

**Афанасьев Михаил Юрьевич**

д-р экон. наук, заведующий лабораторией

**Руденко Виктория Алексеевна**

канд. экон. наук, научный сотрудник

ФГБУН «Центральный экономико-

математический институт РАН»

г. Москва

DOI 10.31483/r-11267

## **ВЛИЯНИЕ НАЛИЧИЯ ФАКТОРОВ ЭФФЕКТИВНОСТИ НА ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ РЕГИОНОВ РФ В РАСШИРЕННОМ КЛАССЕ МОДЕЛЕЙ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ГРАНИЦЫ**

*Аннотация: на сегодняшний день аппарат копула-функций является широко примененным инструментом для построения моделей стохастической производственной функции с учетом возможной зависимости компонент ошибки. Тем не менее его применение является достаточно трудоемким. В данной работе приведены примеры тех случаев, когда при анализе реальных данных можно считать случайные составляющие ошибки независимыми. Так, на примере анализа регионов РФ показано, что наличие значимых факторов эффективности в модели стохастической границы позволяет не использовать аппарат копула-функций для получения корректных оценок технической эффективности.*

**Ключевые слова:** техническая эффективность, копулы, стохастическая граница.

В работе [1] с помощью смоделированных данных было доказано, что принятие предпосылки о независимости в случае наличия сильной корреляции компонент ошибки может привести к получению некорректных оценок технической эффективности. Кроме того, в [2] представлены результаты, описывающие влияние величины корреляции компонент ошибки на согласованность оценок технической эффективности с ее истинными значениями. В соответствии с ними

можно сделать вывод о том, что при слабой зависимости случайных составляющих  $V_i$  и  $U_i$  использование аппарата копула-функций позволяет лишь немногого расширить диапазон значений оценок технической эффективности и увеличить правдоподобие модели, практически не изменяя согласованность полученных оценок с истинными значениями. Приведенное замечание является существенным, так как в современных работах, посвященных исследованию реальных данных, использование копул указывает на невысокие показатели корреляции компонент ошибки и, в большинстве случаев, незначительно увеличивает правдоподобие модели.

Аналогичным образом, может приводить к расширению диапазона значений эффективности и увеличению правдоподобия модели наличие значимых факторов эффективности. Исследования, проведенные на смоделированных данных, свидетельствуют о том, что при выявлении значимых факторов эффективности компоненты ошибки  $V_i$  и  $U_i$  можно считать некоррелированными [3], в связи с чем в этом случае отпадает необходимость использования копул.

Исходя из данных выше замечаний, для анализа эффективности регионов РФ рассмотрим модель производственной функции вида

$$R_i = \beta_0 \cdot K_i^{\beta_1} \cdot L_i^{\beta_2} \cdot e^{V_i - U_i},$$

где  $R_i$  – ВРП  $i$ -ого региона,  $K_i$  – стоимость основных фондов  $i$ -ого региона (на конец года, в млн. руб.),  $L_i$  – численность его экономически активного населения (в тыс. человек),  $n$  - число анализируемых субъектов РФ.

Случайная величина  $V_i$  подчиняется  $(0; \sigma_v^2)$ -нормальному распределению, а случайная величина  $U_i$  имеет усеченное в нуле нормальное распределение  $N^+(\mu(\bar{z}_i), \sigma_U^2)$ . В случае наличия информации о факторах эффективности математическое ожидание компоненты  $U_i$  может быть представлена в виде их линейной комбинации, т.е.  $\mu(\bar{z}_i) = \delta_0 + \delta_1 \cdot z_i^{(1)} + \dots + \delta_k \cdot z_i^{(k)}$ . Кроме того, возможная зависимость случайных величин  $V_i$  и  $U_i$  описывается с помощью аппарата копула-функций.

В исследовании рассматривались данные за 2013 год, которые можно найти на сайте Росстата [7]. В соответствии с методикой, предложенной в [4], совокупность всех регионов РФ была разделена на 5 групп: базовую группу с равномерно развитой отраслевой структурой; группу добывающих регионов; группу обрабатывающих регионов; группу сельскохозяйственных регионов; группу развивающихся сельскохозяйственных регионов. Для каждой из групп в качестве факторов эффективности рассматривались три характеристики [4]:  $F1$  – доля инновационно-активных предприятий в общем числе предприятий региона (в процентах),  $F2$  – число персональных компьютеров с доступом в интернет на 100 работников,  $F3$  – численность персонала, занятого научными исследованиями (на 100 тыс. населения). Возможная зависимость компонент  $V_i$  и  $U_i$  описывалась с помощью нормальной копулы и копулы Франка [5]. Ниже в качестве примера приведена цепочка рассуждений, соответствующая разработанной схеме спецификации в расширенном классе моделей стохастической границы, но без учета интеллектуального капитала как основного фактора (см [2],[6]). С ее помощью получены оценки эффективности в группе обрабатывающих регионов в 2013 году.

$$\left\{ M_4; M_4^+; H_{4.1}^-; H_{4.2}^+; H_{4.2}^+; \text{ИНФ}(z^3); \Pi\Phi; \Pi\Phi^+; M_4; M_4^+; H_{4.1}^-; H_{4.2}^+; H_{4.2}^-; M_3; M_3^+; H_{3.1}^-; H_{3.1}^-; \right. \\ \left. H_{3.2}^+; H_{3.2}^+; \text{ИНФ}(z^3); M_3; M_3^+; H_{3.1}^-; H_{3.1}^-; H_{3.2}^+; H_{3.2}^-; H(3,4); H^-(3,4); \hat{M}_4 \right\}$$

Итоговой моделью является  $M_4$ . В связи с наличием двух значимых факторов эффективности ( $F1$  и  $F2$ ) гипотеза об отсутствии неэффективности отвергается, случайные составляющие ошибки можно считать независимыми и применение копул не требуется.

Аналогичные результаты были получены при рассмотрении других групп регионов в 2012–2014 годы. При этом для каждой группы были значимы свои наборы факторов эффективности (например, в 2013 году в рассматриваемой группе значимы первый и второй факторы, в сельскохозяйственной группе – второй и третий факторы, а в группе добывающих регионов – никакие). Важно отметить, что ни в одной из итоговых моделей не понадобилось применение

копула-функций. Это могло быть вызвано хорошим подбором факторов эффективности, наличием достаточно полной информации о них, а также отсутствием эффекта мультиколлинеарности с основными факторами производства.

### *Выводы*

1. При анализе эффективности регионов РФ в случае наличия информации о факторах эффективности и подтверждения их значимости в модели стохастической границы можно считать случайные компоненты ошибки независимыми и не использовать аппарат копула-функций. Это позволит наиболее полно описать неэффективность рассматриваемых регионов и, при необходимости, предложить соответствующие управленческие решения для ее снижения.

2. В ситуациях, когда информация о факторах эффективности отсутствует или все имеющиеся факторы оказались незначимы, следует ввести в рассмотрение несколько видов копул, выбор которых зависит от целей исследования. За счет введения дополнительного параметра копулы можно расширить диапазон оценок технической эффективности даже при подтверждении гипотезы об отсутствии неэффективности в классических моделях стохастической границы.

3. При отсутствии значимых факторов эффективности во избежание получения некорректных оценок технической эффективности необходимо использовать аппарат копула-функций, если значение тестовой статистики критерия разности логарифмов правдоподобий классических моделей и моделей с копулами выше критического уровня. В тех случаях, когда тестовая статистика несущественно ниже критического значения, следует рассмотреть дополнительные виды копул, выбор которых должен быть обусловлен целями исследования.

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №17-02-00272 А.*

### *Список литературы*

1. Айвазян С.А. Исследование зависимости случайных составляющих остатков в модели стохастической границы / С.А. Айвазян, М.Ю. Афанасьев, В.А. Руденко // Прикладная эконометрика. – 2014. – №2(34). – С. 3–18.

2. Rudenko V.A. Specification of a stochastic production function model in the extended class of stochastic frontier models / V.A. Rudenko, S.A. Aivazyan, M.Y. Afanasyev // Modeling of artificial Intelligence. – Vol. 4. – №1. – P. 21–28.
3. Rudenko V.A. An impact of efficiency factors on dependence between error components in the stochastic production function model // Материалы XIII международной научно-практической конференции «Наука в современном информационном обществе» (North Charleston, USA, 3–4 октября 2017 г.). Т. 3. – С. 101–103.
4. Айвазян С.А. Модели производственного потенциала и оценки технологической эффективности регионов РФ с учетом структуры производства / С.А. Айвазян, М.Ю. Афанасьев, А.В. Кудров // Экономика и математические методы. – 2016. – №1 (52). – С. 28–44.
5. Благовещенский Ю.Н. Основные элементы теории копул // Прикладная эконометрика. –2012. – №2 (26). – С. 113–130.
6. Айвазян С.А. Некоторые вопросы спецификации трехфакторных моделей производственного потенциала компаний, учитывающих интеллектуальный капитал / С.А. Айвазян, М.Ю. Афанасьев, В.А. Руденко // Прикладная эконометрика. – 2012. – №3 (27). – С. 36–69.
7. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc\\_1138623506156](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc_1138623506156)