

Золотухина Дарья Юрьевна

Иванюк Мария Евгеньевна

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЭКСКУРСИИ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ УЧАЩИХСЯ 5–7 КЛАССОВ В УСЛОВИЯХ ЦИФРОВИЗАЦИИ ОБРАЗОВАНИЯ

Аннотация: проблема формирования полноценных геометрических представлений у учащихся 5–7 классов остаётся актуальной в условиях перехода к систематическому курсу геометрии. Традиционные методы, опирающиеся преимущественно на статичные чертежи и модели, часто не обеспечивают необходимого уровня динамичности и обобщённости пространственных образов. Цель исследования – теоретически обосновать потенциал математических экскурсий (натурных, виртуальных и смешанных) как средства формирования геометрических представлений школьников в цифровой образовательной среде. В работе проведён теоретический анализ содержания понятия «геометрические представления» на пропедевтическом этапе, систематизированы дидактические возможности экскурсионных форматов, обоснована целесообразность опоры на курс «Наглядная геометрия». Результатом исследования стала теоретическая модель организации математических экскурсий, включающая целевой, содержательный, процессуальный и результативный компоненты. Модель может служить основой для проектирования конкретных экскурсий, направленных на развитие пространственного мышления и подготовку учащихся к изучению систематического курса геометрии.

Ключевые слова: геометрические представления, пространственное мышление, математические экскурсии, наглядная геометрия, виртуальные экскурсии, смешанное обучение, цифровизация образования, динамические геометрические среды, пропедевтика геометрии.

Abstract: the problem of forming complete geometric representations among students in grades 5–7 remains relevant in the transition to the systematic geometry

course. Traditional methods relying mainly on static drawings and models often fail to provide the necessary level of dynamism and generalization of spatial images. The purpose of the study is to theoretically substantiate the potential of mathematical excursions (field, virtual and blended) as a means of forming geometric representations of schoolchildren in a digital educational environment. The paper provides a theoretical analysis of the content of the concept of «geometric representations» at the propaedeutic stage, systematizes the didactic possibilities of excursion formats, and substantiates the expediency of relying on the «Visual Geometry» course. The result of the study is a theoretical model for organizing mathematical excursions, including target, content, procedural and resultant components. The model can serve as a basis for designing specific excursions aimed at developing spatial thinking and preparing students for the systematic geometry course.

Keywords: *geometric representations, spatial thinking, mathematical excursions, visual geometry, grades 5–7, virtual excursions, blended learning, education digitalization, dynamic geometry environments, geometry propaedeutics.*

Введение.

Формирование геометрических представлений является одной из важнейших задач математического образования на этапе основной школы. В 5–7 классах закладывается фундамент пространственного мышления, который впоследствии обеспечивает успешное освоение систематического курса геометрии. Однако традиционные методы работы с плоскими чертежами и статичными моделями часто оказываются недостаточными для создания полноценных динамических образов геометрических объектов [7, с. 45; 8, с. 18]. В результате учащиеся нередко воспринимают геометрию как набор формальных правил и чертежей, слабо связанных с реальным пространством, что затрудняет последующий переход к аксиоматическому изучению предмета и снижает мотивацию.

Актуальность исследования обусловлена несколькими факторами. Во-первых, сохраняется разрыв между пропедевтическим и систематическим курсами геометрии: учащиеся, приступающие к изучению аксиоматического курса в 7

классе, нередко демонстрируют слабость пространственных представлений и затруднения в оперировании образами [6, с. 12]. Этот разрыв проявляется, в частности, в трудностях при выполнении заданий на построение сечений, мысленное вращение фигур и представление взаимного расположения объектов в трёхмерном пространстве.

Во-вторых, цифровизация образования создаёт качественно новые возможности для организации чувственного опыта учащихся – виртуальные и смешанные форматы позволяют работать с недоступными в реальности объектами, изменять точку зрения, выполнять сечения и преобразования в интерактивном режиме. Современные цифровые инструменты дают возможность не только наблюдать, но и активно экспериментировать с геометрическими свойствами, что значительно усиливает деятельностный характер обучения.

В-третьих, в условиях реализации федеральных государственных образовательных стандартов особую значимость приобретают деятельностные формы обучения, к числу которых относятся математические экскурсии. Именно экскурсионная деятельность позволяет органично соединить наблюдение реальных объектов с последующим математическим моделированием и рефлексией.

Научная новизна работы заключается в разработке теоретической модели организации математических экскурсий, специально ориентированной на формирование геометрических представлений учащихся 5–7 классов и интегрирующей натурные, виртуальные и смешанные форматы в логике курса «Наглядная геометрия». Модель учитывает возрастные особенности подростков и специфику пропедевтического этапа, что отличает её от существующих общих подходов к организации образовательных экскурсий.

Практическая значимость исследования состоит в том, что предложенная модель может быть использована учителями математики при проектировании экскурсионной деятельности, а также при разработке рабочих программ внеурочной деятельности и элективных курсов. Кроме того, модель может служить ос-

новой для создания методических рекомендаций и сценариев занятий, адаптированных к различным условиям школы (городская или сельская местность, наличие или отсутствие цифрового оборудования).

Цель статьи – теоретически обосновать возможности математических экскурсий как средства формирования геометрических представлений учащихся 5–7 классов в цифровой образовательной среде и представить соответствующую теоретическую модель.

Обзор литературы показывает, что проблема формирования геометрических представлений и пространственного мышления достаточно глубоко исследована в отечественной психологии и методике обучения математике. И.С. Якиманская обосновала структуру пространственного мышления и выделила типы оперирования образами [7]. А.Д. Александров подчёркивал необходимость раннего знакомства с пространственными формами и важность наглядности [1]. И.Ф. Шарыгин и Л.Н. Ерганжиева создали целостную концепцию наглядной геометрии для 5–6 классов, ориентированную на развитие геометрической интуиции и пространственного воображения [3]. Л.М. Фридман рассматривал теоретические основы методики обучения математике, включая роль представлений в усвоении понятий [5]. П.Я. Гальперин и С.Л. Рубинштейн заложили психологические основания перехода от материализованных действий к умственным операциям [2; 4].

В зарубежной литературе А. Хоффер (A. Hoffer) указал на многомерность геометрического мышления, включающего визуальные, вербальные, чертежные, логические и прикладные компоненты [9]. Современные исследования в области динамических геометрических сред (GeoGebra, Cabri) и виртуальной реальности подтверждают эффективность интерактивных визуализаций для развития пространственных представлений [10; 11]. Эти исследования демонстрируют, что интерактивность и возможность мгновенной обратной связи существенно повышают качество формируемых образов.

При этом комплексный анализ возможностей именно математических экскурсий (включая виртуальные и смешанные форматы) как целенаправленного

средства формирования геометрических представлений на пропедевтическом этапе в условиях цифровизации остаётся недостаточно разработанным, что определяет актуальность настоящего исследования.

Исследовательская часть.

1. Геометрические представления учащихся 5–7 классов: содержание и особенности формирования.

Под геометрическими представлениями понимается система чувственно-наглядных образов геометрических объектов, их свойств, отношений и преобразований, складывающаяся в сознании учащегося на основе восприятия, воображения и мыслительной деятельности. В отличие от понятий, представления сохраняют связь с конкретными образами и служат переходным звеном от чувственного опыта к абстрактному мышлению [6, с. 89]. Именно эта промежуточная природа представлений делает их особенно важным объектом педагогического воздействия на пропедевтическом этапе.

На этапе 5–7 классов (пропедевтический курс геометрии) ключевыми являются представления о: основных геометрических фигурах и телах; взаимном расположении объектов в пространстве; симметрии, подобии и пропорциональности; измерении длин, площадей и объёмов; координатах на плоскости и в пространстве. Согласно исследованиям И.Ф. Шарыгина, Л.Н. Ерганжиевой, А.Д. Александрова и других, именно в этот период особенно эффективна работа, опирающаяся на наглядность и практическую деятельность [1; 3]. Практика показывает, что учащиеся, получившие богатый чувственный опыт работы с реальными и модельными объектами, значительно увереннее оперируют абстрактными понятиями в дальнейшем.

Психологические особенности подростков (развитие абстрактного мышления при сохранении потребности в наглядной опоре, высокая пластичность пространственных образов) делают этот возраст сензитивным для целенаправленного формирования геометрических представлений [7, с. 67]. В этом возрасте особенно продуктивны задания, требующие мысленного преобразования объектов, сравнения различных точек зрения и перехода от двумерных изображений к

трёхмерным моделям. Но недостаточная практическая деятельность с реальными и модельными объектами приводит к формальному усвоению материала и затруднениям при решении задач на построение, сечение и воображение. Следствием такого формализма становится снижение интереса к геометрии и появление устойчивых ошибок в пространственном мышлении.

2. Возможности математических экскурсий в развитии геометрических представлений.

Математическая экскурсия создаёт уникальные условия для непосредственного взаимодействия учащихся с геометрическими объектами окружающей среды. Архитектурные сооружения, элементы ландшафта, транспортные конструкции, предметы быта содержат богатый геометрический материал: симметрию фасадов, параллельность и перпендикулярность линий, подобие форм, пропорциональность частей, различные виды углов и многогранников. Например, фасады зданий позволяют наблюдать осевую и центральную симметрию, мосты и эстакады – параллельность и перпендикулярность, а природные объекты – неправильные формы и приближения к идеальным геометрическим фигурам. Кроме того, парковые композиции и скульптурные объекты дают возможность изучать пространственные соотношения, а элементы городской инфраструктуры (лестницы, ограждения, рекламные конструкции) – различные виды углов, параллельность прямых и пропорции.

В процессе экскурсии учащиеся выполняют измерения, сравнения, построения, фиксируют наблюдения, что способствует переходу от пассивного созерцания к активному конструированию геометрических образов. Измерение реальных объектов с помощью рулетки, лазерного дальномера или мобильных приложений позволяет учащимся самостоятельно устанавливать числовые характеристики длин, высот и расстояний, а затем сопоставлять полученные данные с геометрическими моделями. Сравнение форм различных сооружений развивает умение выделять существенные признаки и абстрагироваться от второстепенных деталей. Построение схематических чертежей и эскизов на месте наблюдения за-

крепляет связь между реальным объектом и его условным изображением. Экскурсия позволяет «увидеть» геометрию в движении (изменение перспективы, сечения при изменении точки зрения), что принципиально важно для развития динамических пространственных представлений [7]. Такой динамический опыт трудно воспроизвести в условиях обычного классного кабинета, где преобладают статичные изображения. При перемещении вокруг объекта учащиеся наблюдают, как меняются видимые пропорции, как появляются или исчезают отдельные грани и рёбра, что способствует формированию более гибких и оперативных пространственных образов.

Особую роль играет опора на курс «Наглядная геометрия». Экскурсии, спроектированные в логике этого курса, позволяют последовательно отрабатывать темы симметрии, многогранников, окружности, координатной плоскости, площадей и объёмов на материале реальных объектов, превращая абстрактные понятия в осмысленные образы [3]. Таким образом, экскурсия становится естественным продолжением и обогащением уроков наглядной геометрии, а не отдельным развлекательным мероприятием. Например, при изучении симметрии учащиеся могут искать и фиксировать примеры осевой и центральной симметрии в архитектуре, а при изучении многогранников – анализировать формы зданий и технических сооружений, соотнося их с кубом, параллелепипедом, пирамидой и другими телами. Работа с координатной плоскостью может быть организована через нанесение условной системы координат на план территории и определение положения наблюдаемых объектов.

Математическая экскурсия обладает рядом дидактических преимуществ по сравнению с традиционными формами работы. Во-первых, она обеспечивает высокий уровень мотивации за счёт непосредственного контакта с окружающей средой и возможности самостоятельно «открывать» геометрические закономерности. Во-вторых, она способствует развитию исследовательских умений: формулированию гипотез, сбору и обработке данных, проверке предположений. В-третьих, экскурсия создаёт условия для групповой и индивидуальной деятельности, что позволяет учитывать различия в уровне пространственного мышления

учащихся. В-четвёртых, она интегрирует математику с другими областями знания – архитектурой, природой, техникой, – формируя представление о геометрии как о языке описания реального мира.

Важным условием эффективности экскурсии является её чёткая методическая организация. Предварительная подготовка (актуализация необходимых знаний, постановка исследовательских задач, знакомство с инструментами измерения) обеспечивает целенаправленность наблюдения. В ходе самой экскурсии учитель направляет внимание учащихся на ключевые геометрические объекты и отношения, стимулирует формулирование вопросов и гипотез. Послеэкскурсионная работа (обсуждение, построение моделей, решение задач на основе собранных данных) закрепляет сформированные представления и переводит их на более высокий уровень обобщения.

Таким образом, математические экскурсии выступают мощным средством формирования геометрических представлений, поскольку соединяют чувственное восприятие реальных объектов с активной мыслительной и практической деятельностью учащихся. Они позволяют преодолеть ограничения статичных чертежей и моделей, создавая условия для развития динамических, оперативных и обобщённых пространственных образов, необходимых для успешного освоения систематического курса геометрии.

3. Виртуальные и смешанные форматы экскурсий в цифровой среде.

Цифровизация существенно обогащает возможности формирования геометрических представлений. Виртуальные экскурсии с использованием трёхмерных моделей, панорам, дополненной и виртуальной реальности позволяют рассматривать объекты с разных ракурсов, «разрезать» их, изменять масштаб, накладывать геометрические сетки и системы координат. Учащиеся получают возможность свободно перемещаться вокруг и внутри объекта, наблюдать его с любого угла, выполнять сечения плоскостями и анализировать внутреннюю структуру, что практически невозможно при работе с реальными архитектурными или природными объектами. Динамические геометрические среды (GeoGebra, Cabri и др.) дают возможность мгновенно проверять гипотезы, возникающие во время

экскурсии [10; 11]. Возможность мгновенно изменять параметры модели и наблюдать последствия этих изменений делает процесс познания более исследовательским и менее репродуктивным. Например, изменение угла наклона плоскости сечения или масштаба объекта позволяет учащимся самостоятельно устанавливать зависимости между геометрическими величинами и проверять свои предположения в реальном времени.

Современные технологии виртуальной и дополненной реальности расширяют спектр доступных объектов для изучения. Учащиеся могут исследовать исторические памятники архитектуры, находящиеся в других городах или странах, анализировать сложные инженерные конструкции, а также работать с абстрактными геометрическими телами, которые невозможно создать в материальном виде. Дополненная реальность позволяет накладывать геометрические элементы (оси симметрии, координатные оси, сетки) непосредственно на изображение реального объекта, полученное с помощью камеры смартфона или планшета, что усиливает связь между чувственным восприятием и математической моделью.

Смешанный формат сочетает натурное наблюдение с цифровой обработкой данных. Учащиеся измеряют объекты на местности, фиксируют результаты в мобильных приложениях, строят трёхмерные модели или чертежи, сравнивают реальные пропорции с идеальными геометрическими формами. Такой подход развивает не только пространственное мышление, но и умение переходить от реального объекта к его математической модели и обратно. Кроме того, смешанный формат позволяет организовать работу даже в условиях ограниченного доступа к значимым архитектурным или природным объектам, дополняя реальное наблюдение виртуальными материалами. Типичный сценарий смешанной экскурсии включает несколько этапов: полевое измерение и фотофиксация объекта, загрузка данных в цифровое приложение, построение 3D-модели, наложение геометрических конструкций и последующее сравнение реальных и идеальных параметров. Такой цикл деятельности обеспечивает многократный переход между чувственным и рациональным уровнями познания.

Важным преимуществом смешанного формата является возможность организации дифференцированной работы. Учащиеся с разным уровнем пространственного мышления могут выполнять задания различной сложности: от простого измерения и построения чертежа до создания интерактивных моделей и проверки сложных гипотез. Цифровые инструменты позволяют сохранять все этапы работы, что создаёт условия для последующей рефлексии и повторного обращения к материалу.

Теоретически виртуальные и смешанные экскурсии реализуют принцип единства чувственного и рационального в познании (по С.Л. Рубинштейну) и соответствуют положениям теории поэтапного формирования умственных действий (П.Я. Гальперин), поскольку обеспечивают переход от материализованных действий с объектами к умственным операциям с их образами [2; 4]. Цифровые инструменты в данном случае выступают как современная форма материализованной опоры, которая постепенно «свёртывается» в умственные действия. На первом этапе учащиеся выполняют действия с реальными или виртуальными объектами (измерение, перемещение, сечение), на втором – оперируют их цифровыми моделями, на третьем – переходят к мысленному преобразованию образов без внешней опоры. Такая поэтапность делает процесс формирования геометрических представлений более управляемым и эффективным.

Таким образом, виртуальные и смешанные форматы экскурсий значительно расширяют дидактический потенциал математических экскурсий. Они позволяют преодолеть пространственные и временные ограничения традиционных форм работы, обеспечивают высокий уровень интерактивности и исследовательской активности учащихся, а также создают условия для осознанного перехода от чувственного опыта к абстрактным геометрическим представлениям. При правильной методической организации эти форматы становятся мощным средством развития пространственного мышления на пропедевтическом этапе обучения геометрии.

4. Теоретическая модель организации математических экскурсий.

На основе проведённого анализа может быть предложена теоретическая модель организации математических экскурсий, направленных на формирование геометрических представлений. Модель включает четыре взаимосвязанных компонента.

Целевой компонент – формирование системы геометрических представлений (о формах, отношениях, преобразованиях, измерениях) и развитие пространственного мышления учащихся 5–7 классов. Цель конкретизируется в системе задач, связанных с развитием полноты, обобщённости, динамичности и оперативности геометрических образов.

Содержательный компонент – отбор геометрического материала окружающей среды в соответствии с темами курса «Наглядная геометрия» и уровнем подготовки класса; определение ключевых понятий и отношений, которые должны быть «увидены» и осмыслены. Содержание экскурсии должно быть жёстко связано с текущей темой курса, чтобы избежать разрыва между наблюдением и последующей учебной работой.

Процессуальный компонент – трёхэтапная структура (подготовка, проведение, рефлексия и закрепление); сочетание натуральных, виртуальных и смешанных форматов; использование цифровых инструментов для измерения, моделирования и визуализации; организация индивидуальной и групповой исследовательской деятельности. На этапе подготовки важно актуализировать необходимые представления и сформулировать исследовательские вопросы; на этапе проведения – обеспечить максимальную активность учащихся; на этапе рефлексии – организовать фиксацию и осмысление полученных образов.

Результативный компонент – критерии и показатели сформированности геометрических представлений (полнота, обобщённость, динамичность, оперативность образов); способы диагностики (практические задания, работа с моделями, описание объектов, решение задач на воображение). Диагностика должна носить не только констатирующий, но и формирующий характер, позволяя корректировать дальнейшую работу.

Методологической базой исследования выступили системный и деятельностный подходы, а также теория поэтапного формирования умственных действий. Ведущим методом явился теоретический анализ психолого-педагогической и методической литературы, систематизация и моделирование. Исследование носит теоретический характер; эмпирическая апробация модели составляет перспективу дальнейшей работы. Системный подход позволил рассмотреть экскурсию как целостную педагогическую систему, а деятельностный – подчеркнуть активную роль учащегося в построении геометрических образов.

Заключение.

Математические экскурсии в условиях цифровизации представляют собой эффективное средство формирования геометрических представлений учащихся 5–7 классов. Они обеспечивают переход от чувственного восприятия реальных объектов к построению обобщённых и динамических геометрических образов, что создаёт необходимую основу для успешного изучения систематического курса геометрии. Именно этот переход от конкретного к обобщённому является ключевым условием преодоления формализма в геометрических знаниях.

Виртуальные и смешанные форматы экскурсий значительно расширяют дидактические возможности метода, позволяя работать с недоступными в реальности объектами и организовывать активную моделирующую деятельность. Предложенная теоретическая модель, включающая целевой, содержательный, процессуальный и результативный компоненты, может служить основой для проектирования конкретных экскурсий в практике работы учителя математики. Модель обладает достаточной гибкостью, чтобы адаптироваться к различным условиям образовательных организаций и уровню оснащённости цифровой техникой.

Достигнутые результаты соответствуют поставленной цели: теоретически обоснованы возможности математических экскурсий и разработана модель их организации. Рекомендуется использовать модель при планировании внеурочной деятельности, интеграции с курсом «Наглядная геометрия» и применении цифровых инструментов (GeoGebra, мобильные приложения для 3D-моделирования,

системы виртуальной реальности). Перспективы дальнейших исследований связаны с экспериментальной проверкой эффективности модели, разработкой конкретных сценариев экскурсий по темам курса и изучением влияния различных цифровых инструментов на качество формируемых геометрических представлений. Особый интерес представляет сравнительное исследование эффективности натуральных, виртуальных и смешанных форматов экскурсий, а также выявление оптимальных сочетаний цифровых инструментов для разных тем курса «Наглядная геометрия».

Список литературы

1. Александров, А. Д. О геометрии в школе / А. Д. Александров // Математика в школе. – 1980. – № 3. – С. 56–62.
2. Гальперин, П. Я. Введение в психологию : учеб. пособие / П. Я. Гальперин. – Москва : Университет, 1999. – 332 с.
3. Ерганжиева, Л. Н. Наглядная геометрия. 5–6 классы : учеб. пособие / Л. Н. Ерганжиева, И. Ф. Шарыгин. – Москва : МЦНМО, 2018. – 192 с.
4. Рубинштейн, С. Л. Основы общей психологии / С. Л. Рубинштейн. – Санкт-Петербург : Питер, 2002. – 720 с.
5. Фридман, Л. М. Теоретические основы методики обучения математике : учебно-методическая литература / Л. М. Фридман, Л. М. Фридман. – Москва : URSS, 2009. – 244 с.
6. Шарыгин, И. Ф. Рассуждения о концепции школьной геометрии / И. Ф. Шарыгин. – Москва : МЦНМО, 2000. – 56 с.
7. Якиманская, И. С. Развитие пространственного мышления школьников / И. С. Якиманская. – Москва : Педагогика, 1980. – 240 с.
8. Якиманская, И. С. Психологические основы математического образования : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности 050201 (032100) «Математика» / И. С. Якиманская, И. С. Якиманская. – Москва : Академия, 2004.
9. Hoffer, A. Geometry is more than proof / A. Hoffer // Mathematics Teacher. – 1981. – Vol. 74, No. 1. – P. 11–18.

10. Laborde, C. Integration of Technology in the Design of Geometry Tasks with Cabri-Geometry / C. Laborde // International Journal of Computers for Mathematical Learning. – 2002. – Vol. 6, No. 3. – P. 283–317.

11. Hohenwarter, M. Ways of linking geometry and algebra: the case of GeoGebra / M. Hohenwarter, K. Jones // Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics. – 2007. – Vol. 27, No. 3. – P. 126–131.

12. Laborde, C. Integration of technology in the design of geometry tasks with Cabri-Geometry / C. Laborde // International Journal of Computers for Mathematical Learning. – 2002. – Vol. 6. – P. 283–317.

Золотухина Дарья Юрьевна – магистрант, факультет математики, физики и информатики, ФГБОУ ВО «Самарский государственный социально-педагогический университет», Самара, Россия.

Иванюк Мария Евгеньевна – канд. пед. наук, доцент кафедры Высшей математики и методики обучения математике, ФГБОУ ВО «Самарский государственный социально-педагогический университет», Самара, Россия.
