

Горбик Елизавета Петровна

студентка

Научный руководитель

Жмуррова Ирина Юньевна

канд. пед. наук, доцент

ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет»

г. Ростов-на-Дону, Ростовская область

ОТ ПРОСТОГО К СЛОЖНОМУ: КАК ОСВОИТЬ ТЕОРЕТИКО-ЧИСЛОВЫЕ ЗАДАЧИ С ПОМОЩЬЮ ВИДЕОУРОКОВ

Аннотация: статья посвящена исследованию дидактического потенциала видеоуроков в процессе обучения школьников решению теоретико-числовых задач. Предлагается использовать курс видеоуроков для реализации наглядности, индивидуализации и постепенного усложнения содержания. На примере разработанного онлайн-курса «Теоретико-числовые задачи» демонстрируется методика поэтапного освоения материала – от базовых понятий делимости до решения нестандартных задач. Результаты исследования подтверждают, что системное применение видеоуроков способствуют развитию навыков математического рассуждения и повышает готовность обучающихся к решению задач повышенной сложности, в том числе в рамках государственной итоговой аттестации.

Ключевые слова: теоретико-числовые задачи, теория чисел, делимость чисел, образование, видеоурок, видеокурс, цифровизация образования.

Теория чисел занимает особое место в системе математического образования, выступая фундаментальной основой для формирования логического, алгоритмического и абстрактного мышления обучающихся. Под теорией чисел обычно понимают «раздел теории чисел, изучающий свойства целых чисел элементарными методами» [5]. Изучение теории чисел начинается в основной школе и продолжается на протяжении всего курса математики. Уже в 5–6 классах обучающиеся знакомятся с признаками делимости, понятием простых и

составных чисел, каноническим разложением числа, алгоритмами нахождения НОД и НОК [3]. В дальнейшем данные знания расширяются и углубляются, включая элементы теории делимости и основы решения уравнений в целых числах.

Несмотря на присутствие теоретико-числовых тем в учебных программах, практика показывает, что значительная часть обучающихся испытывает затруднения при решении нестандартных задач данного типа. Это обусловлено фрагментарностью изучения материала, преобладанием репродуктивных форм работы и недостаточным развитием навыков математического рассуждения [6]. В связи с этим актуализируется поиск эффективных дидактических средств, обеспечивающих постепенный переход от простых вычислительных действий к осмысленному решению сложных теоретико-числовых задач.

Одним из таких средств в условиях цифровизации образования являются видеолекции и видеокурсы, позволяющие реализовать принципы наглядности, индивидуализации и поэтапного усложнения содержания. Цель данной статьи – проанализировать дидактический потенциал видеолекций как инструмента поэтапного освоения теоретико-числовых задач и обосновать методические условия их эффективного использования в обучении математике.

Теоретико-числовые задачи, в отличие от стандартных вычислительных упражнений, предполагают поиск нетривиального решения, опирающегося на анализ свойств чисел, использование логических связей и комбинирование различных приёмов. По данным исследований, менее 15% выпускников приступают к решению задачи по теории чисел в ЕГЭ профильного уровня, что свидетельствует о недостаточной сформированности соответствующих умений.

Дидактические основания поэтапного обучения: принцип «от простого к сложному».

Принцип систематичности и последовательности в обучении – это принцип, предусматривающий формирование знаний, умений и навыков в системе и определённом порядке, при котором каждый элемент учебного материала связан логически с другими, последующее опирается на предыдущее и готовит к

освоению нового. Обучение строится по схеме «от простого к сложному», то есть постепенное, логичное изучение учебного материала. В контексте обучения теоретико-числовым задачам данный принцип приобретает особую значимость, поскольку содержание теории чисел отличается высокой степенью абстрактности и требует развитого логического мышления.

С методической точки зрения обучение элементам теории чисел должно начинаться с осмыслиения простейших числовых фактов и закономерностей, доступных интуитивному пониманию обучающихся. К таким элементам относятся понятия делимости, чётности и нечётности, простых и составных чисел, а также элементарные признаки делимости. Эти понятия формируют базу для последующего изучения более сложных объектов.

Постепенное усложнение содержания обучения предполагает не только расширение круга изучаемых понятий, но и качественное изменение характера учебной деятельности. Если на начальном этапе преобладают репродуктивные задания, ориентированные на применение алгоритмов, то на более поздних этапах обучающиеся переходят к решению задач, требующих анализа условий, выдвижения гипотез и доказательства полученных утверждений. Как отмечает В. В. Давыдов, именно такой переход от эмпирического уровня усвоения к теоретическому обеспечивает формирование понятийного мышления и способности к обобщению [7].

Видеокурс как средство освоения теоретико-числовых задач.

В условиях цифровой трансформации образования видеоуроки становятся одним из наиболее популярным средством обучения. Видео формат позволяет повторному организовать процесс усвоения материала, обеспечивая сочетание наглядности, поэтапности и доступности изложения.

С дидактической точки зрения видеоуроки представляют собой форму структурированного учебного контента, в котором теоретический материал излагается в сжатом и логически завершённом виде. В отличие от традиционного объяснения на уроке, видеоматериал даёт возможность самостоятельно

регулировать темп обучения, возвращаться к сложным фрагментам и неоднократно пересматривать ключевые моменты рассуждений.

Одним из существенных преимуществ видеоуроков является возможность целенаправленного выстраивания учебного материала по принципу постепенного усложнения. Это особенно важно при изучении тем, связанных с делимостью чисел, признаками делимости, свойствами простых и составных чисел, где понимание каждого шага рассуждения имеет принципиальное значение.

Онлайн курс «Теоретико-числовые задачи» начинается с рассмотрения основных понятий и простых примеров, далее рассматриваются более сложные конструкции и задачи, которые требуют анализа условий и использования нескольких изученных свойств. После просмотра каждого видеоурока обучающимся необходимо решить несколько задач различного уровня сложности. Видеокурс может использоваться как в рамках внеурочной деятельности, так и для самостоятельной подготовки, в том числе к проверочным работам, ВПР и государственной итоговой аттестации. Такая универсальность делает видеоуроки эффективным дополнением к традиционным формам обучения.

Существенным аспектом применения видеоуроков является их соответствие возрастным и психолого-педагогическим особенностям обучающихся 6–8 классов. На данном этапе развития школьники переходят от наглядно-действенного мышления к абстрактно-логическому, начинают осваивать дедуктивные рассуждения и планирование решения задач. Видеоуроки, построенные с учётом этих особенностей, позволяют обеспечить плавный переход от конкретных примеров к обобщениям и теоретическим выводам, не перегружая обучающихся избыточной информацией.

Применение принципа «от простого к сложному» в онлайн курсе «Теоретико-числовые задачи».

Видеоформат предоставляет широкие возможности для поэтапной организации такого движения, обеспечивая логическую завершённость каждого шага и доступность учебного материала.

Шаг первый: освоение теоретических основ.

Начальным этапом является изучение теоретического материала, включающего определения, свойства и основные теоремы соответствующего раздела теории чисел. Видеоуроки на данном этапе ориентированы на чёткое и структурированное изложение теории с использованием наглядных примеров и пояснений.

Шаг второй: решение простых типовых задач.

После введения теоретических основ обучающиеся переходят к решению простых задач, направленных на закрепление изученного материала. Видеоуроки на данном этапе представляют собой разборы задач с поэтапным решением и комментариями. Основная цель: формирование алгоритмов применения теоретических знаний.

Шаг третий: переход к задачам повышенного уровня.

На данном этапе предполагается работа с задачами повышенного уровня, в которых требуется применение нескольких ранее изученных приёмов и свойств. Видеоуроки показывают, как простые методы, усвоенные в предыдущих задачах, объединяются в рамках одного решения.

Рассмотрим применение принципа при изучении темы «Делимость чисел» курса «Теоретико-числовые задачи». В первом видеоуроке рассматриваются определение и свойства делимости. Во втором видеоуроке рассматриваются типовые задачи использования данной темы. В третьем видеоуроке рассматриваются задачи повышенного уровня сложности. После просмотра каждого видеоурока предлагается самостоятельное решение задач различного уровня сложности. Такая последовательность позволяет обучающимся осознать универсальность изучаемых приёмов и увидеть возможности их применения в различных контекстах.

Далее будет представлен подробный пример онлайн курса по теме: «Теоретико-числовые задачи».

Курс включает в себя теоретические материалы, задачи на закрепление теоретического материала, вопросы и тесты, а также задачи повышенного уровня сложности. В результате прохождения курса обучающиеся познакомятся с основными темами теории чисел и углубятся в их изучение.

Таблица 1

Тематическое планирование онлайн курса видеоуроков
«Теоретико-числовые задачи»

№	Темы онлайн курса «Теоретико-числовые задачи»
<i>I. Введение</i>	
<i>II. Основная теория делимости чисел</i>	
1.	Вводное занятие, тестирование
2.	Делимость целых чисел и свойства
3.	Признаки делимости
4.	Деление с остатком
5.	Чётность и нечётность чисел
6.	Простые числа и их свойства
7.	Составные числа и их свойства
8.	Каноническое разложение натурального числа
9.	Наибольший общий делитель и его свойства
10.	Наименьшее общее кратное и его свойство
<i>III. Уравнения в целых числах</i>	
11.	Определение. Примеры. Теоремы о решении уравнений в целых числах
12.	Использование свойств делимости чисел.
13.	Метод остатков. Использование остатков от деления
14.	Основная теорема арифметики. Простые и составные числа
15.	Метод разложения на множители. Разложение на множители.
16.	НОД и НОК. Взаимно простые числа
17.	Использование свойств неравенств и дискретности
18.	Использование принципа Дирихле
19.	Использование свойств квадратного трёхчлена
20.	Целочисленные многочлены
21.	Непрерывные цепные дроби
22.	Решение нестандартных задач ЕГЭ
23.	Проверочная работа за весь курс

Каждая тема включает в себя следующие элементы.

1. Видеоурок по теоретической части: определения, свойства, основные утверждения.
2. Тестовые вопросы на знание и понимание теоретических основ
3. Видеоуроки по практическая части: решение задач на применение теории и задачи на закрепление знаний
4. Задачи для самостоятельного решения с автоматической проверкой различного уровня сложности
5. Обратная связь и чат поддержки

Методические рекомендации по эффективному просмотру видеоуроков.

Эффективность видеообучения во многом определяется активной позицией обучающегося. В этой связи рекомендуем следующие приёмы работы с видеоматериалами.

1. Активный просмотр: обучающемуся следует не ограничиваться пассивным восприятием информации, а регулярно ставить видео на паузу и пытаться самостоятельно выполнить следующий шаг решения.

2. Конспектирование в виде схем: целесообразно фиксировать не подробные записи, а ключевые идеи, приёмы и логические ходы, которые могут быть использованы при решении других задач.

3. Повторение и закрепление: после просмотра видео рекомендуется решить несколько аналогичных задач без подсказок, что позволяет перевести знания из уровня узнавания в уровень практического применения.

Освоение теоретико-числовых задач представляет собой сложный процесс, требующий системного и поэтапного подхода. Использование видеоуроков и видеокурсов позволяет эффективно реализовать принцип постепенного усложнения учебного материала, обеспечить индивидуализацию обучения и повысить мотивацию обучающихся.

Анализ научно-методической литературы и практического опыта показывает, что видеоформат, способствует формированию у обучающихся устойчивых навыков анализа, рассуждения и доказательства, необходимых для успешного решения теоретико-числовых задач. В условиях цифровой трансформации образования данный подход представляется перспективным и востребованным как в урочной, так и во внеурочной деятельности.

Список литературы

1. Андреев А.А. Интернет-технологии и модели обучения в среде Интернет / А.А. Андреев. – М.: МИПК, 2013.
2. Основы теории делимости чисел. Решение уравнений в целых числах. факультативный курс / В.В. Бардушкин, И.Б. Кожухов, А.А. Прокофьев, Т.П. Фадеичева.

3. Математика. 5–6 класс: учеб. для учащихся общеобразоват. организаций / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбург. – М.: Мнемозина, 2023.
4. Виноградов И.М. Основы теории делимости / И.М. Виноградов. – М.; Л.: Гостехиздат, 1952. – 180 с.
5. Виноградов И.М. Элементарная теория чисел / И.М. Виноградов // Математическая энциклопедия.
6. Волкова Т.С. Задачи элементарной теории чисел в подготовке учителя математики / Т.С. Волкова // Вестник ТГПУ. – 2015.
7. Давыдов В.В. Проблемы развивающего обучения / В.В. Давыдов. – М.: Академия, 2004. EDN QTHMKZ
8. Полат Е.С. Теория и практика дистанционного обучения / Е.С. Полат, М.Ю. Бухаркина, М.В. Моисеева. – М.: Академия, 2004. EDN QTJNMF
9. Прокофьев А.А. Математика. ЕГЭ. Задачи на целые числа / А.А. Прокофьев.
10. Стефанова Н.Л. Методика и технология обучения математике / Н.Л. Стефанова. – М.: Дрофа, 2018.
11. Раскина И.В. Логические задачи / И.В. Раскина, Д.Э. Шноль. – М.: МЦНМО, 2014.
12. Шаповалов А.В. Вертикальная математика для всех / А.В. Шаповалов, И.В. Ященко. – М.: МЦНМО, 2014.