

Кошкина Надежда Васильевна

старший преподаватель

Неведин Павел Сергеевич

курсант

ФГКВОУ ВО «Военная орденов Жукова и Ленина
Краснознаменная академия связи им. Маршала Советского Союза
С.М. Буденного» Министерства обороны Российской Федерации
г. Санкт-Петербург

**ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ
В ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ РАДИОСИГНАЛА
НА ФОНЕ ШУМА И ЕГО ПРАКТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ
В ВОЕННЫХ СИСТЕМАХ**

Аннотация: в работе проводится анализ применения интегрального исчисления в задаче обнаружения радиосигнала на фоне аддитивного шума. Рассматриваются энергетический и корреляционный методы, выводится структура согласованного фильтра и исследуется отношение сигнал/шум. Особое внимание уделено строгому математическому выводу формул и их практическому применению в военных системах связи, радиолокации и радиоэлектронной борьбы.

Ключевые слова: интегральное исчисление, обнаружение радиосигнала, согласованный фильтр.

Проблема организации практико-ориентированного обучения не является абсолютно новой, но, тем не менее, и сегодня является актуальной. Современное образование, в первую очередь, должно ориентировать курсанта к решению тех реальных проблем, с которыми он столкнется в своей профессиональной деятельности. Формирование у курсантов универсальных умений и навыков, необходимых для решения жизненных и профессиональных проблем, является одной из ключевых в ФГОС.

На практических занятиях дисциплины Теория вероятностей преподаватели постоянно уделяют внимание решению практико-ориентированных задач. Для курсантов военных ВУЗов решение таких задач представляет особый интерес. Задачи подбираются достаточно тщательно, в зависимости от уровня подготовки курсантов. Для более сильных курсантов, обладающих хороши навыками интегрирования, можно предложить, например, задачу, связанную с обнаружением слабых сигналов в условиях шума. Её решение является фундаментальной задачей военной радиотехники. Заметим, что в таких системах, как радиолокационные станции (РЛС), системы радиоперехвата, защищённые каналы связи, комплексы радиоэлектронной борьбы (РЭБ), необходимо с высокой вероятностью выделять полезный сигнал на фоне помех. Математической основой этих процессов является интегральное исчисление, позволяющее реализовать операции накопления, корреляции и фильтрации.

При решении задачи преподаватель должен тщательно продумать методику работы с ней. Необходимо не только правильно постановить задачу обнаружения сигнала, но и показать ее прикладное значение. Затем перейти к разбору ее решения.

В начале решения выделить две гипотезы.

Пусть гипотеза $H_0: r(t) = n(t)$, а гипотеза $H_1: r(t) = s(t) + n(t)$, где:

– $s(t)$ – детерминированный сигнал;

– $n(t)$ – гауссовский белый шум;

Задача – на основе наблюдения $r(t)$ принять решение о наличии сигнала.

Перед тем как приступить к решению, преподаватель может заметить, что существуют два метода решения этой задачи.

Предложить решить эту задачу курсантам *энергетическим методом обнаружения*.

Рассмотрим интеграл энергии:

$$E = \int_0^T |r(t)|^2 dt$$

Подставим $r(t) = s(t) + n(t)$

$$E = \int_0^T (s(t) + n(t))^2 dt = \int_0^T s^2(t) dt + 2 \int_0^T s(t)n(t) dt + \int_0^T n^2(t) dt.$$

Рассмотрим математическое ожидание:

$$\mathbb{E}[E] = \int_0^T s^2(t) dt + \int_0^T \mathbb{E}[n^2(t)] dt$$

Так как:

$$\mathbb{E}[n^2(t)] dt = \sigma^2,$$

Получаем математическое ожидание энергии сигнала, искажённого аддитивным шумом:

$$\mathbb{E}[E] = \int_0^T s^2(t) dt + \sigma^2 T.$$

Если энергия маленькая, то это, скорее всего, «шум», а если большая, то это «сигнал + шум». Эта формула используется для обнаружения сигнала на фоне шума.

Затем предложить рассмотреть решение этой задачи корреляционным методом обнаружения.

Если сигнал есть, то $r(t) \sim s(t)$, произведение $r(t)$ и $s(t)$ большое, а значит и большое значение интеграла.

Если сигнала нет, значит, нет совпадения, значение интеграла маленькое.

Основной интегральный критерий:

- $r(t)$ – то, что мы приняли («сигнал + шум»);
- $s(t)$ – сигнал, который мы ищем;
- R – результат корреляции (схожесть).

$$R = \int_0^T r(t)s(t) dt$$

Подставим:

$$R = \int_0^T (s(t) + n(t))s(t) dt = \int_0^T s^2(t) dt + \int_0^T n(t)s(t) dt$$

Рассмотрим дисперсию шумовой части:

$$D = \mathbb{E}\left[\left(\int_0^T n(t)s(t)dt\right)^2\right]$$

Используя свойства белого шума:

$$\mathbb{E}[n(t)n(\tau)] = \sigma^2 \delta(t-\tau)$$

Получаем:

$$D = \sigma^2 \int_0^T s^2(t)dt$$

Отношение сигнал/шум

$$SNR = \frac{(\int_0^T s^2(t)dt)^2}{\sigma^2 \int_0^T s^2(t)dt} = \frac{\int_0^T s^2(t)dt}{\sigma^2}$$

Данное отношение показывает, насколько сигнал выделяется на уровне шума.

Предложить курсантам сделать выводы после решения этой задачи двумя методами. В каких случаях удобнее использовать каждый из рассмотренных методов. В конце занятия еще раз остановиться на практической реализации в военных системах.

Интегральные методы обработки сигналов находят широкое применение в реальных военных системах, где требуется обнаруживать, передавать и анализировать информацию в условиях сильных помех и ограниченных ресурсов. Их использование позволяет существенно повысить чувствительность аппаратуры и надёжность работы даже в самых сложных ситуациях. В радиолокации интегральные методы играют ключевую роль при обнаружении целей. Отражённый сигнал от объекта зачастую крайне слаб и искажается шумами окружающей среды. Чтобы выделить полезную информацию, система накапливает сигнал во времени, фактически «собирая» его по частям. Благодаря этому даже едва заметные отражения становятся различимыми, что позволяет обнаруживать самолёты, ракеты и другие объекты на больших расстояниях. В системах радиоперехвата интегральные методы используются для выявления скрытых или замаскированных передач. Противник может пытаться снизить мощность сигнала или замаскировать его под шум, однако длительное накопление и анализ позволяют

обнаружить даже такие слабые источники. Это делает возможным перехват информации и выявление активности в эфире. В средствах радиоэлектронной борьбы интегральные методы помогают не только анализировать сигналы противника, но и эффективно им противодействовать. Понимание структуры сигнала позволяет создавать направленные помехи, которые нарушают работу вражеских систем связи и наведения. При этом обработка сигналов требует высокой точности, так как необходимо отличать реальные сигналы от искусственно созданных. В спутниковых системах связи интегральные методы особенно важны из-за крайне слабых сигналов, поступающих с больших расстояний. Космическое пространство вносит дополнительные искажения, а уровень шума может быть значительным. Интегральная обработка позволяет постепенно накапливать полезную информацию, обеспечивая устойчивую связь даже при минимальной мощности сигнала. Таким образом, интегралы в военных системах связи выступают как инструмент, который позволяет «увидеть невидимое» – извлечь полезный сигнал там, где он практически теряется в шуме. Именно благодаря этим методам современные системы способны работать эффективно в условиях активного противодействия и информационной перегрузки.

Проведённый анализ показывает, что задача обнаружения сигнала на фоне шума в своей основе опирается на методы интегрального исчисления. Это обусловлено тем, что любой реальный сигнал представляет собой функцию, распределённую во времени, а значит, его обработка требует учёта вклада на всём интервале наблюдения. Именно интегральные операции позволяют объединить информацию, накопленную за определённый промежуток времени, и тем самым существенно повысить вероятность корректного обнаружения сигнала. С математической точки зрения интегралы обеспечивают накопление энергии сигнала, что особенно важно в условиях, когда его мгновенные значения могут быть сопоставимы с уровнем шума или даже ниже его. За счёт интегрирования случайные колебания шума частично компенсируются, тогда как полезный сигнал, обладающий определённой структурой, усиливается. Это приводит к повышению отношения сигнал/шум и, как следствие, к увеличению достоверности прини-

маемых решений. Кроме того, интегральные методы лежат в основе корреляционного анализа, который позволяет сравнивать принятый сигнал с эталонным и выявлять совпадения даже при значительных искажениях. Не менее важной является роль интегралов в построении оптимальных алгоритмов обработки сигналов. Использование интегральных критериев позволяет формализовать задачу обнаружения и свести её к строгим математическим процедурам, обеспечивающим наилучший результат при заданных условиях. В частности, именно через интегральные выражения формулируются условия оптимальности, позволяющие минимизировать влияние шума и максимально сохранить полезную информацию. Практическое применение этих методов охватывает широкий спектр задач военного дела. В радиолокации интегральная обработка позволяет обнаруживать объекты на больших расстояниях, несмотря на крайне слабые отражённые сигналы. В системах связи она обеспечивает устойчивую передачу информации даже при наличии интенсивных помех и ограниченной мощности передатчика. В разведке интегральные методы используются для выявления скрытых сигналов и анализа активности в радиозфере. В средствах радиоэлектронной борьбы они применяются как для подавления вражеских сигналов, так и для защиты собственных каналов связи. Таким образом, интегральное исчисление выступает не просто как вспомогательный математический инструмент, а как фундаментальная основа всей современной военной радиотехники. Его использование позволяет решать сложнейшие задачи обработки сигналов, обеспечивая высокую точность, надёжность и эффективность функционирования технических систем в условиях неопределённости и активного противодействия.

Список литературы

1. Скляр Б. Цифровая связь / Б. Скляр. – М.: Вильямс, 2003. – 1104 с.
2. Прокис Дж. Цифровая обработка сигналов / Дж. Прокис. – М.: Радио и связь, 2000. – 800 с.
3. Левин Б.Р. Теория случайных процессов / Б.Р. Левин. – М.: Наука, 1989. – 576 с.

4. Согласованный фильтр // Википедия. – URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Согласованный_фильтр (дата обращения: 12.04.2026).

5. Отношение сигнал/шум // Википедия. – URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Отношение_сигнал/шум (дата обращения: 12.04.2026).