизической практике регрессионный анализ широко применяется не только в горнодобывающей отрасли для восполнения запасов углеводородов [16], но и в машинном обучении. Прогнозирование параметров нетрадиционных газовых пластов основано на принципах измерения значимости факторов, оно применяется к машинному обучению [17; 18].

В современных исследованиях акцент сосредоточен, прежде всего, на совершенствовании методов обработки данных в рамках заданной эксперимен-

тальной модели. При этом выбор конфигурации эксперимента остаётся прерогативой исследователя. Однако для достижения максимальной эффективности необходимо не только применять рациональные подходы к обработке результатов, но и разрабатывать стратегии оптимального планирования самого эксперимента. Это позволяет минимизировать временные и материальные затраты при одновременном максимизации объёма получаемой информации. Эксперимент, организованный с учётом принципов оптимизации, получил наименование экстремального или оптимального.

Экстремальные эксперименты встречаются в тех случаях, когда задачей исследования является условие, при которых изучаемый процесс удовлетворяет тому или иному критерию оптимальности наблюдений. Такие эксперименты характерны в задачах по выбору числа и условий проведения опытов, необходимых для достижения заданной точности или надёжности. Например, расчёт необходимого числа независимых наблюдений с целью обнаружения сигнала при заданной надёжности и фиксированном отношении сигнал/помеха.

Регрессионные эксперименты направлены на выявление закономерностей, описывающих исследуемый объект или явление в общем контексте. В рамках таких исследований анализируются различные регрессионные модели, характеризующие поведение и свойства изучаемого объекта или явления. В качестве примеров можно привести следующие задачи.

1. Определение параметров аномалии образующего объекта по данным одного метода.
2. Построение математической модели геологического объекта по данным комплекса геофизических признаков.
3. Выбор оптимального комплекса геофизических методов при решении конкретной геологической задачи.

Планирование эксперимента сочетает в себе методы математической статистики и методы решения экстремальных задач на базе линейного, динамического и т. д. программирования. Планирование регрессионных экспериментов основывается на предварительном анализе факторов, оказывающих существен-

ное влияние на характеристики и поведение исследуемой системы. Совокупность этих факторов образует пространство размерности, которое называется факторным пространством. Факторы могут быть количественными и качественными. Так можно контролировать количество и виды используемых геолого- геофизических методов. Каждый фактор в эксперименте характеризуется одним или несколькими значениями, именуемыми уровнями. На этапе подготовки к проведению эксперимента необходимо определить границы областей изменения факторов и установить интервалы их варьирования. Экспериментальный план, предполагающий реализацию всех возможных комбинаций уровней факторов, классифицируется как полный факторный эксперимент.

Пусть $k = 1$, y_1, y_2 -отклики в точках 1, 2. Тогда при исследовании $y = f(x_1)$ для формирования регрессии $y = b_0 + b_1 x_1$ план эксперимента имеет вид:

$X = \begin{bmatrix} x_{1min} \\ x_{2min} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{matrix} y_1 \\ y_2 \end{matrix}$. Пусть $k = 2$; $y = f(x_1, x_2)$, $\hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2$, тогда $X =$

$$\begin{bmatrix} x_{1min} & x_{2min} \\ x_{1min} & x_{2max} \\ x_{1max} & x_{2min} \\ x_{1max} & x_{2max} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{matrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{matrix}, \text{ а после нормировки: } X = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & +1 \\ +1 & -1 \\ +1 & +1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{matrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{matrix}.$$

Пусть $k = 3$; $y = f(x_1, x_2, x_3)$, $\hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3$. Матрица независимых перемен для плана трёхфакторного эксперимента: $X =$

$$\begin{bmatrix} +1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & +1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{matrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{matrix} \text{ может быть представлена в виде таблицы, и графически}$$

такой план представляет собой куб.

В рамках теории планирования эксперимента используются обозначения планов, обеспечивающих возможность расчёта объёма экспериментальных исследований: $N = m^k$. Таким образом, в планах первого порядка факторы варьируются на двух уровнях, $m = 2$, поэтому $N = 2^k$. Планы, которые содержат все сочетания уровней факторов, называют, планами полных факторных экспериментов (ПФЭ). Такие планы обладают свойством симметричности : $\sum_{i=1}^N x_{ij} = 0, j = \overline{1, k}$ (); свойством нормировки: $\sum_{i=1}^N x_{ij}^2 = N, j = \overline{1, k}$; свой-

ством ортогональности (ортогональные планы): $\sum_{j>1}^N x_{ij}x_{il} = 0, j, l = \overline{1, k}$. При-

менение данных характеристик способствует значительному упрощению вычислительного процесса при построении многофакторной регрессионной модели.

Заметное увеличение объема эксперимента с ростом k ограничивает использование ПФЭ, поэтому возникает вопрос о сокращении числа опытов в планах ПФЭ.

Представление матрицы независимых переменных в кодированном виде и включение в неё эффектов взаимодействия сокращает объем ПФЭ.

План эксперимента второго порядка при $k = 1, y = f(x_1), \hat{y} = b_0 + b_1x_1 +$

$b_{11}x_1^2$ имеет вид: $X = \begin{bmatrix} x_{1min} \\ x_{10} \\ x_{1max} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ +1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{matrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{matrix}$. Если $k = 2, y = f(x_1, x_2), \hat{y} = b_0 +$

$b_1x_1 + b_{11}x_1^2 + b_2x_2 + b_{22}x_2^2$, то соответственно матрица плана: $X =$

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & +1 \\ +1 & -1 \\ +1 & +1 \\ -1 & 0 \\ +1 & 0 \\ 0 & +1 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{matrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \\ y_7 \\ y_8 \\ y_9 \end{matrix}$$

С увеличением k число опытов быстро увеличивается, при $k \geq 4$ от планов центральной точкой отказываются.

Применение композиционных планов Бокса-Вильсона в процессе планирования эксперимента обеспечивает минимизацию общего количества испытаний при одновременном управляемом варьировании всех переменных, характеризующих изучаемый процесс, в соответствии с установленными правилами.

Задачей факторного (регрессионного) эксперимента является установление связей между факторами и реакцией (откликом) модели исследуемого объекта, записываемого в общем виде $Y_i = Y_j(X, b), j = 1, \dots, L$, где Y_i зависят также от совокупности ряда неизвестных параметров $b(b_0, \dots, b_L)$. Постановка оптимального эксперимента должна обеспечивать построение математической модели объек-

та с минимальным количеством измерений. При этом варьирование значений факторов осуществляется в соответствии со специально разработанным критерием, направленным на достижение максимальной эффективности моделирования. В зависимости от степени информативности относительно вида функции $Y_i = Y_j(X, b)$, $j = 1, \dots, L$ эксперименты ставятся для определения или уточнения значений параметров $b(b_0, \dots, b_L)$.

Согласно первому постулату регрессионного анализа, отклик может быть представлен как сумма прогнозируемого значения, полученного на основе модели, и случайной ошибки. Второй постулат утверждает, что указанная ошибка представляет собой нормально распределенную случайную величину с нулевым математическим ожиданием и постоянной дисперсией σ_y^2 [4].

В условиях ограниченной информации о модели можно принять регрессионное уравнение в качестве аппроксимации неизвестной функции отклика следующего вида:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + \dots + b_i x_i + \dots + b_n x_n,$$

где $b_0, b_1, \dots, b_n$ - неизвестные коэффициенты; $x_1, x_2, \dots, x_n$ - регрессионные переменные, представляющие собой набор известных линейно независимых функций. Для построения модели с использованием аппарата матричной алгебры каждой точке пространства регрессионных переменных ставится в соответствие вектор-строка $x_i = (x_{i0}, x_{i1}, \dots, x_{in})$, включающая дополнительную регрессионную переменную, тождественно равную единице, для удобства вычислений. В результате экспериментальные данные могут быть формализованы в виде матрицы наблюдений (матрицы плана) и вектора-столбца откликов:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ 1 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_{i1} & x_{i2} & \dots & x_{in} \\ 1 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_{N1} & x_{N2} & \dots & x_{Nn} \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_i \\ \dots \\ y_N \end{bmatrix}.$$

Матрицу $X^T X = M$ называют информационной матрицей. Обратная ей матрица является матрицей ковариаций: $C = (X^T X)^{-1} = M^{-1}$.

В методологии проведения экспериментальных исследований выделяют два основных подхода: пассивный и активный. Пассивный подход характеризуется отсутствием предопределённой структуры в выборе точек проведения экспериментов, тогда как активный подход предполагает целенаправленное проведение опытов в заранее определённых точках, формирующих план эксперимента. В большинстве применяемых планов выполняется условие ортогональности столбцов матрицы планирования (X) :

$$\sum_{i=1}^N x_{ik}x_{il} = 0, \text{ если } k \neq l$$

В соответствии с предъявляемыми требованиями к модели осуществляется формализация условий для конфигурации матрицы плана, включая определение количества строк и порядка их заполнения. Данные условия базируются на критериях оптимальности, которые, как правило, выражаются через характеристики информационной матрицы и матрицы ковариаций. Именно эти матрицы непосредственно связаны с оценками модели и функционально связаны с матрицей плана [19]. Наиболее часто используемый критерий D – оптимальности состоит в минимизации дисперсии всех коэффициентов регрессии. Данный критерий обеспечивает отсутствие в области планирования точек, характеризующихся недопустимо низкой точностью оценки модели. Вектор коэффициентов характеризуется обобщённой дисперсией, которая определяется как детерминант ковариационной матрицы.

Вычисление оценок коэффициентов модели осуществляют по методу наименьших квадратов [20]. Суть данного подхода состоит в определении коэффициентов путём минимизации суммы квадратов отклонений между значениями, предсказанными моделью, и фактически наблюдаемыми откликами в эксперименте: $Q_{\text{ост}} = \sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - y_i)^2 = \min, \text{ т. е. } \frac{\partial Q_{\text{ост}}}{\partial b_j} = 0; j = 0, 1, \dots, n.$

Введём векторы – столбцы коэффициентов и откликов модели: $B = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$,

$\hat{Y} = \begin{bmatrix} \hat{y}_1 \\ \vdots \\ \hat{y}_N \end{bmatrix}$. Тогда $\hat{Y} = XB$ и сумма квадратов отклонений $Q_{\text{ост}}$ может быть запи-

сана: $Q_{\text{ост}} = (XB - Y)^T (XB - Y)$. Условие минимизации $Q_{\text{ост}}$ в матричной форме приобретает вид матричного уравнения: $X^T XB = X^T Y$, откуда получим выражение для искомого вектора коэффициентов: $B = (X^T X)^{-1} X^T Y$.

В случае, когда матрица наблюдений X включает значительное число повторяющихся строк, что указывает на проведение экспериментов с дублированием, рекомендуется модифицировать алгоритм расчёта вектора коэффициентов B следующим образом: пусть матрица X содержит N_0 различных строк ($N_0 < N$). Исключим из матрицы X повторяющиеся строки и оставшуюся матрицу X_0 будем рассматривать как матрицу различных опытов, каждый из которых производят с числом повторов p_i ($i = 1, \dots, N_0$). Средний отклик в i -м опыте $\bar{y}_i = \frac{1}{p_i} \sum_{l=1}^{p_i} y_{il}$. Тогда всей совокупности наблюдений можно сопоставить:

матрицу различных опытов X_0 , которая содержит N_0 различных строк, соответствующий ей вектор – столбец Y_0 средних откликов и матрицу дублирования

$P: P = \begin{bmatrix} p_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{N_0} \end{bmatrix}$. В этом случае выражение для вектора коэффициентов примет вид: $B = (X_0^T P X_0)^{-1} X_0^T P Y_0$.

Следует подчеркнуть, что вычисление вектора B возможно только при условии обратимости матрицы $X^T X$, которая, в свою очередь, должна быть невырожденной. Таким образом, необходимым и достаточным условием для построения регрессионной модели является следующее требование: $|X_0^T X_0| \neq 0$.

0. При использовании активного эксперимента выполнение этого требования гарантировано, поскольку в этом случае матрицу $X^T X$ является диагональной. Плохая обусловленность матрицы $X^T X$ приводит к тому, что такая модель имеет слишком низкую точность. Погрешности, обусловленные округлением, могут быть снижены путём центрирования и нормирования экспериментальных данных [4].

Вопрос о возможности исключения из построенной модели $\hat{y} - \bar{y} = b_1(x_1 - \bar{x}_1) + \dots + b_n(x_n - \bar{x}_n)$ переменных x_j может быть решён путём анализа значимости соответствующего коэффициента b_j . Значимость b_j можно определить путём проверки статистической гипотезы $H_0: b_j = 0$. Для этого требуется, прежде всего, оценить степень случайной вариации вектора коэффициентов B , определяемого на основе эксперимента с ограниченным объёмом наблюдений N . Такой мерой является матрица дисперсий – ковариаций коэффициентов: $V(B) = (X^T X)^{-1} \sigma_y^2$, которая при дублировании опытов принимает вид: $V(B) = (X_0^T P X_0)^{-1} \sigma_y^2$, где P -матрица дублирования. Значимости каждого коэффициента b_j проверяется по критерию Стьюдента.

После получения адекватной регрессионной модели и оценки дисперсии чистой ошибки σ_y^2 , данная модель может быть применена для прогнозирования значений отклика в произвольной точке x_0 пространства переменных. Следует учитывать, что $\hat{y}_0 = x_0 B$ -предсказанное значение функции отклика представляет собой оценку среднего значения отклика $\bar{y}_0$ при условии многократного повторения экспериментов в указанной точке x_0 . При этом $\hat{y}_0$ представляет собой точечную оценку $\bar{y}_0$ и может не совпадать с истинным значением $\bar{y}_0$, поскольку коэффициенты модели $b_0, b_1, \dots, b_n$ определены на основе эксперимента с ограниченным объёмом наблюдений, они характеризуются вариабельностью, описываемой матрицей дисперсий-ковариаций $V(B)$. Следовательно, величина $\hat{y}_0$ также обладает вариабельностью, значение которой задаётся соответствующей дисперсией: $D\{\hat{y}_0\} = x_0 V(B) x_0^T = x_0 (X^T X)^{-1} \sigma_y^2 x_0^T$. Тогда выражение для доверительного интервала $\bar{y}_0$ имеет вид:

$$\hat{y}_0 \pm t_{\alpha;f} \sqrt{D\{\hat{y}_0\}} = \hat{y}_0 \pm t_{\alpha;f} \sqrt{x_0(X^T X)^{-1} s_y^2 x_0^T},$$

где s_y^2 -оценка дисперсии ошибки; $t_{\alpha;f}$ -табличное значение критерия Стьюдента при числе степеней свободы, с которым была определена оценка s_y^2 . Истинное значение $\bar{y}_0$ лежит в пределах этого интервала с вероятностью $(1-\alpha)$. В случае, когда представляет интерес не среднее значение отклика $\bar{y}_0$, а его величина y_0 при однократном повторении эксперимента в точке X_0 , к дисперсии $D\{\hat{y}_0\}$ необходимо добавить дисперсию σ_y^2 , характеризующую влияние чистой ошибки как независимого фактора. В данном случае доверительный интервал для y_0 определяется на основе следующего выражения:

$$\hat{y}_0 \pm t_{\alpha;f} \sqrt{s_y^2 [x_0(X^T X)^{-1} x_0^T + 1]}.$$

Регрессионная модель теряет реальную ценность для предсказания в случае возникновения внутренних изменений в исследуемом объекте после её разработки.

Список литературы

1. Крылов С.В. Методы математической статистики при определении скорости по годографам отражённых волн / С.В. Крылов // Записки Горного института. – 1961. – №2 (39). – С. 7.
2. Печенкин М.М. Частотно-временной анализ временных рядов магнитотеллурического зондирования / М.М. Печенкин // Записки Горного института. – 2008. – Т. 176. – С. 163–167. – EDN LHPVWN
3. Горбунова Л.М. Частные коэффициенты корреляции при геохимических исследованиях / Л.М. Горбунова, Ю.Н. Капков // Записки Горного института. – 1966. – №2 (50). – С. 117.
4. Михалевич И.М. Применение математических методов при анализе геологической информации (с использованием компьютерных технологий): учебное пособие / И.М. Михалевич, С.П. Прими́на. – Иркутск: Иркут. гос. ун-т, 2006. – 115 с. – EDN QZOJEL

5. Приказ Министерства природных ресурсов и экологии РФ «Об утверждении Правил подготовки проектной документации на проведение геологического изучения недр и разведки месторождений полезных ископаемых по видам полезных ископаемых» от 14 июня 2016 г. №352.

6. Вахромеев Г.С. Моделирование в разведочной геофизике / Г.С. Вахромеев, А.Ю. Давыденко. – М.: Недра, 1987. – 192 с.

7. Демченко Н.П., Статистические методы обработки геофизической информации: метод. указания / Н.П. Демченко, И.Е. Усольцев. – Ухта: УГТУ, 2013. – 20 с.

8. Деч В.Н. Геологу о математике. Советы по практическому применению / В.Н. Деч, Л.Д. Кноринг. – Л.: Недра, 1989. – 208 с.

9. Самойлик В.Г. Исследования полезных ископаемых на обогатимость: учеб. пособие / В.Г. Самойлик. – Донецк: ДонНТУ, 2018. – 190 с. EDN UYWTSU

10. Степанов А.В. Полевой этап получения сейсмических данных: учебно-методическое пособие к курсам повышения квалификации «Петрофизика и геофизика в нефтяной геологии» / А.В. Степанов. – Казань: Казанский университет, 2013. – 35 с.

11. Поротов Г.С. Математические методы моделирования в геологии / Г.С. Поротов. – СПб.: Санкт-Петербургский государственный горный институт (технический университет), 2006. – 223 с. – EDN OTRNTG

12. Никифоров И.А. Статистический анализ геологических данных: учебное пособие / И.А. Никифоров; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2010. – 170 с. EDN QKJLYT

13. Наливкин В.Д. Естественные границы в ряду распределения месторождений нефти и газа по запасам / В.Д. Наливкин, В.И. Кузьмин, В.Г. Лукьянова // Докл. АН СССР. – 1982. – Т. 266. №4. – С. 947–951.

14. Канайкин В.С. Применение регрессионного и дисперсионного анализов для интерпретации гравиметрических данных / В.С. Канайкин, Е.Х. Турутанов, Б. Буянтогтох // Известия Сибирского отделения Секции наук о Земле Российской академии естественных наук. Геология, разведка и разработка месторождений полезных ископаемых. – 2018. – Т. 41. №1. – С. 115–125. DOI: 10.21285/2541–9455–2018–41–1-115–125. – EDN LBPOCL
15. Деч В.Н. Нетрадиционные методы комплексной обработки и интерпретации геолого-геофизических наблюдений в разрезах скважины / В.Н. Деч, Л.Д. Кноринг. – Л.: Недра, 1978. – 192 с.
16. YangLia, XiaoguangLia, MingyuGuob, ChangChena, PengboNic, ZijianHuangd Regression analysis and its application to oil and gas exploration: A case study of hydrocarbon loss recovery and porosity prediction, China // Energy Geoscience. – 2024. – №100333. DOI: 10.1016/j.engeos.2024.100333
17. Zihao Wang A review of machine learning applications to geophysical logging inversion of unconventional gas reservoir parameters // Earth-Science Reviews. – 2024. – №104969. DOI: 10.1016/j.earscirev.2024.104969
18. Янушенко Т.А. Применение нейронных сетей в петрофизических исследованиях для определения фильтрационно-емкостных свойств / Т.А. Янушенко, Н.А. Голиков DOI 10.33764/2618–981X-2024–2-4–242–248. EDN OHYFTW
19. Дмитриев В.И. Вычислительная математика и техника в разведочной геофизике / В.И. Дмитриев. ISBN 13: 9785247006374
20. Шалаев С.В. Математическое программирование в геофизике / С.В. Шалаев // Записки Горного института. – 1966. – №2 (50). – С. 53.