

Курбанова Егана Киниязовна

учитель

МБОУ «Лицей №22»

г. Махачкала, Республика Дагестан

DOI 10.31483/r-155227

РЕШЕНИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ ЗАДАЧ ГЕОМЕТРИИ ПОСРЕДСТВОМ СРЕДЫ GEOGEBRA

***Аннотация:** работа посвящена изучению возможностей применения свободно распространяемой программы GeoGebra для решения задач геометрии. В работе представлены основные функции программы, а также продемонстрированы практические примеры ее использования при решении некоторых типов задач геометрии, таких как построение геометрических фигур, измерение параметров, проведение построений, анализ геометрических свойств. Но основное внимание в работе автор уделяет визуализации задач, а именно использованию динамической графики для демонстрации свойств геометрических фигур и решения олимпиадных задач. Работа адресована учащимся школ, студентам и преподавателям, интересующимся применением современных информационных технологий в обучении геометрии.*

***Ключевые слова:** построение, эксперимент, прикладная задача, ситуационная задача, перпендикуляр, вписанные углы, вписанная и описанная окружность, свойства равностороннего треугольника, сечение, внутреннее проектирование, подобие.*

Введение.

Современное образование стремится к активному исследовательскому подходу к изучению математики. Традиционные методы, основанные на пассивном восприятии информации, уступают место интерактивным формам обучения, где ученик становится активным участником процесса познания.

Но наряду со всем этим, в математической деятельности мы сталкиваемся с ошибками, тупиками, порой заблуждаемся, значит присутствует и деятельность

критическая, которая заставляет нас сомневаться, придумывать новые пути решения задачи и доказательства, искать и приводить контрпримеры.

В организации математической деятельности существенную роль играют сегодня компьютерные инструменты, то есть различные программные приложения. Одним из инструментов, способных реализовать такой подход, является система динамической геометрии Geogebra.

Актуальность темы исследования состоит в том, что применение Geogebra при изучении математики открывает широкие возможности для экспериментальной деятельности, а также имеет большой спрос среди учителей и преподавателей математики по всей России [1–4]. Это позволяет визуализировать математические объекты, исследовать свойства и закономерности, строить гипотезы и проверять их практически, что способствует глубокому пониманию теоретических концепций.

Цель исследования: проанализировать возможности применения Geogebra для организации экспериментальной деятельности в обучении математике на разных уровнях образования, выявить преимущества и особенности такого подхода.

Задачи исследования: определить ключевые функции Geogebra, способствующие экспериментальной деятельности в математике, в частности геометрии; разработать рекомендации по применению среды Geogebra при проектировании и моделировании функциональных задач по геометрии; оценить эффективность использования Geogebra для постановки эксперимента на уроке геометрии.

Объект исследования: применение системы динамической геометрии Geogebra при решении задач.

Предмет исследования: возможности использования Geogebra для организации экспериментальной деятельности в процессе изучения математики посредством создания динамических моделей для решения некоторых задач.

Научная новизна работы заключается в том, что данное исследование представляет оригинальные методы (на примере задач, объединяющих в себе олимпиадную и функциональную составляющие) по применению Geogebra для

экспериментальной деятельности в математике, основанные на анализе специфики решения таких задач и возможностей программной среды.

Основное содержание.

Постановка проблемы. Геометрический эксперимент предполагает выполнение ряда условий и требований, направленных на получение объективных результатов исследования геометрических объектов, свойств фигур и пространственных взаимоотношений. Основными из них являются точность измерений, контроль исходных данных, строгость методики, объективность оценки результата и учет погрешностей измерений.

Выделим основные функции Geogebra для экспериментальной деятельности: визуализация математических объектов; интерактивность и динамичность; измерения и расчеты; создание и анализ анимации.

«GeoGebra» – это достаточно известное распространенное бесплатное мульти платформенное динамическое программное обеспечение, предназначенное для всех уровней обучения, включая геометрию, алгебру, работу с таблицами, построение графиков и диаграмм, функции, статистику и высшую математику. Оно доступно и в виде веб-приложения, а также в виде приложения на планшете и компьютере [1].

Методика исследования.

Для проведения исследования автором составлены ситуационные задачи к некоторым сюжетам геометрических задач и в рамках той или иной задачи выстроен определенный план действий, как это описано в [2]:

- 1) создание геометрической формулировки прикладной задачи;
- 2) наводящие соображения;
- 3) формулировка гипотезы;
- 4) компьютерный эксперимент;
- 5) корректировка гипотезы;
- 6) рациональное рассуждение (неформальное подтверждение истинности гипотезы);
- 7) традиционное доказательство истинности гипотезы;

8) поиск решения;

9) расширение задачи.

Geogebra – это мощный инструмент, который можно эффективно использовать при решении экспериментальных задач. Он предлагает ряд преимуществ, таких как визуализация, измерение и расчет [3].

Плюс ко всему GeoGebra – это ценный инструмент для решения прикладных геометрических задач, помогающий визуализировать, моделировать и решать проблемы, возникающие в реальном мире. В качестве примеров такого применения Geogebra можно привести такие отрасли, как архитектура и строительство. Это расчет объема и площади объектов, планирование освещения, проектирование лестниц и многое другое. Geogebra может также вполне применяться в инженерии. Сюда отнесем расчет прочности конструкций, оптимизацию форм объектов, моделирование движения [4; 5].

Результаты исследования.

Как было отмечено выше, для проведения исследования в рамках той или иной задачи, выстроен определенный план действий: создание геометрической формулировки прикладной задачи; наводящие соображения; формулировка гипотезы; компьютерный эксперимент; корректировка гипотезы; рациональное рассуждение (неформальное подтверждение истинности гипотезы); традиционное доказательство истинности гипотезы; поиск решения.

Приведем пример задачи.

Задача 1. Освещение.

В театре стена сцены используется как огромный экран для демонстрации визуальных эффектов, дополняющих спектакль. Однако возникла проблема: при тестировании освещения выяснилось, что свет неравномерно распределяется по поверхности стены. Верхняя половина ярко освещается и цвета выглядят насыщенно, тогда как нижняя половина кажется тусклой и плохо передает детали изображений. Арт-директор театра требует срочно решить проблему, поскольку премьера спектакля близится, а зрители ждут эффектного зрелища. Задача состоит в том, чтобы равномерно осветить всю стену. Решено приобрести

современные светодиодные лампы, каждая из которых обеспечивает освещение под некоторым углом (90° , 45° , 60° , 30°). Ему важно подобрать оптимальное количество ламп, расположенных по периметру или по площади стены, чтобы обеспечить качественное и равномерное освещение всего пространства, включая углы и удалённые участки. Экран – стена имеет форму квадрата размером $8\text{ м} \times 8\text{ м}$.

Вопросы, которые возникают перед нами:

1. Какое минимальное количество светодиодных ламп понадобится?
2. Где именно лучше разместить лампы, чтобы избежать теневых областей и достичь наилучшего эффекта?
3. Какие особенности геометрии помещения необходимо учитывать при расчётах?

Геометрическая формулировка задачи.

Лампа, являющаяся материальной точкой (размерами можно пренебречь и на чертеже изобразить точкой), освещает угол k° . Необходимо определить наименьшее число ламп, которых достаточно для того, чтобы освещать всю площадь квадратного помещения, если они будут размещаться:

- а) на границе площадки
- б) внутри площадки.

В магазине предлагаются лампы, способные освещать следующие углы: 90° , 45° , 60° , 30° . Сколько ламп какого вида будет достаточно приобрести?

а) Если лампу помещать, например, в вершинах квадрата, то к решению прийти не сложно. Пусть n – количество ламп.

Проведем компьютерный эксперимент. Рисунок 1 демонстрирует решения этого пункта.

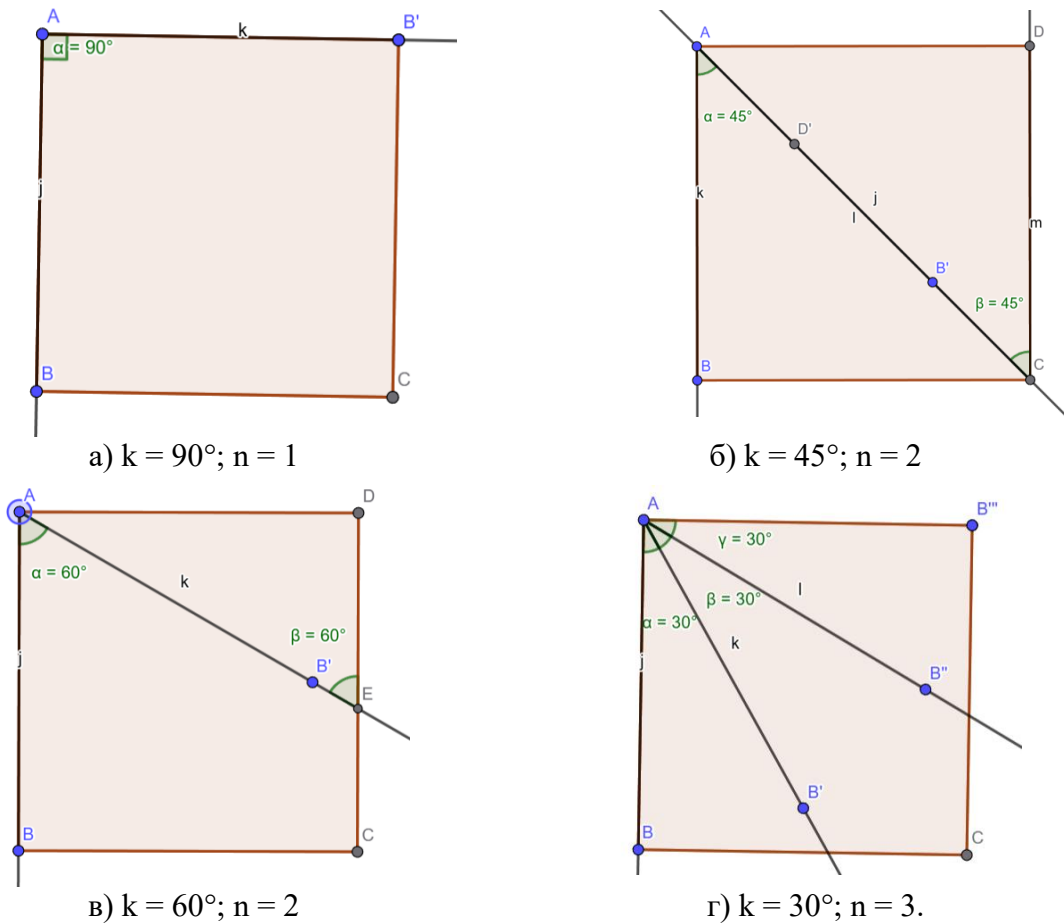


Рис. 1. Задача 1. Освещение

б) $k = 90^\circ$. Ясно, что одной лампы будет мало. Двумя площадками будет освещена. Покажем это. Расположим точку внутри квадрата. Построим прямой угол с вершиной в данной точке. (рис. 2).

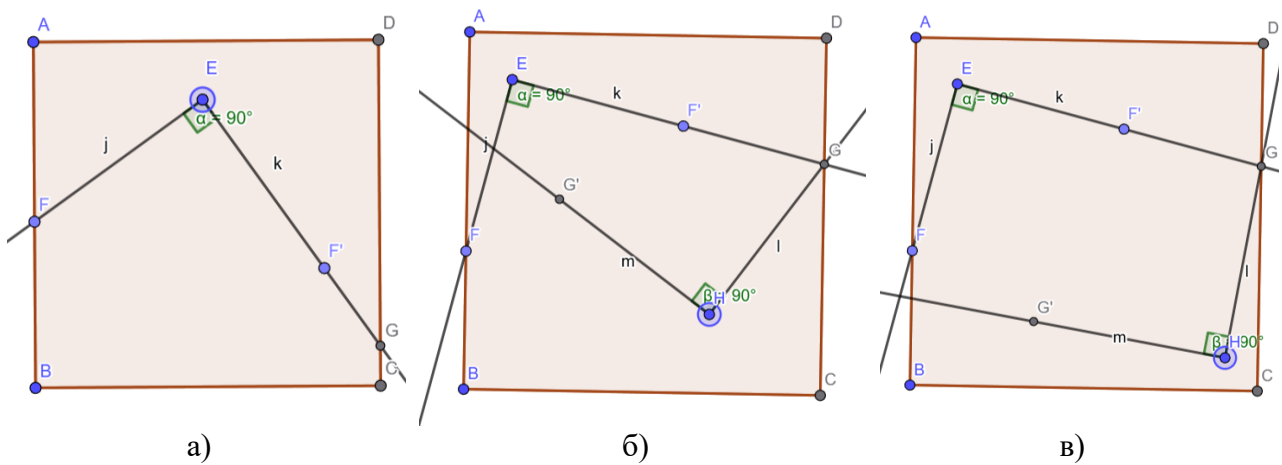
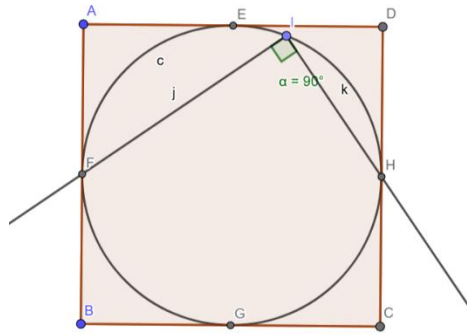
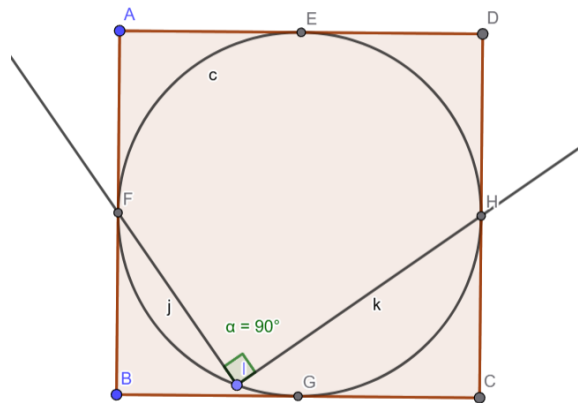


Рис. 2. Задача 1. Освещение

Далее впишем в квадрат окружность. Тогда из точки N , лежащей на окружности диаметр AB виден под прямым углом (почему?), а лампа из точки M освещает нижнюю половину квадрата (рис. 2 а, приложение I). А вот вторую лампу можно расположить на нижней полуокружности – она освещает оставшуюся часть площадки (верхнюю половину квадрата) (рис. 3).



а)



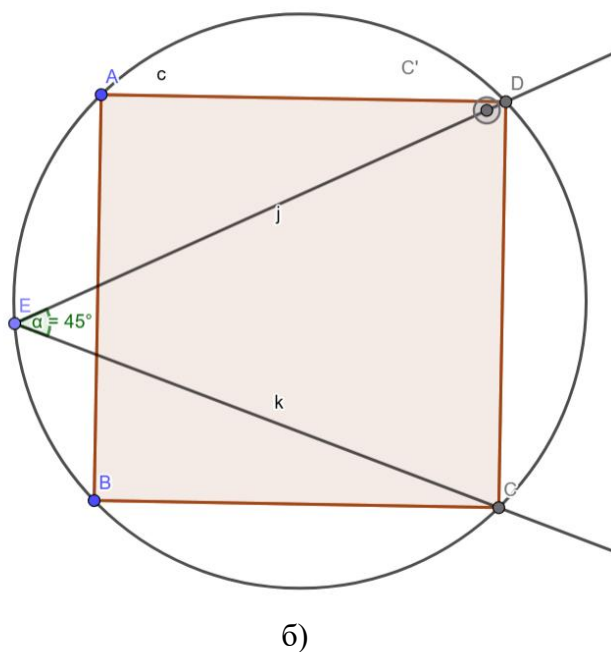
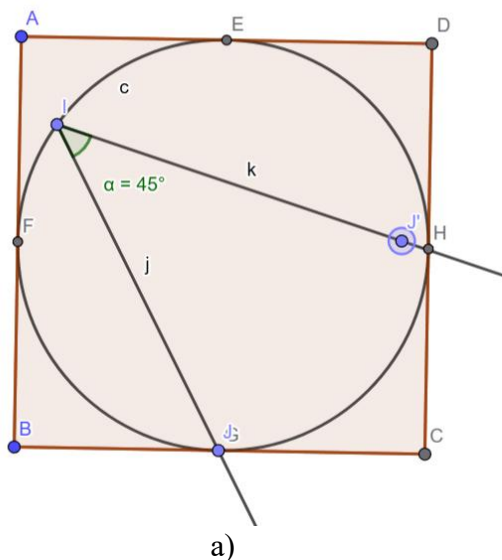
б)

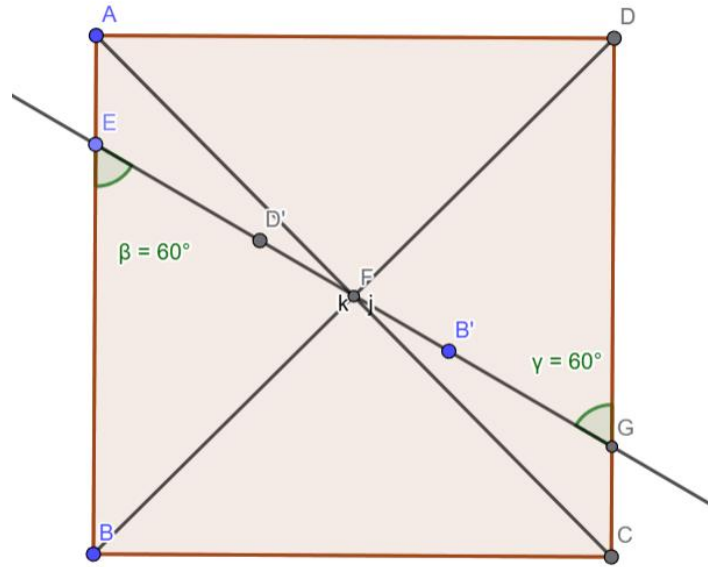
Рис. 3. Задача 1. Освещение

Для того, чтобы удостовериться, отодвинем лампу за пределы окружности, но внутри площадки (квадрата). Тогда можно удостовериться, что каждая лампа освещает свою половину площадки с запасом (рис. 2 в).

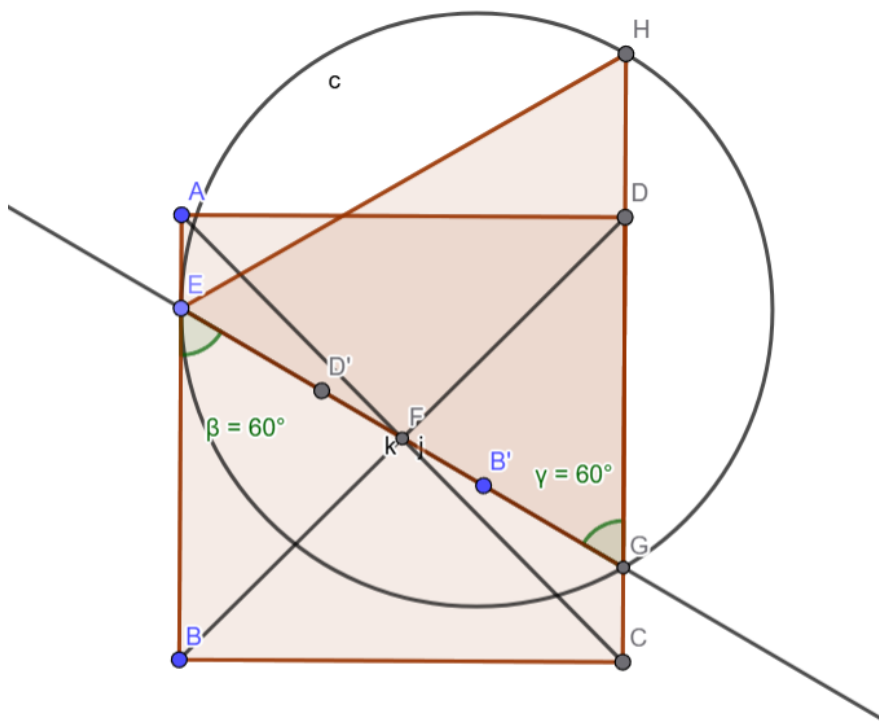
в) $k = 45^\circ$. На первый взгляд понятно, что четырех ламп точно будет достаточно, так как каждая лампа, располагаясь на вписанной в участок (квадрат) окружности, будет освещать свою четверть площади. Но, нужно проверить,

может достаточно и трех? Допустим, это так. Так как у площадки четыре угла (вершины), то хотя бы одна лампа должна будет освещать больше одной вершины. Например, вершины С и D. Тогда лампа должна находиться на описанной около квадрата окружности. Противоречие. Значит, наше предположение неверно (рис. 4 а, б).

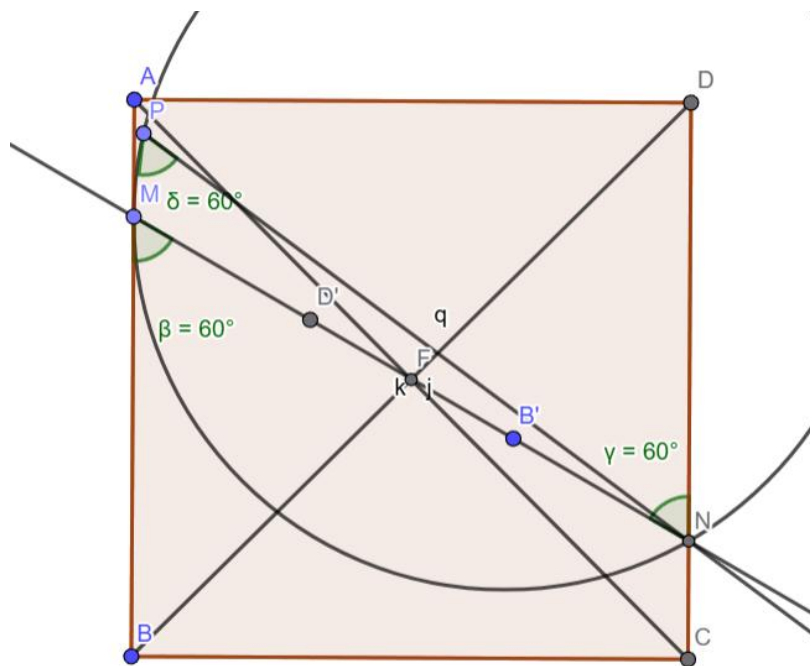




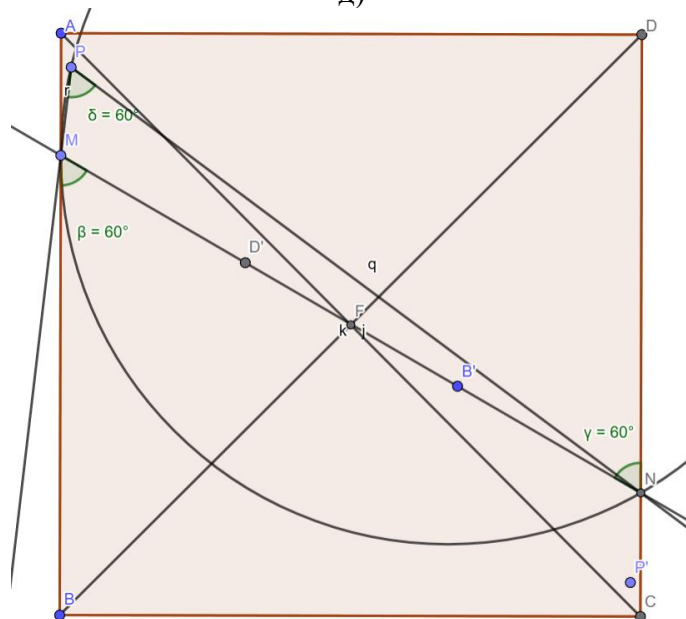
B)



Г)



д)



е)

Рис. 4. Задача 1. Освещение

г) $k = 60^\circ$. Двух ламп будет достаточно. В квадрате ABCD проведем прямую MN через точку пересечения диагоналей квадрата так, чтобы $\angle AMN$ и $\angle MNC$ были равны 60° . Тогда ACMN – половина квадрата (объясните, почему) (Рис 4. в).

Построим окружность такую, чтобы хорда MN стягивала дугу 120° . Нужно проверить, что данная окружность будет касаться стороны АВ в точке М. Возьмем точку Р. (Рис 4. д) Отрезок MN виден из точки Р под углом 60° (объясните, почему), а лампа из точки Р будет освещать половину квадрата AMNC. Вторую лампу следует установить в точке Р', симметричной точке Р относительно центра квадрата (Рис 4. г, д, е).

д) $k = 30^\circ$. Можно в точках Р и Р' установить две лампы, освещающие углы 30° . Тремя такими лампами обойтись будет нельзя хотя бы потому, что даже при угле 45° трех не хватило.

Расширение задачи: сколько нужно в каждом случае ламп, если их запретят устанавливать в одной точке?

Для решения этой задачи необходимо оперировать такими понятиями, как перпендикуляр, вписанные углы, вписанная и описанная окружность около четырехугольника и треугольника, свойства равностороннего треугольника.

Заключение.

Основные выводы по использованию Geogebra в обучении математике:

- использование Geogebra для иллюстрации теоретических понятий: например, при изучении функций можно строить графики различных функций и наблюдать за изменениями в их свойствах при изменении параметров;
- организация экспериментов для проверки гипотез: например, учащиеся могут строить геометрические фигуры и исследовать их свойства, проверяя теоремы и формулы практически;
- разработка и решение задач с использованием Geogebra: например, учащиеся могут решать задачи по геометрии, используя инструменты для измерения и расчета в Geogebra;
- создание математических презентаций и видеороликов с использованием Geogebra: это позволяет учащимся лучше усвоить материал и представить свои работы.

Список литературы

1. Кукушкин Б.Н. Подготовка к олимпиадам. Математика. 7–11 классы / Б.Н. Кукушкин. – М.: Айрис-пресс, 2011. – 316 с.
2. Люблинская И.Е. Исследовательские и проектные задания по планиметрии с использованием среды «GeoGebra Classic»: пособие для учителей и учащихся 7–9 классов / И.Е. Люблинская, В.И. Рыжик. – СПб.: СМИО Пресс, 2020. – 208 с.
3. Мордашева Т.Ю. Использование приложения «GeoGebra» на уроках математики / Т.Ю. Мордашева. – URL: <https://interactive-plus.ru/e-articles/277/Action277-113693.pdf> (дата обращения: 01.04.2026).
4. Problems.ru. – URL: <https://problems.ru/> (дата обращения: 01.04.2026).