Рожков Иван Александрович

студент

Научный руководитель

Сергеев Александр Эдуардович

канд. физ.-мат. наук, доцент

ФГБОУ ВО «Кубанский государственный аграрный университет им. И.Т. Трубилина»

г. Краснодар, Краснодарский край

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ И ЛОГИКИ В ПРОЕКТИРОВАНИИ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ СРЕД

Аннотация*: в статье рассматривается вопрос фундаментальной роли аппарата дискретной математики, в частности, теории множеств и математической логики, в проектировании и разработке интеллектуальных образовательных сред (ИОС). Анализируются ключевые задачи ИОС, такие как формализация знаний, адаптивное планирование траекторий обучения, диагностика пробелов и генерация персонализированных заданий, решение которых опирается на операции над множествами, булеву алгебру, логические правила и исчисление предикатов. Доказывается, что использование этих формальных методов позволяет перейти от интуитивного проектирования образовательного контента к точному, алгоритмически управляемому процессу, что является критическим фактором повышения качества и доступности образования. Работа выделяет перспективные направления интеграции данных дисциплин в современные EdTech-решения.*

Ключевые слова*: интеллектуальные образовательные среды, теория множеств, математическая логика, формализация знаний, адаптивное обучение, персонализация, онтологии, логический вывод.*

Инновации основательно меняют образование, перенося акцент с единого подхода на обучение с учетом особенностей. Ключевым элементом этой трансформации являются интеллектуальные обучающие платформы – программы, которые анализируют действия ученика, оценивают его знания и умения, и изменяют содержание и сложность материала под него [1]. Но работа этих систем зависит от того, насколько хорошо и точно представлены предмет и логика взаимодействия. В этом случае дискретная математика, особенно теория множеств и математическая логика, становится важным языком проектирования, который даёт точность и возможность создавать алгоритмы для главных процессов в адаптивных учебных системах.

Цель этой статьи – показать, как теория множеств и математическая логика полезны при создании частей интеллектуальных обучающих систем. Для этого нужно решить следующие задачи:

– формализовать базовые элементы образовательного процесса (знания, умения, пользователи, ресурсы) с использованием теоретико-множественных моделей;

– проанализировать применение логических операций и исчисления предикатов для представления правил и построения умозаключений в ИОС;

– рассмотреть примеры реализации адаптивных алгоритмов на основе данных математических аппаратов.

В основе любой интеллектуальной обучающей системы лежит чёткая организация знаний. Теория множеств даёт для этого удобные и сильные инструменты.

Во-первых, саму область, которую изучают, можно представить как общее множество U, включающее все возможные темы, факты, теоремы и задачи по этой теме. Отдельные разделы или модули будут тогда подмножествами A, B, C внутри U. Связи между идеями можно показать через действия с множествами. Например, $A \subset B$ говорит, что тема A – часть или основа для темы B. $A \cap B \neq \emptyset$ показывает, что у тем A и B есть общие моменты. A $A \cup B$ может показывать, что должен знать человек после изучения двух модулей [2].

Во-вторых, знания учащегося S в любой момент времени – это подмножество общего множества: $S(t) \subseteq U$. Цель обучения G – это тоже подмножество: $G \subseteq U$. Получается, обучение можно представить как постепенное увеличение знаний ученика до достижения цели: $S(t_0) \rightarrow S(t_1) \rightarrow \ldots \rightarrow S(t_□)$, где $S(t_□) \supseteq G$. Чтобы найти, чего ученик не знает, используют операцию разности множеств: $G \setminus S(t)$. Так можно понять, какие именно темы нужно изучать дальше.

В-третьих, множество всех учеников P и всех учебных материалов R (видео, упражнения, тесты, симуляторы) тоже формируют базу данных системы. Связи между ними (кто какой материал прошёл, какой материал какую идею объясняет) можно показать через отношения между двумя множествами, а потом и через графы. Это делает подход на основе теории множеств ещё обширнее.

В то время как теория множеств задает структуру знаний, математическая логика определяет, как принимаются решения в обучающей системе.

Булева алгебра нужна для проверки знаний. Ответы на вопросы можно представить как булевы переменные. Условия для перехода к следующему вопросу или модулю, для подсказки, можно записать как логические выражения. Например, правило если (Вопрос1 = Верно) и (Вопрос2 = Верно), то предоставление доступа к модулю M можно записать так: $p \land q \rightarrow r$, где p, q – это правильные ответы, а r – доступ к модулю [3]. Для сложных тестов применяют деревья решений, которые показывают булевы функции.

Исчисление предикатов позволяет изучать объекты. С его помощью создаются онтологии, где есть классы объектов и отношения между ними. Например: ∀x (Задача (x) ∧ Категория (x, Тригонометрия) → Требует (x, Знание (Основные тождества))) [4]. Благодаря таким правилам система может делать выводы. Если система видит, что ученик не знает основные тождества, то можно не предлагать ему задачи по тригонометрии. То есть система не просто хранит информацию, а делает выводы на её основе.

Правила ЕСЛИ условие, ТО действие – это основа для рекомендаций. Условия могут описывать состояние ученика и учебного контента.

В практической разработке интеллектуальных обучающих систем (ИОС) используются оба подхода, которые мы рассмотрели. На этапе анализа определяют формальную онтологию, где классы и отдельные элементы – это элементы множеств, а свойства и отношения – это предикаты. Алгоритм планирования обучения ищет оптимальную последовательность элементов из R (ресурсов), чтобы уменьшить разницу между множествами G и S(t), учитывая логические ограничения онтологии (например, порядок изучения).

Пример – система диагностики пробелов в знаниях. Если ученик неправильно решил задачу Z, система, используя онтологию, определяет, что для решения Z нужны умения: U_1, U_2 и U_3. (Необходимо (Z, $\{U_1, U_2, U_3\}$)). База данных показывает, что у ученика нет умения U_2 (¬Владеет (Ученик, U_2)). Система делает вывод о причине ошибки и предлагает материалы с целью совершенствования U_2 [5].

В будущем можно расширить логический аппарат, добавив элементы нечеткой логики для работы с оценками вроде «частично усвоено». Также можно использовать модальную логику, чтобы учитывать знания ученика (например, «ученик думает, что знает теорему»).

Использование теории множеств и математической логики позволяет перевести разработку интеллектуальных образовательных сред из разряда эмпирических исследований в сферу точного проектирования. Эти области знания предоставляют чёткий и универсальный язык для:

− структурного представления знаний и образовательных ресурсов;

− формального описания состояния обучающегося;

− алгоритмической реализации механизмов адаптации, диагностики и логического вывода.

Разработка интеллектуальных обучающих систем (ИОС) с учетом этих принципов дает возможность по-настоящему персонализировать обучение. В этом случае траектория обучения формируется не по шаблону, а на основе постоянного анализа данных об успехах учащегося. Это важный фактор для улучшения качества, результативности и доступности образования в цифровую эпоху. В будущем стоит заняться созданием стандартных онтологий для разных областей знания и улучшением логических механизмов для работы в режиме реального времени.

Список литературы

1. Карпов А.О. Интеллектуальные обучающие системы: проектирование и реализация / А.О. Карпов. – СПб.: Лань, 2022. – 324 с.

2. Гаврилова Т.А. Онтологии и тезаурусы: модели, инструменты, приложения / Т.А. Гаврилова, Д.В. Смирнова. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2020. – 215 с.

3. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов / Ф.А. Новиков. – 4-е изд. – СПб.: Питер, 2023. – 384 с.

4. Рассел С. Искусственный интеллект: современный подход / С. Рассел, П. Норвиг; пер. с англ. – 4-е изд. – М.: Диалектика, 2021. – 1412 с.

5. Скородумов В.В. Применение математической логики в проектировании баз знаний / В.В. Скородумов // Программные системы и вычислительные методы. – 2022. – №2. – С. 88–97.