Магомадова Марха Мусаевна
студентка
Научный руководитель
Смыковская Татьяна Константиновна
д-р пед. наук, профессор
ФГБОУ ВО «Волгоградский государственный
социально-педагогический университет»
г. Волгоград, Волгоградская область

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ОПОРНЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ИЗУЧЕНИИ СТЕРЕОМЕТРИИ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

Аннотация: *статья посвящена вопросу эффективного применения метода опорных геометрических конструкций в процессе изучения стереометрии в средней школе. Рассматриваются способы создания наглядных моделей и схем, способствующих улучшению восприятия сложных геометрических объектов и повышению уровня освоения учебного материала. Подчеркиваются преимущества такого подхода, включая развитие пространственного воображения и повышение мотивации учеников.*

Ключевые слова: *стереометрия, школьное образование, методы обучения, геометрия, пространственное воображение, моделирование, опорные конструкции.*

Стереометрия – раздел геометрии, изучающий свойства фигур в трёхмерном пространстве. Она рассматривает формы, размеры, взаимное расположение тел, их объёмы, площади поверхностей и углы между элементами объёмных фигур [2].

Основные объекты исследования стереометрии включают:

– точки, линии и плоскости;

– многогранники (например, призмы, пирамиды);

– круглые тела (шары, цилиндры, конусы).

Методы решения задач в стереометрии базируются на аксиомах, постулатах и доказательствах, аналогично евклидовой геометрии на плоскости.

Метод опорных геометрических конструкций (ОГК) – это метод решения геометрических задач, который использует построение дополнительных геометрических фигур (опорных конструкций), помогающих выявить скрытые соотношения и закономерности в исходной задаче.

Использование на уроке ОГК в значительной степени помогает:

– переводить исследование теоретического материала на уровень практического исследования свойств конкретных фигур;

– раскрывать новые отношения между объектами, устанавливать взаимосвязи, выполнять перенос знаний в новую ситуацию, включать новый материал в структуру ранее изученного;

– получать различные познавательные следствия в виде новой теории, алгоритмов, представлений, обобщений и т. п.;

– обучать самостоятельному поиску решения задач, анализу задач и их решений, формированию общих знаний о задачах и основных этапах их решения;

– создавать опорные конспекты различных тем стереометрии, которые в свернутом виде содержат основные теоретические сведения, способы решения задач по данным темам [2].

Выбор конкретной фигуры в качестве опорной конструкции или специальное построение фигуры и составление порождающей конструкцию задачи определяется, прежде всего, следующими критериями:

– особенностями теоретического материала, используемого при решении задачи;

– ранее изученными теоретическими факторами и способами решения задач, подлежащими дальнейшей актуализации и систематизации;

– основными геометрическими объектами данной главы, параграфа, взаимосвязями их элементов, которые возникают при изучении теории и решении задач;

– основными математическими методами решения задач, алгоритмами, подлежащими формированию;

– возможной информационной емкостью выбираемой фигуры (количеством различных факторов, которые могут быть проиллюстрированы на одной фигуре) [3];

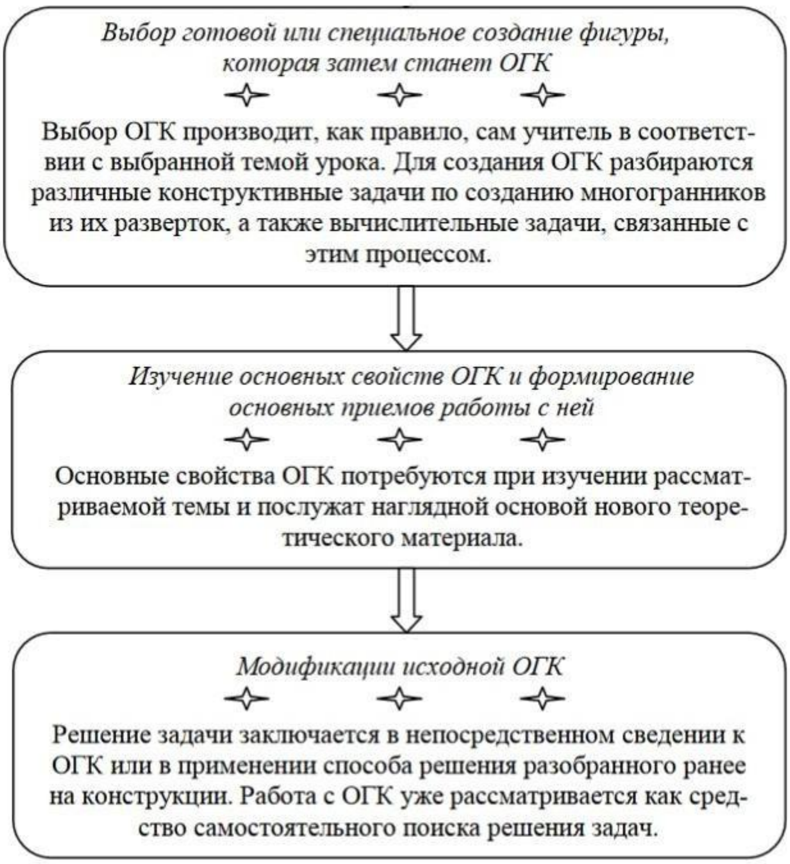

Рис. 1. Этапы процесса работы с опорной геометрической конструкцией [1]

Приведем некоторые примеры опорных конструкций на уроках стереометрии.

Дополнительная высота в треугольнике. Помогает найти площадь, установить соотношение между сторонами и углами.

Дополнительная медиана в треугольнике. Помогает использовать свойства медиан (деление на отрезки в отношении 2:1), и теорему о медиане.

Дополнительная окружность (*описанная или вписанная*). Помогает использовать свойства углов, опирающихся на одну дугу, свойства касательных и хорд.

Дополнительные параллельные прямые. Помогают использовать теорему Фалеса, свойства углов при параллельных.

Симметричные фигуры. Если в условии задачи есть симметрия, то полезно построить фигуру, симметричную данной относительно некоторой прямой или точки.

Основные приёмы использования метода ОГК в стереометрии.

Введение дополнительных плоскостей. Построение сечений, проходящих через заданные точки или линии. Это позволяет «вырезать» из трёхмерной фигуры плоские фигуры, к которым можно применять планиметрические теоремы и методы.

Введение дополнительных прямых. Построение прямых, параллельных или перпендикулярных заданным линиям и плоскостям. Это помогает найти углы, расстояния и проекции.

Построение проекций. Проецирование точек, линий и фигур на плоскость. Правильно выбранная плоскость проекции может упростить анализ и выявление связей.

Дополнение фигур. Достраивание призм, пирамид или других многогранников, чтобы выявить скрытые свойства исходной фигуры, или упростить вычисления.

Введение вспомогательных сфер и шаров. Помогает находить расстояния и углы при решении задач на описанные или вписанные сферы.

Примеры применения ОГК в стереометрии.

Пример 1: *Нахождение расстояния от точки до плоскости.*

Задача: В правильной треугольной пирамиде SABC сторона основания AB равна a, высота пирамиды SO равна h. Найдите расстояние от точки A до плоскости SBC.

Решение с использованием ОГК.

Анализ. Нужно найти длину перпендикуляра, опущенного из точки A на плоскость SBC. Построение этого перпендикуляра в пространстве затруднительно.

Опорная конструкция. Построим плоскость, проходящую через точку A и перпендикулярную прямой SC. Для этого: 1) проведем высоту AD в треугольнике ABC; 2) проведем отрезок AE перпендикулярно SC, где E – точка на SC; 3) тогда плоскость ADE перпендикулярна SC.

Вывод: Расстояние от точки A до плоскости SBC равно высоте треугольника ADE, опущенной из вершины A на сторону DE. Обозначим эту высоту как AH.

Доказательство и вычисление:

Легко находится AD = $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. SC =$\sqrt{SO^2 + OC^2} = \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{3}}$

Из подобия треугольников SOC и AEC найдём:

AE =$\frac{SO*OC}{SC} = \frac{h*\frac{a}{\sqrt{3}}}{\sqrt{h^2+\frac{a^2}{3}}} = \frac{a*h}{\sqrt{3h^2+a^2}}$

Площадь треугольника ADE: S(ADE) = $\frac{1}{2} * DE * AH = \frac{1}{2} * AE * AD$

Выражаем DE, затем AH.

AH – искомое расстояние.

Замечание. Введение дополнительной плоскости (ADE) позволило свести пространственную задачу к планиметрической – нахождению высоты в треугольнике.

Пример 2: *Построение сечения многогранника плоскостью.*

Задача. Построить сечение тетраэдра ABCD плоскостью, проходящей через точки M, N, P, где M принадлежит AB, N принадлежит BC, P принадлежит AD.

Решение с использованием ОГК.

Анализ. Задача на построение сечения. Нужно найти точки пересечения плоскости (MNP) с другими ребрами тетраэдра, а затем соединить их.

Опорные конструкции.

Продолжим прямые MN и AC до их пересечения в точке K. Точка K лежит и в плоскости ABC, и в плоскости MNP, следовательно, K находится на линии пересечения этих плоскостей.

Продолжим прямую PK до её пересечения с ребром CD в точке L. Точка L лежит на плоскости MNP.

Вывод. L – точка пересечения плоскости (MNP) с ребром CD. Соединяем точки N и L. Четырехугольник MNLP – искомое сечение.

Замечание. Метод следов (нахождение точки K) является ключевым при построении сечений. Он позволяет выйти на новые точки пересечения плоскости сечения с ребрами.

Список литературы

1. Булатова А.П. Особенности реализации наглядно-конструктивного подхода при решении стереометрических задач / А.П. Булатова // Вестник. – 2018.

2. Геометрия. 10–11 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. – М.: Просвещение, 2013. – 255 с.

3. Щепин О.Н. Наглядно-конструктивный подход к изучению стереометрии в старших классах средней школы: автореф. дис. … канд. пед. наук: 13.00.02 / О.Н. Щепин; Моск. пед. гос. ун-т. – М., 1998. – 16. EDN ZKMRFZc.