Магамедова Асет Зайнаевна

старший преподаватель

ФГБОУ ВО «Чеченский государственный

педагогический университет»

г. Грозный, Чеченская Республика

DOI 10.31483/r-86134

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧИ РАСПОЗНАВАНИЯ ИЗОМОРФИЗМА ГРАФОВ

Аннотация*: изоморфизм графов является важной проблемой информатики. В статье рассмотрена информация по описанию алгоритмов для определения изоморфизма графов. Исследования по данной теме являются актуальными в настоящее время. Кроме того, в работе приводятся и некоторые определения по теории графов перед рассмотрением алгоритмов распознавания изоморфизма.*

Ключевые слова*: графы, изоморфизм, задача распознавания изоморфизма, алгоритм Ласло Бабая, алгоритм помеченных графов.*

Разработке и исследованию методов и алгоритмов распознавания изоморфизма графов посвящено много работ, носящих как теоретический, так и прикладной характер. Алгоритмы распознавания изоморфизма и изоморфного вложения графов необходимы при решении многих прикладных задач. Например, в медицине, когда требуется выявление злокачественных клеток на изображении; в химии – при определения того, являются ли пары графов, представляющих химические соединения, изоморфными или нет; в физике – при работе с методом обнаружения изоморфизмов между парами кинематических цепей; в интернет-технологиях – для нахождения оптимальной маршрутизации сообщений в многоступенчатых межсетевых сетях. Помимо того, что изоморфизм графов полезен во многих приложениях, он имеет большое теоретическое значение, особенно в области теории NP-полноты.

В теории графов известны три типа графов: ориентированные, неориентированные и смешанные. Рассмотрим без приведения математических формул перечень некоторых понятий в данной области. Итак, ориентированные графы сокращенно называют орграфами. Маршрутом графа называется чередующаяся последовательность вершин и ребер графа, причем количество ребер – это есть длина маршрута. Если у маршрута все ребра различны, то мы имеем дело с цепью. В том случаи, если у данной цепи начало и конец совпадают, то получаем цикл. Цикл будет простым, если у него все ребра различны. Путь в теории графов – это тот же цикл, у которого различны начальная и конечная вершины. Граф без циклов называется ациклическим и лесом. Можно добавим, что граф, в котором каждая пара различных вершин смежная называется полным, а граф, для которого, каждая вершина имеет одинаковое количество соседей (все вершины имеют одну и туже степень) – регулярным.

Кроме того, в этой области применяются такие важные понятия как связность, инцидентность и изоморфизм. Ознакомимся с данными понятиями. Граф называется связным, если между двумя вершинами графа существует путь. Две его вершины называются инцидентными, если у них имеется общее ребро. И наконец, два графа называются изоморфными, если между их множествами вершин существует взаимно-однозначное соответствие, сохраняющее инцидентность ребер.

Задачу изоморфизма графов сформулируем следующим образом: можно ли простым передвижением вершин трансформировать один граф в другой, сохраняя связи между вершинами. Данная задача, несмотря на простую формулировку относится к сложным задачам, так как даже маленькие графы могут принимать множество разнообразных форм.

Математик Ласло Бабай из Чикагского университета работал над задачей изоморфизма графов в течение 40 лет и представил алгоритм в статье, которая была опубликована 11 декабря 2015 года. Однако самой статьи в свободном доступе до сих пор нет, только описание его работы другими авторами. По данному алгоритму, из первого графа, случайным образом выбирают несколько вершин и закрашивают их в разные цвета. Во втором графе выбираются вершины, соответствующие вершинам первого объекта, и проводится закрашивание. В итоге после первоначального выбора алгоритм окрашивает на обоих графах изоморфные вершины, соседствующие с первоначально выбранными, в другие цвета.

Существует и другой известный алгоритм распознавания изоморфизма графов. Авторство в разработке данного алгоритма принадлежит ученым М. Абдулрахим и М. Мисра. Ученые имеют дело с помеченными графами (к узлам графов прикреплены метки), поэтому называют проблему «Изоморфизм помеченных графов». Представленный алгоритм состоит из нескольких фаз. На нулевой фазе вычисляются степени узлов и создаются новые метки для использования на следующих двух этапах. Используются два вида меток: первые – для обозначения исходных меток, и вторые – для обозначения меток, созданных на этапе предварительной обработки. На следующей фазе на двух графиках строятся ссылки между всеми парами узлов, которые имеют идентичные новые метки. На последней, доминирующей, фазе предпринимается попытка устранить неоднозначности, которые могли возникнуть в результате построения канала связи. Цель этого этапа состоит в том, чтобы попытаться решить, является ли взаимно-однозначное сопоставление между узлами в первом графе узлами во втором графе.

Приведем пример применения алгоритма распознавания изоморфизма для двух заданных графов (см. рис. 1).

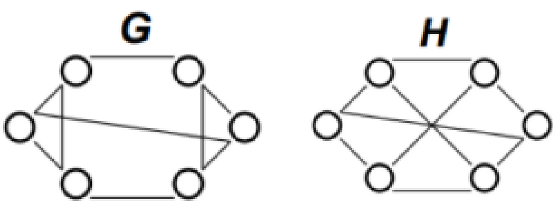

Рис. 1. Исходные графы

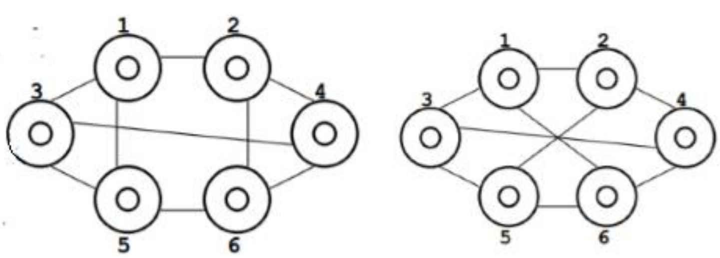

Рис. 2. Графики после предварительной обработки, с новыми метки, включающими информацию о соседях

Имеем первую и вторую фазы для графов G и H. Первая фаза – это добавление ссылок. Ссылки строятся между всеми парами узлов. Каждый узел в G связан с каждым узлом в H фазой построения канала.

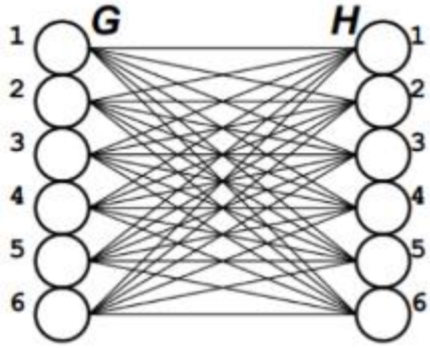

Рис. 3. Добавление ссылок

Позже все ссылки разъединяются после фазы разрешения неоднозначности (фаза 2), поскольку графики не являются изоморфными.

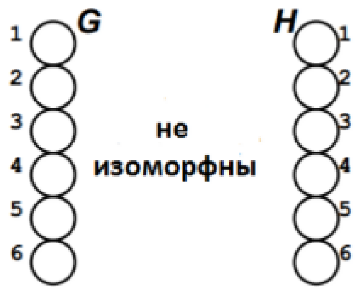

Рис. 4. Разрешение неоднозначности

Так как фаза построения ссылки алгоритма создала отношение «многие ко многим», то могут быть неоднозначности. Если фаза построения связей приводит к взаимно-однозначному отображению, можно заявить о существовании изоморфизма между двумя графами.

В статье представлены два известных алгоритма распознавания изоморфизма графов, используемых при решении задачи. Данная задача имеет широкое практическое применение и является важной проблемой в теории сложности алгоритмов. Безусловно, есть и другие алгоритмы. Однако рассмотренный материал может быть применен в качестве ознакомительного материала по данной теме.

Список литературы

1. Алексеев В. Основы дискретной математики. Теория графов: практикум / В. Алексеев, Д.В. Калитин, О.С. Калитина. – М.: Издательский Дом МИСиС, [Электронный ресурс]. – Режим доступа: iprbookshop.ru

2. Андерсон Дж.А. Дискретная математика и комбинаторика / Дж.А. Андерсон. – М., 2004. – 960 с.

3. Балюкевич Э.Л. Дискретная математика: учебное пособие / Э.Л. Балюкевич, Л.Ф. Ковалева, А.Н. Романников. – М.: Евразийский открытый институт, 2012 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: iprbookshop.ru

4. Клашанов Ф.К. Дискретная математика. Ч. 1: Основы теории множеств и комбинаторика: учебное пособие / Ф.К. Клашанов. – М.: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2010. – 112 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/16394.html