

Фомкина Мария Юрьевна

магистрант

ФГБОУ ВО «Московский педагогический
государственный университет»

г. Москва

Научный руководитель

Арзамасцева Ирина Николаевна

д-р филол. наук, преподаватель

Институт детства

ФГБОУ ВО «Московский педагогический
государственный университет»

г. Москва

**ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ И ИСКРИВЛЕНИЯ ПРОСТРАНСТВА
В ТОПОЛОГИЧЕСКИХ МЕТАФОРАХ «АЛИСЫ В СТРАНЕ ЧУДЕС»
Л. КЭРРОЛЛА (ВНЕУРОЧНОЕ «БЕЗУМНОЕ ЧАЕПИТИЕ»
СО ШКОЛЬНИКАМИ 5–7 КЛАССОВ)**

Аннотация: статья посвящена междисциплинарной проблеме на стыке математического и гуманитарного знания. Предлагается использовать текст «Алисы в Стране чудес» Л. Кэрролла для уточнения абстрактных математических понятий для учеников 5–7 классов: теория множеств, искривление пространства. В тексте статьи рассматриваются математические основания кэрролловского нонсенса с литературоведческими комментариями: нарушение аксиом множества и биекций (изменение размеров Алисы), топологическое искривление пространства (падение в кроличью нору, процесс «безумного чаепития»), парадокс Чеширского кота как улыбки без носителя. Приведен педагогический сценарий внеурочного занятия «Безумное чаепитие», включающий ролевую игру, создание ленты Мёбиуса, групповую работу по созданию карты искривленного пространства.

Ключевые слова: метапредметные связи, теория множеств, топология, нонсенс, внеурочная деятельность, 5–7 классы, английская литература в школе, математика в школе.

В школе преподавание математики и гуманитарных предметов происходит параллельно и почти не пересекается, что приводит к фрагментарному пониманию и неспособности развивать междисциплинарные навыки. Математика воспринимается школьниками как система формальных операций и специальных символов, литература же воспринимается как предмет, наполненный эмоционально-образными переживаниями. При этом существует немало текстов, сознательно выстроенных авторами с помощью математической логики; одним из ярких примеров является сказка «Алиса в Стране чудес» Льюиса Кэрролла. Современная школьная программа по литературе включает в себя произведения Льюиса Кэрролла обзорно, учащиеся средней школы не знакомятся с литературным процессом Англии XIX в. достаточно подробно. В рабочих программах общеобразовательных учреждений таких, как УМК под редакцией В.Я. Коровиной (базовый и углубленный уровни) [5], М.Б. Ладыгина (для классов с углубленным изучением литературы) [6], Г.С. Меркина [7], творчество Кэрролла проходят в 5 и 6 классах.

Льюис Кэрролл (настоящее имя – Чарльз Лютвидж Доджсон, 1832–1898) был не только писателем, но и математиком, работавшим в оксфордском колледже Крайст-Чёрч [1, с. 232]. Его научные работы посвящены евклидовой геометрии, линейной и матричной алгебре, математическому анализу, теории вероятностей и, прежде всего, математической логике [1, с. 234]. Как подчёркивает Н.М. Демурова, Кэрролл «предвосхитил многие из положений математической логики», а его метод диаграмм современники называли «геометрией мысли будущего» [1, с. 87]. Этот математический склад ума сказался и в его художественных произведениях. «Алиса в Стране чудес» [1] объединяет литературный жанр абсурдистского романа-сказки со строгой логической структурой, где каждое противоречие имеет математическую основу.

Именно это свойство текстов Кэрролла делает их идеальным материалом для построения междисциплинарного урока на стыке литературы и математики. В сказках об Алисе обнаруживается систематическое нарушение базовых аксиом теории множеств, искривление пространства. Как отмечает Н.М. Карпушина, «сказка Кэрролла – кладезь хитроумных вопросов и загадок, ответы на которые поможет найти топология» [2, с. 46]. Пространственно-временная структура кэрролловского мира сознательно организована по принципам, нарушающим привычную евклидову логику.

Парадоксы теории множеств в «Алисе в Стране чудес» могут быть использованы для введения учащихся 5–7 классов в абстрактные математические понятия, а литературный контекст станет основой для разговора о топологической метафоре. Подобный урок можно проводить в рамках кружка по литературе или математике, а также междисциплинарного курса или факультатива.

Ключевым материалом для анализа становится седьмая глава «Безумное чаепитие». Отметим, что при исследовании кэрролловского текста мы опираемся на понятие «концептуальной метафоры», которое исследовал Дж. Лакофф в своем труде «Метафоры, которыми мы живем» [4]. Н.П. Скопич отмечает, что «основная идея Дж. Лакоффа заключается здесь, таким образом, в том, что человеку свойственно осмыслять более сложные, отвлечённые и непонятные области своего опыта через более простые, конкретные и непосредственно доступные, связанные с его перцептивными и моторными навыками» [3]. Получается, что сложное математическое представление об устройстве пространства и времени упрощается Кэрроллом с помощью метафоры чаепития.

Алиса подходит к накрытому столу и ее встречают криками: «Занято! Занято! Мест нет!» [1, с. 57]. Множество мест за столом (Алиса говорит: «Места сколько угодно!» [1, с. 57].) оказывается одновременно и заполненным, и пустым – это первый топологический парадокс, связанный с теорией множеств. Отметим, что теория множеств – это фундаментальный раздел математики, изучающий общие свойства объектов, которые мыслятся как единое целое. Несмотря на то, что теория множеств является основой математики, в школьной программе

зачастую проходят только пересечение и объединение множеств на примере диаграмм Эйлера-Венна. При это школьникам можно рассказать и о теории Кантора-Бернштейна: если множество A равномощно подмножеству множества B , а множество B равномощно подмножеству A , то A и B равномощны. Но в Стране чудес равномощность неустойчива – например, Алиса, когда ест пирожок, оказывается больше двери, а потом уменьшается и перестает быть с ней в равных пропорциях.

Ярким примером нарушения теории множеств, который можно привести школьникам среднего возраста, являются логические загадки Болванщика, так как множество ответов оказывается пустым, то есть вопрос не имеет ответа: «Чем ворон похож на конторку?» [1, с. 62]. Сам Кэрролл чуть позже придумывает ответ, что с помощью и того, и другого «можно давать ответы, хоть и плоские...» [1, с. 62].

Логика нарушается далее в диалоге про пространство и время Страны чудес, модель «остановленного времени» может быть интерпретирована как нарушение аксиом пространства: время перестает быть линейным, замыкается в цикл: «Здесь всегда пора пить чай...» [1, с. 62]. На вопрос Алисы о том, что произойдет, когда герои дойдут до конца стола, пересаживаясь, Болванщик, Мартовский заяц и Соня не отвечают. Границы между началом и концом размыты, тут стоит вспомнить о листе Мёбиуса как простейшей односторонней топологической поверхности – начав движение по поверхности листа, можно обойти всю фигуру и вернуться в исходную точку, не пересекая края, но оказавшись на зеркальном отражении. Такой эксперимент демонстрирует отсутствие привычного деления на понятие внешней и внутренней стороны, что в контексте «Алисы в Стране чудес» отражает метафорически пространство за столом около дома Зайца, где границы между противоположными явлениями теряют свою определенность: верх и низ, начало и конец.

Один из известных топологических парадоксов связан с появлением Чеширского кота, который исчезает с хвоста, а последней пропадает улыбка, которая держится в воздухе. Когда тело кота полностью исчезает, остаётся его «след» – улыбка, которая ещё некоторое время висит в воздухе. Адаптируя топологию для

школьников 5–7 классов, можно предложить им следующий образ: представьте, что вы рисуете на листе бумаги точку, а после стираете ластиком весь лист, кроме одной точки. Эта точка и есть улыбка Чеширского Кота – она была частью рисунка, но осталась, когда рисунок исчез. Этот пример помогает ввести для школьников понятие предельной точки множества, то есть это точка, в любой окрестности которой есть точки множества, отличные от нее самой. Улыбка кота – это предельная точка множества тела кота, когда оно исчезает.

Приведенные примеры нарушения аксиом теории множеств и топологические парадоксы в «Алисе в Стране чудес» являются дидактическим инструментом для развития у школьников 5–7 классов основ логического и абстрактного мышления, так как знакомство с элементами теории множеств можно сделать в игровом формате с помощью знакомых концептуальных метафор. Это позволит ученикам понять, что математика шире простой арифметики, она представляет собой описания структурных отношений. А навык обнаруживать нарушение формальных правил в литературном тексте помогает при литературоведческом анализе концептуальной метафоры.

Приведем ниже пример сценария занятия, метапредметной целью которого определим формирование представлений о топологическом пространстве, теории множеств через анализ литературного текста сказки «Алиса в Стране чудес».

Сценарий внеурочного занятия «Безумное чаепитие – путешествие в искривленное пространство и безвременье» для 5–7 классов.

Цели.

1. *Предметные (математика):* знакомство с понятиями «отображение», «круги Эйлера-Венна», «деформация», «лист Мёбиуса».

2. *Предметные (литература):* выявление логики абсурда в диалогах персонажей и метафорах Кэрролла.

3. *Личностные:* развитие толерантности к неоднозначности, готовности к нестандартному мышлению.

Ход урока.

Вступительный этап: учитель встречает детей у двери. На двери класса висит табличка «Сюда входят только те, кто готов уменьшиться до размера мыши или вырасти до потолка». Когда ученики выразят готовность, то учитель должен начать вводить понятие теории множеств, посадив класс за один стол, как стол Болванщика, Мартовского Зайца и Сони. Учитель объясняет, что прошли только те, кто по-настоящему хотел.

Учитель: «Если бы я написал, что сюда входят только девочки в красных футболках, то мальчики в синем бы не прошли. Это и есть главная идея теории множеств, раздела математики, о котором будем говорить на уроке. Теория множеств изучает, как объекты объединяются в группы по правилу. У нас сегодня было условие быть готовым к превращению. Мы все согласились, поэтому мы единое множество, а несогласные – другое множество, но их нет в классе. Мы теперь даже одно множество с героиней сказки Алисой, она тоже сама съела пирожок. Внутри нашего множества могут быть подмножества: те, кто готов только уменьшиться, те, кто готов только увеличиться. А есть те, кто могут захотеть и то, и другое, тогда это будет точкой пересечения множеств, а также объединение множеств, если мы объединим всех, кто готов к одному превращению.

Определение темы и цели: учитель предлагает детям назвать тему самостоятельно, угадать сказку, если она не была названа ранее. *Предполагаемый план работы на уроке:* учитель рассказывает о том, какие понятия сегодня будут пройдены, объявляет, что основное понятие – это теория множеств.

Реализация образовательной цели.

Задание 1. Чтение фрагмента. Учитель раздаёт распечатки главы «Безумное чаепитие». Дети читают вслух или по ролям.

Задание: нарисовать на листах два круга Эйлера:

- множество A = «Все, кто сидит за столом»;
- множество B = «Все, кто пьёт чай»;
- множество C = «Все, кто говорит бессмыслицу».

Учащиеся должны найти в тексте, где один и тот же персонаж (например, Соня) принадлежит одновременно А, В и С, но при этом физически перемещается – пересечение множеств меняется.

Учитель: «Может ли один и тот же элемент принадлежать множеству и не принадлежать ему одновременно? А в Стране чудес может?»

Задание 2. Учащиеся встают из-за парт, образуют круг. Игра «Кто сдвинулся?». Правила: все закрывают глаза, учитель тихо меняет двух учеников местами. Открыв глаза, нужно понять, кто и куда переместился. Затем обсуждают: «А если бы мы сидели за круглым столом, и все одновременно сдвинулись на одно место влево – заметили бы мы это? А если бы сдвиг был на два места?».

Учитель: «Это и есть то, что математики называют гомеоморфизмом – непрерывное превращение пространства, при котором не рвутся связи между соседями».

Задание 3. Каждый получает карточку роли: Мартовский Заяц, Болванщик, Соня, Алиса, Час, Полчаса, Крендель, Чашка – даже предметы становятся «персонажами» (как в книге: часы показывают 6 вечера вечность).

Учитель даёт команду: «Сдвиг на одного влево». Все пересаживаются. Затем: «Сдвиг на одного вправо» – возврат. Затем: «Сдвиг на двух влево». «Что сохранилось при сдвиге?» (ответы: порядок по кругу, соседство – хоть и с другими лицами). «Что изменилось?» (кто с кем говорит, кому наливают чай). Учитель вводит понятие топологического инварианта.

Задание 4. Практическая работа. Каждый берёт полоску бумаги 20×4 см, скручивает один конец на 180° и склеивает с другим. Получается лист Мёбиуса.

Задания для детей: проведи пальцем по всей поверхности – вернись в начало, не отрывая пальца (обнаруживается, что поверхность односторонняя). Раскрась поверхность красным карандашом – покрасишь ли полностью, если не переворачивать лист? Разрежь лист Мёбиуса вдоль посередине – что получится? (Один большой перекрученный лист, а не два).

Учитель: «В Стране чудес пространство устроено так же странно. У Алисы нет «внешней» и «внутренней» стороны мира – они переходят друг в друга, как

у этого листа. Когда она идёт за Белым Кроликом, она не знает: она внутри норы или снаружи? А когда Чеширский Кот исчезает, остаётся только улыбка – это как наш лист Мёбиуса: след карандаша есть, а где его «внутренность»?»

Задание 5. Творческое задание. На листе ватмана группа рисует карту, но с условием: нельзя использовать евклидовы прямые линии и обычные расстояния. Расстояния можно заменять на «время разговора», «количество выпитых чашек», «степень безумия». Учащиеся в парах придумывают по 1–2 топологических правила Страны чудес.

Учитель задаёт вопрос: «А можно ли ваше правило записать математической формулой?»

Заключительный этап. Рефлексия (устно по кругу): что было самым странным сегодня? Какое математическое понятие ты теперь представляешь через образ из «Алисы»? Если бы ты попал в Страну чудес, какой топологический закон ты бы сломал первым делом?

Домашнее задание. 1. Изготовь из бумаги бутылку Клейна (по видеоинструкции) и принеси в класс – обсудим, почему в ней нельзя отличить «внутри» от «снаружи» так же, как в Стране чудес. 2. Найди в других главах «Алисы» ещё 2 примера нарушения теории множеств или топологии и опиши их математически (можно с помощью кругов Эйлера).

Список литературы

1. Кэрролл Л. Алиса в Стране чудес / Л. Кэрролл; пер. с англ. Н. Демуровой. – М.: Наука, 1991. – 366 с.

2. Карпушина Н.М. Перечитывая Кэрролла / Н.М. Карпушина // Математика в школе. – 2007. – С. 46–55.

3. Скопич Н.П. Теория концептуальной метафоры / Н.П. Скопич. – URL: https://elib.utmn.ru/jspui/bitstream/ru-tsu/21294/1/SkopichNP_Teoriya.pdf (дата обращения: 05.04.2026).

4. Лакофф Дж. Метафоры, которыми мы живём / Дж. Лакофф, М. Джонсон. – М.: Едиториал УРСС, 2004. – 256 с.

5. Коровина В.Я. Литература. 6 класс: учебник для общеобразовательных организаций. В 2 ч. / В.Я. Коровина, В.П. Полухина, В.П. Журавлев. – М.: Просвещение, 2025. – 245 с.

6. Ладыгин М.Б. Литература. 6 класс: методическое пособие / М.Б. Ладыгин, Н.А. Нефедова. – М.: Дрофа, 2013. – 236 с.

7. Меркин Г.С. Литература. 6 класс: учебник для общеобразовательных организаций. В 2 ч. / Г.С. Меркин. – 7-е изд. – М.: Русское слово – учебник, 2020. – 280 с.