

Михайлюк Рената Григорьевна

учитель

МБОУ «Гимназия №6»

г. Новочебоксарск, Чувашская Республика

СИСТЕМА ТРЕНИРОВОЧНЫХ УПРАЖНЕНИЙ КАК СРЕДСТВО ЗАКРЕПЛЕНИЯ НАВЫКОВ ВЛАДЕНИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИМИ ФОРМУЛАМИ

Аннотация: в статье представлена разработка системы тренировочных упражнений для закрепления у обучающихся 10–11 классов навыков работы с тригонометрическими формулами. Обоснована роль регулярной тренировочной практики в формировании устойчивых навыков оперирования тригонометрическими формулами и повышению уровня математической грамотности старшеклассников. Приведены примеры упражнений и методические рекомендации по их использованию на уроках алгебры. Материал будет полезен учителям математики, методистам и студентам педагогических вузов.

Ключевые слова: тригонометрия, тригонометрические формулы, тренировочные упражнения, закрепление навыков, методика преподавания математики, учащиеся старших классов, практическая направленность.

Тригонометрия – один из ключевых разделов математики, который находит применение в физике, инженерии, астрономии и других науках. Владение тригонометрическими формулами необходимо для решения широкого спектра задач: от расчёта углов и расстояний до анализа периодических процессов.

Однако освоение тригонометрии часто вызывает трудности у учащихся. В ограниченный отрезок времени они должны усвоить новый объемный материал, который включает в себя понятие тригонометрической окружности, тригонометрические функции и их свойства. Должны овладеть тригонометрическими формулами так, чтобы применять их для преобразования выражений, знать виды и методы решения тригонометрических уравнений и неравенств. Обилие

формул, их схожесть и необходимость видеть взаимосвязи между ними требуют систематической практики.

Эффективным средством закрепления навыков работы с тригонометрическими выражениями является система тренировочных и контрольных упражнений, которую я использую в своей работе. Чтобы система заданий была эффективной, она должна соответствовать следующим принципам.

1. *Постепенность*. От простых заданий к сложным, от базовых формул к комбинированным задачам.

2. *Систематичность*. Регулярное повторение и включение ранее изученного материала в новые задания.

3. *Разнообразие*. Использование разных типов задач: вычислительных, на доказательство, прикладных.

4. *Осознанность*. Понимание логики формул, а не механическое запоминание.

5. *Обратная связь*. Возможность проверить решение и разобрать ошибки.

Оптимальная система включает несколько уровней сложности.

Уровень 1. Базовые упражнения. Цель: отработка отдельных формул.

Уровень 2. Комбинированные задачи. Цель: применение нескольких формул в одном задании.

Уровень 3. Творческие и прикладные задачи. Цель: развитие навыков анализа и применения тригонометрии в реальных ситуациях.

Для максимальной эффективности рекомендуется следующее.

1. Планировать занятия блоками по 3–4 урока:

- урок 1: изучение новой формулы + базовые упражнения;
- урок 2: комбинированные задачи;
- урок 3: прикладные и творческие задания;
- урок 4: контроль и коррекция.

2. Использовать дифференцированный подход.

3. Регулярно проводить диагностику:

- мини-тесты на знание формул;

- самостоятельные работы по типам задач;
- анализ ошибок.

Данные принципы обеспечивают качественное обучение и формирование устойчивых компетенций.

Каждый (или почти каждый) урок начинается с небольшой, на 7–10–15 минут, в зависимости от цели и объёма, работы на знание и умение применять формулы тригонометрии. Работа может состоять из заданий, строго соответствующих заявленной теме урока, а может дополнительно включать в себя задания на знание уже ранее изученных формул. Обычно такие работы помечаются знаком «+» (например, Формулы двойного аргумента+). Такой подход позволяет выработать у учащихся навык запоминания формул на долгосрочный период и уверенное владение ими. Систематическое выполнение упражнений, выстроенных по принципу нарастающей сложности и вариативности, повышает точность и скорость выполнения тригонометрических преобразований, снижает количество типичных ошибок и способствует глубокому пониманию взаимосвязей между формулами.

Представляем примеры некоторых тренировочных и контрольных заданий.

1. *Формулы сложения.*

Задание: Преобразуйте выражения, используя формулы тригонометрии.

Вариант 1:

- 1) $\cos(x + y)$;
- 2) $\sin(\alpha - \beta)$;
- 3) $\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$;
- 4) $\cos 81^\circ \cos 34^\circ - \sin 81^\circ \sin 34^\circ$;
- 5) $\sin \frac{\pi}{7} \cos \frac{\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{7} \sin \frac{\pi}{12}$;
- 6) $\cos 2\beta \cos 3\beta + \sin 2\beta \sin 3\beta$;
- 7) $\cos 63^\circ \sin 18^\circ - \cos 18^\circ \sin 63^\circ$;
- 8) $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$;
- 9) $\operatorname{ctg}(\alpha - \beta)$;

10) $\frac{tg 73^\circ - tg 43^\circ}{1 + tg 73^\circ tg 43^\circ}$;

11) $\frac{1 - tg 48^\circ tg 12^\circ}{tg 12^\circ + tg 48^\circ}$;

Вычислите значение $\cos 105^\circ$.

2. *Формулы сложения* + (к формулам сложения добавлены задания на применение ранее изученных формул).

Вариант 1:

1) $1 + ctg^2 3\alpha$;

2) $\cos^2 4x - 1$;

3) $\frac{1}{3} \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{3} \cos^2 \frac{\alpha}{2}$;

4) $\cos 48^\circ \cos 18^\circ + \sin 48^\circ \sin 18^\circ$;

5) $\sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{12} \sin \frac{\pi}{4}$;

6) $\frac{tg 220^\circ - tg 70^\circ}{1 + tg 70^\circ tg 220^\circ}$;

7) $\sin x \cdot ctgx$;

8) $\sin \beta \cos 3\beta - \sin 3\beta \cos \beta$;

9) $\frac{1 - tg \frac{\pi}{5} tg \frac{\pi}{7}}{tg \frac{\pi}{7} + tg \frac{\pi}{5}}$;

10) $1 - \sin^2 40^\circ$;

11) $\cos^2 5 + \sin^2 5$;

12) $\cos \left(\pi - \frac{\pi}{5} \right) \cos \frac{\pi}{15} + \sin \left(\pi + \frac{\pi}{5} \right) \sin \frac{\pi}{15}$.

3. *Формулы двойного аргумента* + (к формулам двойного аргумента добавлены задания на применение ранее изученных формул).

Задание. Преобразуйте выражения, используя формулы тригонометрии:

1) $2 \sin 2x \cos 2x$;

2) $1 - \cos^2 3x$;

3) $\sin x \cos 5x - \sin 5x \cos x$;

4) $8 \sin 3\beta \cos 3\beta$;

5) $\cos 8 \cos 7 + \sin 8 \sin 7$;

6) $\frac{2tg\ 2x}{1-tg^2 2x}$;

7) $\sin\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{8}$;

8) $\cos^2 50^\circ - \sin^2 50^\circ$;

9) $\frac{tg\ 15^\circ + tg\ 30^\circ}{1 - tg\ 30^\circ tg\ 15^\circ}$;

10) $tg\ 4x \cdot ctg\ 4x$;

11) $\sin^2 75^\circ - \cos^2 75^\circ$;

12) $\sin^2\frac{\pi}{8} - 1$;

13) $\frac{1-tg^2 10^\circ}{tg\ 10^\circ}$;

14) $-\cos^2\frac{\pi}{8} - \sin^2\frac{\pi}{8}$;

15) $\cos 80^\circ \cos 10^\circ$;

16) $1 + ctg^2\frac{\pi}{9}$.

Система тренировочных упражнений – это не просто набор задач, а продуманный инструмент для формирования устойчивых навыков работы с тригонометрическими формулами. Правильно организованная практика позволяет:

- избежать механического заучивания;
- развить логическое мышление;
- подготовить учащихся к решению прикладных задач;
- повысить интерес к математике.

Ключевой фактор успеха – баланс между разнообразием заданий и их систематичностью. Регулярное включение упражнений всех уровней сложности обеспечивает глубокое и осознанное усвоение материала, что особенно важно для дальнейшего изучения высшей математики и смежных дисциплин.

Список литературы

1. Алимов А.А. Методика преподавания тригонометрии в средней школе: пособие для учителей / А.А. Алимов, Т.В. Смирнова. – М.: Просвещение, 2018. – 184 с.

2. Никольский М.К. Методика обучения тригонометрическим преобразованиям в школе: учеб.-метод. пособие / М.К. Никольский. – М.: Академия, 2016. – 144 с.

3. Саранцев Г.И. Упражнения в обучении математике: учеб.-метод. пособие / Г.И. Саранцев. – 2-е изд., доп. – М.: Владос, 2017. – 264 с.

4. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования (10–11 классы): утв. приказом Минобрнауки РФ от 17.05.2012 №413: (с изм. и доп.). – М.: Просвещение, 2023. – 64 с.

5. Цукарь А.Я. Дидактические материалы по тригонометрии с практическим содержанием: метод. рекомендации / А.Я. Цукарь. – СПб.: Образование, 1997. – 88 с.