Садовников Николай Владимирович
д-р пед. наук, доцент, профессор
Шипанова Елена Викторовна
канд. пед. наук, доцент
Топоркова Анастасия Викторовна
преподаватель
Филиал ФГКВОУ ВО «Военная академия материально-технического обеспечения им. генерала армии А.В. Хрулева» Министерства обороны Российской Федерации в г. Пензе
г. Пенза, Пензенская область

МЕТОДИКА РЕАЛИЗАЦИИ ВОЕННО-ПРИКЛАДНОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ В КУРСЕ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ ВОЕННОГО ВУЗА

Аннотация*: основным средством усиления военно-прикладной направленности обучения высшей математике является решение соответствующего вида задач. В статье разработана методика реализации военно-прикладной направленности изучения дифференциального исчисления в курсе высшей математики военного вуза. Выделены основные требования к решению военно-прикладных задач, соблюдение которых методически целесообразно при проведении практических занятий по высшей математике. Главная цель решения военно-прикладных задач на занятиях по высшей математике и физике состоит в придании обучению профессиональной направленности, а также с первого курса показать курсантам связь математических и физических понятий с будущей работой военного инженера, для которого умение пользоваться математическим и физическим аппаратом крайне необходимо.*

Ключевые слова*: военно-прикладная направленность, дифференциальное исчисление, межпредметные связи, методика реализации, сопротивление преграды, длина заряда реактивного двигателя, газовая струя, линейные размеры газовой струи, режимная сила тяги сопла, избыточное давление торможения.*

При изучении высшей математики основным средством усиления её военно-прикладной направленности является решение соответствующего вида задач. При изучении физики в военном вузе решение военно-прикладных задач также выступает в качестве одного из средств. Но на первые позиции выдвигается уже такое средство как рассмотрение примеров практического применения, изучаемых физических понятий, законов и принципов в различных технических устройствах военного назначения. Существуют и другие возможности усиления военно-прикладной направленности обучения высшей математики и физики курсантов военных вузов [1].

В данной статье рассмотрим возможную методику реализации военно-прикладной направленности изучения дифференциального исчисления в курсе высшей математики военного вуза при решении задач соответствующего вида.

Наш опыт использования военно-прикладных задач на занятиях подтверждает их целесообразное применение при соблюдении таких основных требований:

а) систематичности (желательно по большинству тем курса имеет задачи военно-прикладного характера);

б) простоты задач (они должны быть понятны обучаемым по содержанию и не требовать от преподавателей глубоких военно-специальных знаний);

в) нетрудоемкости (время решения одной такой задачи должно быть в пределах 20 минут).

За счет использования электронных средств обучения это время можно сократить до 10–15 минут.

Кроме этого, задачи не должны ущемлять интересов математической или физической стороны занятия, а их число по отдельной теме курса должно быть небольшим (не более двух).

Дифференциальное исчисление составляет важнейшую часть раздела высшей математики – математического анализа. Г. Лейбниц ввел такое определение дифференциального исчисления, которое с удивительной точностью определяет суть данной теории. Differentia на латинском означает «расчленение», «разделение», «раздробление». Дифференцирование, по Лейбницу, – это расчленение функции на бесконечно малые элементы. Его подход был геометрическим – он стремился дать общий метод определения касательной к кривым. И. Ньютон пришел к производной, исходя из необходимости описывать движение тел и эволюцию различных процессов. Он мыслил как физик, механик, стремился дать точное определение скорости движения в данный момент времени (так называемой мгновенной скорости). Ньютон описал механическую систему мира. Создаваемый им математический аппарат привел его к фундаментальной концепции, суть которой можно передать словами: «Мир управляется дифференциальными уравнениями». При составлении и решении которых, дифференциальному исчислению отводится важная роль.

Рассмотрение многих военно-технических задач приводит к использованию теории дифференциального исчисления. Например, определение скорости изменения длины порохового заряда в зависимости от условий заряжания, определение скорости радиоактивного распада, расчет дифференцирующее-сглаживающих устройств приборов слежения за целью, вывод уравнений движения центра масс снаряда в преграде, расчет характеристик ударного действия снаряда и др.

Цель решения военно-прикладных задач на занятиях по высшей математике и физике – придать обучению профессиональную направленность и уже на первом курсе показать курсантам связь математических и физических понятий с будущей работой военного инженера, для которого умение пользоваться математическим и физическим аппаратами крайне необходимо. Он должен уметь выбирать из многочисленных методов и приемов математики и физики те, которые нужны для решения данной инженерной задачи, и правильно воспользоваться ими.

На практическом занятии по математике при изучении производной сложной функции курсантам можно предложить следующую задачу военно-прикладного характера.

Пример_1. Пуля начинает пробивать преграду со скоростью V. Закон изменения скорости пули в преграде $V = V(t)$. Если сила сопротивления преграды пропорциональна квадрату скорости движения пули, то закон имеет вид $V(t) = \frac{\mathrm{m}V_0}{\mathrm{k}V_0\mathrm{t}+\mathrm{m}}$, где k – коэффициент пропорциональности, m – масса пули. Показать, что $V(t)$ подчиняется уравнению $V' + \frac{k}{\mathrm{m}}V^2 = 0$.

Решение: 1. Исходя из математической модели данной задачи, можно утверждать: величины m, V_0, k являются постоянными для указанного в задаче физического процесса (для конкретных пули и преграды).

2. Найдем производную сложной функции $V(t)$ по переменной t $(\mathrm{t}' = 1)$. Полагая $u = \mathrm{k}V_0\mathrm{t} + \mathrm{m}$ и применяя формулы дифференцирования для сложной функции, получим

$$V'(t) = -\frac{\mathrm{m}V_0}{(\mathrm{k}V_0\mathrm{t}+\mathrm{m})^2} \cdot (\mathrm{k}V_0\mathrm{t}+\mathrm{m})' = -\frac{\mathrm{km}V_0^2}{(\mathrm{k}V_0\mathrm{t}+\mathrm{m})^2}$$

3. Подставив $V(t)$ и $V'(t)$ в уравнении, получим тождество

$$-\frac{\mathrm{km}V_0^2}{(\mathrm{k}V_0\mathrm{t}+\mathrm{m})^2} + \frac{\mathrm{k}}{\mathrm{m}} \cdot \frac{\mathrm{m}^2V_0^2}{(\mathrm{k}V_0\mathrm{t}+\mathrm{m})^2} = 0, \text{т. е. } 0 = 0$$

Рассмотренная задача, оставаясь математической по сути (доказать, что $V(t)$ подчиняется уравнению $V' + \frac{k}{\mathrm{m}}V^2 = 0$), тем не менее несет по своему содержанию (фабуле) военно-прикладную направленность, так как описывает реальный военно-технический процесс пробивания пулей преграды, учитывая при этом реальную физическую закономерность: сила сопротивления преграды пропорциональна квадрату скорости движения пули.

Более сильную военно-прикладную направленность имеет следующая задача, которую тоже можно решить средствами дифференциального исчисления.

Пример_2. Длина L заряда реактивного двигателя гранатомета выражается формулой

$$L = \frac{\chi\,\mathrm{BD_H}}{4\sqrt{\mathrm{n}_1}} \cdot \frac{1-\varepsilon}{\sqrt{2-\varepsilon}},$$

где ε – коэффициент заполнения пороховым зарядом поперечного сечения пороховой камеры (характеризует степень заполнения зарядом объема пороховой камеры).

Найти скорость изменения длины L порохового заряда в зависимости от изменения условий заряжания (ε).

Примечание. Все величины в формуле являются конструктивными характеристиками двигателя и порохового заряда:

χ – критерий устойчивости горения пороха в камере двигателя (с целью упрощения расчета принимают $\chi = \chi_{\text{наружное}} = \chi_{\text{канала}}$);

$D_{\text{Н}}$ – наружный диаметр камеры реактивного двигателя;

B – параметр, характеризующий качество спроектированного двигателя;

n_1 – число пороховых шашек в заряде.

Решение: 1. При заданной конструкции реактивного двигателя и выборе взрывчатых веществ, указанные в формуле величины будут постоянными, меняется только величина ε.

Поэтому в математической модели задачи необходимо найти скорость изменения функции $L = f(\varepsilon)$ в зависимости от изменения переменной ε.

Для упрощения записей выполним замену: $b = \dfrac{\chi\, B\, D_{\text{н}}}{4\sqrt{n_1}}$.

Тогда $L(\varepsilon) = \dfrac{b(1-\varepsilon)}{\sqrt{2-\varepsilon}}$, где b – постоянная величина.

2. Дифференцируем функцию $L(\varepsilon)$ по переменной ε ($\varepsilon' = 1$), опираясь на правило дифференцирования частного двух функций:

$$L'(\varepsilon) = \frac{dL}{d\varepsilon} = b\frac{-\sqrt{2-\varepsilon} + \dfrac{(1-\varepsilon)}{2\sqrt{2-\varepsilon}}}{2-\varepsilon} = \frac{b(\varepsilon-3)}{2(2-\varepsilon)\sqrt{2-\varepsilon}}$$

Подставив значение b, найдем требуемую скорость.

Таким образом, $\dfrac{dL}{d\varepsilon} = \dfrac{\chi\, B\, D_{\text{н}}}{4\sqrt{n_1}} \cdot \dfrac{(\varepsilon-3)}{2(2-\varepsilon)\sqrt{2-\varepsilon}}$ – скорость изменения длины заряда реактивного двигателя в зависимости от изменения условий заряжания.

Кстати, полученный результат используется для определения оптимального веса порохового заряда в камере гранатомета, т.к. при выбранных материале и параметрах двигателя его вес будет зависеть от длины порохового заряда.

Для разработки (составления) методики реализации военно-прикладной направленности изучения дифференциального исчисления рассмотрим решение еще одной задачи, имеющей для военного инженера прикладную направленность.

Пример 3. (на расчет линейных размеров газовой струи).

При расчете поперечных размеров газовой струи односоплового реактивного двигателя твердого топлива (РДТТ) была получена формула

$$r = S\sqrt{\frac{1}{\alpha}\ln\frac{\alpha P_p}{\pi S^2 \Delta p_r}}\ ,$$

по которой определяют радиус газовой струи в любом сечении основного участка.

Найти максимальный диаметр струи на основном участке. Все величины в формуле, кроме S и r, считать постоянными.

Примечание. В данной формуле величины имеют следующий смысл:

r – расстояние (радиус) от оси струи до рассматриваемой точки;

S – расстояние от среза сопла до рассматриваемого сечения газовой струи;

α – опытный коэффициент, $\alpha > 0$;

P_p – режимная сила тяги сопла;

Δp_r _ избыточное давление торможения.

Решение: 1. Для упрощения записей выполним замену: $b = \dfrac{\alpha P_p}{\pi \Delta p_r}$

(b – постоянная величина), тогда

$$r(S) = S\sqrt{\frac{1}{\alpha}\ln\frac{b}{S^2}}\ .$$

2. Найдем производную функции $r(S)$:

$$r'(S) = \frac{dr}{dS} = \sqrt{\frac{1}{\alpha}\ln\frac{b}{S^2}} - \frac{S}{2\sqrt{\frac{1}{\alpha}\ln\frac{b}{S^2}}}\,\frac{2S^2b}{\alpha\, bS^3}.$$

Упростим выражение:

$$\frac{dr}{dS} = \sqrt{\frac{1}{\alpha}\ln\frac{b}{S^2}} - \frac{1}{\alpha\sqrt{\frac{1}{\alpha}\ln\frac{b}{S^2}}} = \frac{\ln\frac{b}{S^2} - 1}{\alpha\sqrt{\frac{1}{\alpha}\ln\frac{b}{S^2}}}.$$

3. Найдем критические точки при условии $\frac{dr}{dS} = 0$.

Если $\ln\frac{b}{S^2} - 1 = 0$, то $S_m = \pm\sqrt{\frac{b}{e}}$. С учетом $S > 0$, $S_m = \sqrt{\frac{b}{e}}$; производная $\frac{dr}{dS}$ не существует при $\alpha = 0$ или $\frac{b}{S^2} = 1$, что невозможно по смыслу задачи ($r > 0$).

Итак, $S_m = \sqrt{\frac{b}{e}}$ – критическая точка.

4. Так как при переходе через критическую точку производная меняет знак с плюса на минус, то S_m – точка максимума функции.

Следовательно, S_m – длина газовой струи до максимального поперечного сечения.

5. Подставляя значения S_m и b в функцию r, получим:

$$r_{\max} = \sqrt{\frac{P_p}{\pi\, e\, \Delta p_r}}.$$

Итак, максимальный диаметр газовой струи на основном участке сопла вычисляется по формуле

$$d_{\max} = 2\sqrt{\frac{P_p}{\pi\, e\, \Delta p_r}},$$

причем длина струи до максимального поперечного сечения равна

$$S_m = \sqrt{\frac{\alpha P_p}{\pi e \Delta p_r}}\,.$$

Примечание. Экспериментальные исследования показывают, что газовая струя односоплового реактивного двигателя твердого топлива (РДТТ) представляет собой осесимметричный поток газа, в котором можно выделить несколько характерных участков, где изменение параметров газовой струи происходит по разным законам (рис. 1).

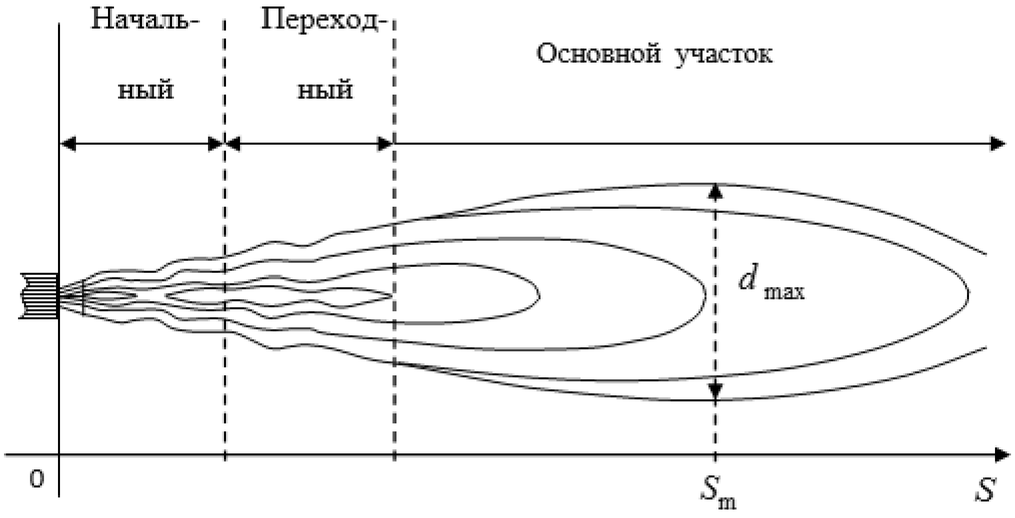

Рис. 1. Газовая струя РДТТ

Основные из них:

1) начальный участок. Представляет собой сверхзвуковой поток газов. На этом участке струя имеет бочкообразные формы и сильные колебания избыточного давления торможения на оси струи;

2) переходный участок. Характеризуется заметным расширением потока газов, наличием в центральной части ядра с параметрами начального участка и образованием периферийной зоны с параметрами дозвукового потока;

3) основной участок. Представляет собой дозвуковой поток газов, в котором происходит монотонное уменьшение избыточного давления торможения по оси потока и к периферийной зоне. Основной участок – наиболее протяженный участок газовой струи.

Ознакомление с материалом данного приложения будет способствовать усилению военно-прикладной направленности обучения курсантов дифференциальному исчислению, укреплению межпредметных связей математики с физикой и специальными предметами.

Список литературы

1. Савицкий В.Я. Физика. Применение законов в артиллерийской практике. / В.Я. Савицкий, В.В. Андреянов. – Пенза: Филиал ВА МТО; ПАИИ, 2021. – 474с

2. Соколова З.П. Математика. Производная и ее приложения в военно-технических расчетах / З.П. Соколова. – Пенза: ПАИИ, 2009. – 150 с.

3. Садовников Н.В. Реализация межпредметных связей высшей математики и физики при изучении темы «Квантовая механика и физика атомов» / Н.В. Садовников, В.В. Андреянов, Т.С. Будимирова // Молодежь. Образование. Наука. – 2024. – №1 (19). – С. 21–24.

4. Садовников Н.В. Методическая подготовка учителя математики в педвузе в контексте фундаментализации образования: монография / Н.В. Садовников. – Пенза: ПГПУ, 2005. – 283 с. EDN QUUIOV