

Т.Г. ФЕДОРОВА

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ, ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ И ЗАКРИТИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С СЫПУЧИМ ЗАПОЛНИТЕЛЕМ ПРИ ИЗГИБЕ

МОНОГРАФИЯ



Чебоксары 2018

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова»

Т.Г. ФЕДОРОВА

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-
ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ
УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО
ДЕФОРМИРОВАНИЯ, ПОТЕРИ
УСТОЙЧИВОСТИ И ЗАКРИТИЧЕСКОГО
ПОВЕДЕНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ
ОБОЛОЧЕК С СЫПУЧИМ
ЗАПОЛНИТЕЛЕМ ПРИ ИЗГИБЕ**

Монография

Чебоксары 2018

УДК 531
ББК 38.112
Ф33

Рецензенты:

Макимова Людмила Анатольевна, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры строительного производства Чебоксарского института (филиала) ФГБОУ ВО «Московский политехнический университет»

Алатырев Сергей Сергеевич, д-р техн. наук, профессор кафедры транспортно-технологических машин и комплексов ФГБОУ ВО «Чувашская государственная сельскохозяйственная академия»

Научный редактор:

Петров Михаил Васильевич, д-р техн. наук, профессор кафедры строительных конструкций ФГБОУ ВО «Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова»

Федорова, Т. Г.

Ф33 Экспериментально-теоретическое исследование упругопластического деформирования, потери устойчивости и закритического поведения цилиндрических оболочек с сыпучим заполнителем при изгибе : монография / Т. Г. Федорова. – Чебоксары: ИД «Среда», 2018. – 184 с.

ISBN 978-5-6041988-1-0

В монографии изложены разработанные и экспериментально обоснованные вычислительные модели, представлен численный анализ нелинейного деформирования, потери устойчивости и закритического поведения оболочечных конструкций большегабаритных цистерн для транспортировки сыпучих материалов при изгибе.

Книга предназначена для научных работников, преподавателей, аспирантов и студентов высших учебных заведений, специализирующихся в области механики деформируемого твердого тела.

Монография выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-38-60051 мол_а_дк.

ISBN 978-5-6041988-1-0

DOI 10.31483/a-38

DOI 10.31483/r-21919

© Т.Г. Федорова, 2018

© ИД «Среда», 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	5
Глава 1. Состояние вопроса.....	6
1.1. Методы и результаты экспериментальных исследований устойчивости цилиндрических оболочек при изгибе	6
1.2. Методы и результаты теоретического исследования устойчивости цилиндрических оболочек при изгибе	14
1.2.1. Аналитические методы оценки устойчивости оболочек при изгибе	14
1.2.2. Численный анализ устойчивости цилиндрических оболочек при изгибе.....	19
Глава 2. Экспериментальное исследование устойчивости замкнутых оболочек вращения с наполнителем при изгибе.....	28
2.1. Экспериментальные установки и методика анализа устойчивости заполненной сыпучим материалом замкнутой оболочки вращения при изгибе.....	28
2.2. Квазистатический изгиб консольно-закрепленных тонкостенных цилиндрических оболочек с наполнителем	46
2.3. Изгиб цилиндрических оболочек с наполнителем, свободно опертых по концам на две опоры при нагружении собственным весом и перерезывающими силами.....	64
2.4. Влияние несовершенств геометрии тонкостенных цилиндрических оболочек, заполненных сыпучим материалом.	79
2.5. Влияние заполнения тонкостенных оболочек различными сыпучими материалами на устойчивость при изгибе	85
2.6. Критическое напряжение в тонкостенных цилиндрических оболочках при изгибе, заполненных сыпучим материалом.....	86
2.7. Влияние геометрических параметров на устойчивость тонкостенных цилиндрических оболочек, заполненных сыпучим материалом, при изгибе поперечной силой	88
Глава 3. Теоретическое исследование устойчивости упругопластических цилиндрических оболочек при изгибе	96
3.1. Математическая модель и метод расчета процессов деформирования, потери устойчивости и закритического поведения оболочечных конструкций с наполнителем в трехмерной геометрически и физически нелинейной постановке.....	96
3.2. Анализ устойчивости консольно защемленных оболочек вращения с наполнителем при изгибе	106
3.3. Анализ устойчивости свободно опертых цилиндрических оболочек с наполнителем при изгибе под действием собственного веса и перерезывающих сил	111

3.4. Влияние аппроксимации диаграммы деформирования на критические нагрузки при поперечном изгибе цилиндрической оболочки ...	116
Глава 4. Численное исследование упругопластического деформирования, потери устойчивости и закритического поведения большегабаритных цистерн для транспортировки сыпучих материалов .	128
4.1. Определение критической весовой нагрузки, приводящей к потере устойчивости цилиндрической обечайки цистерны.....	130
4.2. Анализ влияния заполнителя и внутреннего давления на величину критической нагрузки.....	135
4.3. Исследование выпучивания торцевой полусферического днища и его влияния на устойчивость цистерны.....	140
4.4. Анализ влияния длины цистерны для транспортировки сыпучих материалов на критическую нагрузку при изгибе	142
4.5. Способ приближенного расчета на устойчивость при поперечном изгибе тонкостенных цилиндрических оболочек средней длины, заполненных сыпучим материалом.....	148
Заключение.....	162
Список литературы.....	163

ВВЕДЕНИЕ

Развитие автомобильных перевозок сыпучих материалов, обладающих малой плотностью (цемент, мука, зерно и т. д.), требует совершенствования конструкций полуприцепов-цистерн, которые должны стать надежным средством для транспортировки бестарных грузов по дорогам 1–3 категорий условий эксплуатации. Для повышения эффективности перевозки сыпучих материалов автомобильная промышленность стремится освоить производство опрокидываемых при разгрузке тонкостенных большегабаритных цистерн, представляющих собой комбинацию цилиндрической и полусферических оболочек в стальном или алюминиевом исполнении. Конструкция цистерны должна быть безопасной в эксплуатации, экономичной и по возможности обладать минимальной трудоемкостью в изготовлении.

Планируемый рост объемов транспортировки сыпучих материалов требует увеличения габаритов автоцистерн с соблюдением условия максимальной грузоподъемности при минимальной металлоемкости. При рациональном выборе геометрических параметров цистерны одной из главных задач является расчет конструкции на устойчивость. В настоящее время данная проблема до конца не изучена. Большое влияние на величину критической нагрузки играют возмущающие факторы, такие как начальные несовершенства формы оболочки, условий нагружения и т. д., которые трудно поддаются учету. Этим обусловлена актуальность темы исследований.

Для исследования устойчивости замкнутой тонкостенной цилиндрической оболочки, заполненной сыпучим материалом, при изгибе необходимы разработка и верификация на экспериментальных данных математической модели, алгоритма решения и программного обеспечения, которые будут соответствовать современному уровню компьютерного моделирования.

Публикуя эту книгу, автор выражает глубокую благодарность Заслуженному деятелю науки РФ, д.ф.-м.н., проф. В.Г. Баженову, д.ф.-м.н., проф. А.И. Кибцу за консультации в процессе выполнения работы. Выражает особую благодарность за вдохновляющие идеи, наставления и поддержку доктору технических наук, профессору Михаилу Васильевичу Петрову, ставшему научным редактором настоящей монографии. Самая большая признательность за участие и понимание – моей сестре Надежде и моим родителям Георгию Леонидовичу и Дине Николаевне Федоровым, которым и посвящается эта книга.

ГЛАВА 1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА

1.1. МЕТОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ УСТОЙЧИВОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ИЗГИБЕ

Экспериментальные исследования играют значительную роль в изучении проблем потери устойчивости тонкостенных цилиндрических оболочек.

Первые эксперименты предшествовали теоретическим исследованиям и имели качественный характер. В процессе проведения экспериментальных исследований изучалась качественная сторона потери устойчивости и закритического поведения оболочек. Экспериментальные и теоретические исследования тонких оболочек начали проводиться с 20-х годов XIX века. Первые эксперименты по потери устойчивости при действии внешнего давления выполнялись в 1858 году W. Fairbairn [147]. На осевое сжатие в 1908 году оболочки испытывали W.E. Lilly [156] и A. Mallock [159]. Полученные в результате экспериментов критические нагрузки оказались намного ниже классических значений, определяемых теоретическим путем. Дальнейшие исследования были направлены на поиск причин расхождений теории и эксперимента. Выделим следующие основные причины: использование идеальной расчетной модели (совершенная форма оболочек, упругий материал, идеальное закрепление) и отсутствие качественно выполненных экспериментов (неравномерность распределения нагрузки, местные дефекты образцов, овальность оболочек, некачественное закрепление образцов).

В период 1930–1935 гг. наблюдается рост экспериментально-исследовательских работ по оболочкам. R.V. Rhode [163] провел испытания бумажных цилиндров на сжатие, сдвиг и изгиб. Результаты исследований позволили ему обнаружить основные явления, происходящие при деформировании. Позже E.E. Lundquist [157] выполнил ряд испытаний цилиндрических оболочек при различных способах нагружения.

Для исследований применяли образцы из майларовой полистероидной пленки. Преимущество данного материала в том, что образцы могут многократно терять устойчивость без снижения критической нагрузки, что невозможно при стальных образцах, у которых при первоначальной потери устойчивости появляются пластические деформации.

В сороковые года XX века появились экспериментальные исследования, подтверждающие основные положения теории устойчивости. Вы-

полнялись эксперименты по проверке линейных и нелинейных теоретических решений. Обзор методов и результатов экспериментальных исследований приведен в работах А.С. Вольмира [32; 33], Э.И. Григолоука [46; 47], В.С. Гудрамовича [49]. Стоит отметить, что большая часть экспериментов проводилась на сжатие цилиндрических оболочек, и незначительная часть – на изгиб поперечной силой.

Масштабные экспериментальные исследования тонких оболочек с целью установления характера поведения оболочек при потере устойчивости начались с 1960 г. J. Arbocz, C.D. Vavcock [140] развили методику проведения экспериментальных работ, по которой не ограничивались анализом только данных о критических нагрузках. Далее большую часть экспериментальных работ составляют исследования напряженно-деформированного состояния оболочек при осевом сжатии, при осевом сжатии в комбинации с внутренним давлением, при внешнем давлении, при действии поперечной силы [127; 172], при поперечной нагрузке в комбинации с внутренним давлением [138]. Экспериментальные исследования устойчивости цилиндрических оболочек при локальных воздействиях изложены в работах В.Г. Выборнова [35], В.И. Моссаковского [96], М.В. Никулина [104], Б.В. Нерубайло [101], Ю.Г. Коноплева [80]. В вышеуказанных работах была использована статистическая обработка экспериментальных данных, в результате чего установлены вероятностные свойства несущей способности. Имеется разброс в значениях полученных критических нагрузок, что объясняется наличием начальных несовершенств, неравномерностью распределения нагрузки [46]. Более подробно экспериментальные исследования на осевое сжатие, внешне давление, внутреннее давление приведены в работах Э.И. Григолоука [46].

В.Г. Выборновым [35] и Ю.Г. Коноплевым [80] исследовано рациональное подкрепление оболочек, при действии на них локальных нагрузок. Изучено действие сосредоточенной силы на цилиндрическую оболочку. М.В. Никулиным [104] исследована прочность цилиндрических оболочек при локальных нагрузках. Экспериментальное исследование деформированного состояния цилиндрических оболочек проводилось Н.И. Шепелевичем [133], Б.М. Штерном [136]. Из зарубежных исследований можно отметить работы Pauchard Ludovic [162], S.P. Sharma [165]. Консольные цилиндрические оболочки при изгибе поперечной силой с внутренним давлением исследовались А.А. Добряковым [51], М.А. Ильгамовым [61], В.М. Даревским [50], В.В. Кабановым [53; 67].

Экспериментальные исследования поведения оболочки при изгибе моментом изложены в работах [153; 157; 161; 166]. Установлено, что при потере устойчивости оболочек при изгибе моментом, появляются складки ромбовидной формы с уменьшением к зоне растягивающих напряжений.

До потери устойчивости происходит овализация поперечных сечений. Максимальная деформация зафиксирована в середине образца по длине.

В работе В.И. Моссаковского [96] рассматривается возможность перенесения результатов модельных исследований в натуру. В работе [96] представлены результаты испытаний и статистической обработки гладких цилиндрических оболочек при различных вариантах нагружений, в том числе при действии поперечной силы. Исследования проводились на моделях с геометрическими параметрами $R/\delta = 300$, $L/R = 2,5$, приемлемых для лабораторных исследований. Модели изготавливались из стали X18H9-Н. Закрепление краев оболочки осуществлялось при помощи специальных торцевых приспособлений, которые соединяли с оболочкой при помощи клея на основе эпоксидной смолы, что позволяло создавать жесткое крепление. Нагрузка прикладывалась к свободному краю оболочки. Образец испытывался до полного разрушения. Предельная нагрузка фиксировалась по манометру. Для каждого образца определялось наличие начальных несовершенств.

При нагружении консольно-закрепленной оболочки поперечной силой потеря устойчивости сопровождалась хлопком с образованием характерных ориентированных под углом к оси оболочки различных по длине вмятин. В зоне сжатия у защемленного торца образовывались короткие вмятины от нормальных напряжений. Формы потери устойчивости образцов в экспериментах В.И. Моссаковского представлены на рис. 1.1.1.

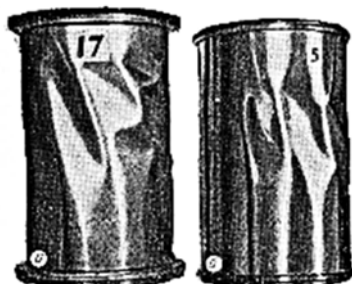


Рис. 1.1.1. Характерные формы волнообразования оболочек при действии поперечной силы: а) толщина образца $h = 0,20$ мм, диаметр $D = 114$ мм; б) толщина образца $h = 0,35$ мм, диаметр $D = 200$ мм

Точность полученных результатов В.И. Моссаковский оценивал путем определения доверительных границ. Составлялась гистограмма и теоретическая кривая для параметра несущей способности оболочек, а также выводилась зависимость основных статистических оценок несущей способности от масштаба оболочек при действии поперечной силы. По результатам обработки экспериментов В.И. Моссаковский сделал вывод –

а) закон распределения параметра несущей способности близок к нормальному и б) среднее значение параметра отношения экспериментальной критической нагрузки к теоретической ($Q_{э}/Q_T$) почти не изменяется с увеличением размеров образцов.

По аналогичной методике автором были выполнены исследования образцов в случае совместного действия поперечной силы и внутреннего давления. Результаты обработки экспериментов выявили уменьшение относительного разброса несущей способности с увеличением размеров оболочки и слабую зависимость параметра ($Q_{э}/Q_T$) от масштаба оболочек. Стоит отметить, что В.И. Моссаковским не были выполнены исследования на действие поперечной силы при заполнении образцов сыпучими материалами.

В работе М.А. Ильгамова [61] приведены экспериментальные исследования устойчивости консольно закрепленной оболочки под действием поперечной силы и внутреннего давления. Исследования выполнены с целью проверки расчетных соотношений для определения поперечной критической нагрузки и определения влияния на значение этой нагрузки внутреннего давления. Испытывались образцы из листовой стали 1X18H9T и образцы из стальной трубы. При заданном избыточном давлении образцы нагружались постепенно ступенями поперечной нагрузкой, приложенной к свободному торцу. Нагрузка образцов осуществлялась до полного разрушения. М.А. Ильгамов установил, что на образцах, испытанных без внутреннего избыточного давления, при потере устойчивости образуются крупные формы вмятин, а при наличии внутреннего давления размеры вмятин значительно меньше. При дальнейшем нагружении оболочек с избыточным внутренним давлением волны сливаются и происходит образование сплошного полукольца в сжатой зоне. М.А. Ильгамов ввел поправочный коэффициент в выражение для определения критического значения изгибающего момента и определил выражение критического значения сжимающих напряжений при действии поперечной силы и внутреннего давления.

Автором изучена устойчивость консольно-закрепленной цилиндрической оболочки под действием поперечной силы, внутреннего давления и осевой силы. На рис. 1.1.2 приведены образцы после испытаний. Замечено, что оболочки до потери устойчивости находились в упругой зоне. Для оболочек, испытанных без внутреннего избыточного давления характерна резкая и более крупная форма волн, а наличие внутреннего давления способствует уменьшению размеров волн и к их упорядочиванию.

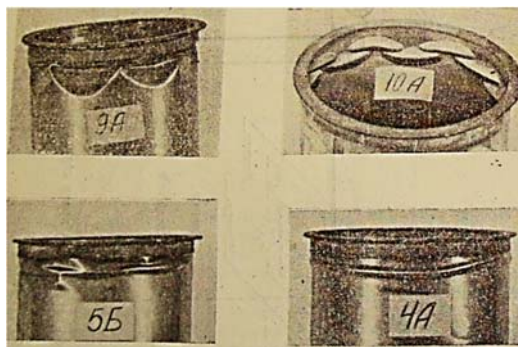


Рис. 1.1.2

Подобным исследованиям посвящена статья В.М. Даревского В.М. [50]. Им рассмотрена устойчивость консольной цилиндрической оболочки при изгибе поперечной силой с кручением и внутренним давлением. В.М. Даревским разработана приближенная методика оценки устойчивости оболочки, которая основана на замене неоднородного напряжено-деформированного состояния однородным. Аналогичный анализ устойчивости оболочки приведен А.А. Добряковым [51].

Консольно-закрепленные оболочки при изгибе испытывал Е.Е. Lundquist [158]. Определялись критические напряжения сдвига и напряжения при кручении. Минимальное из полученных значений в дальнейшем использовалось при построении кривой для комбинированной нагружения. Экспериментальные критические силы согласуются со значениями по формуле В.М. Даревского, приведенной в работе [50] для консольных цилиндрических оболочек при действии поперечной силы.

А.С. Вольмиром [32] изучен характер потери устойчивости цилиндрических консольно-закрепленных оболочек без наполнителя различной длины, нагруженных на свободном торце сосредоточенной поперечной силой. Так, при соотношении длины к радиусу $L/R > 4$, потеря устойчивости происходит в зоне действия максимальных сжимающих напряжений с образованием мелких вмятин, расположенных по полуокружности в один или два ряда в шахматном порядке. Для более коротких оболочек ($L/R < 2$) потеря устойчивости сопровождается резким хлопком с образованием длинных наклонных к оси цилиндрической оболочки вмятин в области нейтрального слоя под углом 25° (рис. 1.1.3). В данном случае происходит снижение устойчивости коротких оболочек за счет наличия больших касательных напряжений. При соотношении $L/R \approx 3$ потеря устойчивости происходит с образованием одного ряда впадин, вблизи заделки конца, где действуют максимальные касательные напряжения от приложенной на свободном торце поперечной силы. Образовавшиеся вмятины

незначительно наклонены под углом к образующей, т.е. увеличивается влияние поперечной силы на форму волнообразования.

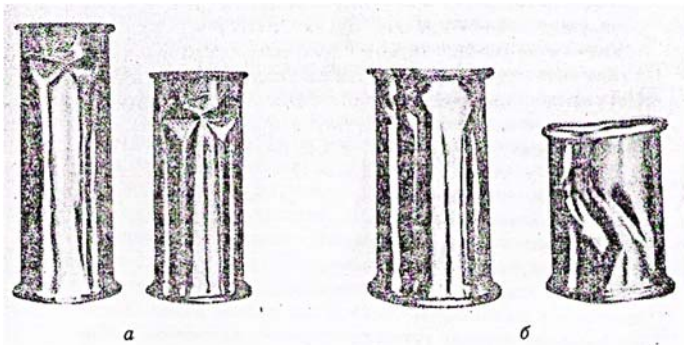


Рис. 1.1.3. Устойчивость цилиндрических оболочек при изгибе

В ранних экспериментальных исследованиях В.В. Кабанова [66–68] в качестве образцов использовались точеные дюралюминиевые оболочки различной длины. Рассматривался изгиб оболочек консольно-заделанных одним торцом и под действием поперечной силы, приложенной на свободный торец. По результатам исследований строилась диаграмма деформирования оболочки – зависимость поперечной силы и перемещение свободного края оболочки. Перемещение края оболочки замерялось в направлении действия поперечной силы. Автором получены значения верхней критической нагрузки $Q_в = 12,6 \text{ кг}$, значение нижней критической нагрузки $Q_н = 12,6 \text{ кг}$.

В работе [47] В.В. Кабанов приводит испытанные образцы (рис. 1.1.4). Образцы, изготовленные из дюралюминиевых оболочек, испытывались на изгиб поперечной силой. Установлено, что в докритической стадии прогибы пропорциональны силе, в закритической стадии имеют место различные равновесные формы.

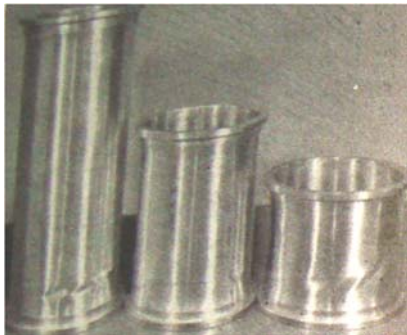


Рис. 1.1.4. Формы потери устойчивости оболочек при изгибе силой

В.В. Кабанов зафиксировал процесс потери устойчивости оболочки. Отмечено, что при верхней критической нагрузке образуются две косые вмятины на боковой поверхности. При дальнейшем нагружении образуются еще две вмятины на другой боковой поверхности. При разгрузке образцы вмятины исчезали и оболочка возвращалась в первоначальное недеформированное состояние. В.В. Кабановым установлено, что при изгибе цилиндрической оболочки поперечной силой в закритической стадии существуют различные равновесные формы. Короткие консольно-закрепленные оболочки теряют устойчивость по сдвиговой форме. При этом образуются косые вмятины по боковым поверхностям. Длинные оболочки теряют устойчивость у заделки с образованием ромбовидных вмятин. При разгрузке образца происходит смена равновесных форм, сопровождающаяся выхлопом с незначительным возрастанием нагрузки.

В более поздних работах В.В. Кабанова, Л.П. Железнова и Д.В. Бойко [22; 23; 53; 54] исследовались задачи потери устойчивости тонкостенных цилиндрических оболочек эллиптического сечения при изгибе поперечной силой, моментом, с учетом внутреннего давления. В работе [66] В.В. Кабановым рассмотрен случай заполнения круговой цилиндрической оболочки жидкостью. В зависимости от параметра эллиптичности авторами определены величины критических моментов и формы потери устойчивости. В.В. Кабановым, Л.П. Железновым исследован ряд практически важных задач нелинейного деформирования и устойчивости оболочек, заполненных жидкостью (составной части топливного бака ракеты) при неоднородном комбинированном нагружении. Проведенные расчеты натурных конструкций показали эффективность разработанных алгоритмов и возможность их использования для расчета летальных аппаратов.

В работе А.В. Саченкова [121] приведена идея совмещения теоретического и экспериментального методов исследования оболочек и пластин, который будет основан на теории подобия и размерностей. Теоретико-экспериментальный метод А.В. Саченкова позволяет по предварительному теоретическому анализу установить определяющие параметры, построить формулы, вывести функциональные зависимости, с помощью которых описываются характерные особенности поведения оболочек, устанавливаемые в последующем на основании экспериментальных данных. Данный метод апробирован при исследовании напряженного состояния круговой цилиндрической оболочки при действии локальной поперечной нагрузки. Результаты изложены в работе Ю.Г. Коноплева [82].

В работе А.В. Саченкова [121] экспериментально исследовалась устойчивость консольно-закрепленных эллиптических оболочек при из-

гибе силой. Получена формула для критической силы эллиптических оболочек. Исследования проводились на образцах из алюминиевой фольги. Зафиксирована начальная потеря устойчивости с образованием волн в зоне меньшей кривизны при прямом изгибе в плоскости большей оси, при изгибе в плоскости малой оси – потеря устойчивости внизу оболочки. При увеличении нагрузки зафиксировано увеличение вмятин. Замечено, что исчерпание несущей способности происходит хлопком с образованием ромбовидных вмятин в зоне большей кривизны. Сделан вывод о том, что при прямом изгибе эллиптическая оболочка устойчивее круговой цилиндрической оболочки, а при боковом и косом изгибе устойчивее круговая оболочка.

Исследованию устойчивости консольной цилиндрической оболочки посвящена работа В.А. Казанцева и Г.Р. Фавзиева [70].

Стоит отметить, что в настоящее время достаточно много работ по теоретическим и экспериментальным исследованиям зависимости величин критических нагрузок сжатой оболочки от формы начальной погиби. В работе Ч.Д. Бэбкока [26] доказывается, что наиболее опасна начальная погибь цилиндрической оболочки в виде формы потери устойчивости. Однако работ по исследованиям несущей способности цилиндрических оболочек при чистом изгибе крайне мало.

Из последних зарубежных экспериментальных исследований выделим работы по устойчивости цилиндрических оболочек при изгибе: упругих круговых оболочек [151], подкрепленных цилиндрических оболочек [155], слоистых оболочек [171], экспериментальные исследования цилиндрических оболочек под действием внутреннего давления и чистого изгиба [160].

В работах [150; 164; 169] изложены аналитические, численные и экспериментальные методы исследований динамической потери устойчивости предварительно нагруженных стальных труб.

В работах М. Zeinoddini [174–176] рассмотрено поведение предварительно нагруженных стальных труб, подвергнутых ударным воздействиям. Автором разработана программа испытаний стальных труб длиной до 2 м на комбинацию предварительных статических нагружений и последующих динамических воздействий. Граничные условия назначены так, что образцы ограничены от поворота, но могут свободно перемещаться вдоль своей оси. Груз весом 15–50 кг свободно перемещающийся по установке в вертикальном направлении ударяется в середине образца, падение груза происходит со скоростью 7 м/с. В тестовых задачах авторы скорость и массу падающего груза оставляли неизменной, изменяли предварительное нагружение образцов. В испытаниях при первых падениях груза труба восстанавливала первоначальную форму, образец оставался

устойчивым. При упругих реакциях при соударении груз отскакивал от образца, поднимаясь на определенную высоту, и снова повторно воздействовал на трубу при падении. Фиксировались остаточные деформации. Отмечается хорошая согласованность численных результатов с экспериментами (расхождение численного и экспериментального значений критической нагрузки составляет 6%). Зафиксировано образование вмятины при ударе груза, отмечался быстрый рост вмятин в связи с изгибом трубы. После каждого воздействия тщательно измерялись деформации трубы в середине пролета. Автором доказано, что предварительное нагружение существенно сказывается на уровне повреждения у торцов закрепленных труб. В результате исследований автор доказал применимость расчетной модели трубы для последующего численного исследования образцов с другими геометрическими параметрами.

Следует отметить, что при экспериментальных исследованиях устойчивости цилиндрических оболочек возникают трудности, связанные с качественным изготовлением образцов, правильной передачей нагрузок. По данным ранее проведенных экспериментов [47; 82] расхождение экспериментальных и расчетных данных по величине критической нагрузки достигает более двух раз. Это может быть связано в-первых с несовершенствами испытываемых оболочек, во-вторых со свойствами принятой математической модели и методов решения задач потери устойчивости тонкостенных оболочек.

Обзор выполненных на сегодняшний день экспериментов на устойчивость цилиндрических оболочек при изгибе поперечной силой выявил отсутствие результатов исследования влияния засыпки на устойчивость и величину критической нагрузки. Наиболее подробно исследована устойчивость незаполненных цилиндрических оболочек при изгибе.

1.2. МЕТОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ИЗГИБЕ

1.2.1. АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ УСТОЙЧИВОСТИ ОБОЛОЧЕК ПРИ ИЗГИБЕ

Исследования потери устойчивости в пределах упругости проводились многими авторами: L. Brazier [144], V.I. Weingarten [170], E.L. Axelrad [141], W. Flugge [148]. W. Flugge [148] исследовал задачу потери устойчивости круговой цилиндрической оболочки при изгибе в области упругих деформаций в классической линейной постановке, решая дифференциальные уравнения равновесия, предполагая, что местная вмятина возникает в сжатой зоне при достижении критических напряжений.

Предполагалось, что цилиндрическая оболочка при изгибе остается круговой до местной потери устойчивости. В иной постановке L. Brazier [144] решил задачу потери устойчивости длинной трубы. Им исследовались большие перемещения трубы. Установлено, что потеря устойчивости происходит за счет сплющивания поперечных сечений.

Основываясь на решении L. Brazier, проведены исследования потери устойчивости цилиндрической оболочки при изгибе за пределами упругости Б.С. Билобраном, О. Фабизном, Р. Тагси, И. Шредером [20; 21]. Предполагалось, что неустойчивое состояние оболочки при изгибе появляется при неизменной форме равновесия в результате прогрессирующего уменьшения изгибной жесткости.

E.L. Axelrad [141], при изучении потери устойчивости цилиндрических оболочек при изгибе в упругой постановке, установил зависимость критического сжимающего напряжения от формы сечения трубы до местной потери устойчивости.

По теории малых упруго-пластических деформаций А.А. Ильюшиным [64] решена задача устойчивости оболочки при простом нагружении. Им же применена теория пластичности для вывода коэффициента понижения изгибной жесткости.

Исследованию потери устойчивости цилиндрических оболочек при изгибе посвящены работы А.С. Вольмира, А.С. Ноздрина, Ю.Н. Бердникова [19; 33], основанные на классическом решении линейной задачи потери устойчивости при изгибе, в предположении, что оболочка теряет устойчивость за пределом упругости из-за появления вмятин в сжатой зоне. Для вычисления критических напряжений цилиндрической оболочки при изгибе за пределами упругости авторы использовали численные методы.

При исследовании задач устойчивости круговых цилиндрических оболочек неоднородные исходные состояния вызывают появление дополнительных напряжений в срединной поверхности оболочки, порождают местные искривления элементов оболочки и существенно снижают ее устойчивость. Возникает вопрос о моментности напряженно-деформированного состояния и его влияния на устойчивость оболочки. С математической точки зрения неоднородность напряжений приводит к системе уравнений с переменными коэффициентами.

W. Flugge в работе [148] опубликовал решение линейной задачи устойчивости оболочек при изгибе моментом, находящимся в условиях неоднородного напряженного состояния. Приближенное решение было получено для не искривленных элементов оболочек в исходном состоянии. Н.А. Алфутовым [5] разработан подход к решению задач устойчивости

оболочек, в котором не требуется определения исходного напряженно-деформированного состояния.

Первые исследования изгиба трубы выполнены в 1910 г. Бантлиным. Решение, полученное Т. Карманом с учетом сплющивания поперечного сечения, изложено в работе [154].

В 1927 г. L. Brazier в работе [144] провел исследования больших перемещений трубы. Решение получено энергетическим путем с учетом допущения о нерастяжимости средней линии поперечного сечения. Задачу изгиба трубы исследовали Ю.В. Коновалов [77]. В работе [77] приведен уточняющий коэффициент, больший по значению, чем по полученный по приближительным расчетам L. Brazier. В работе В.В. Кабанова и Э.И. Григолюка [48] рассмотрен другой подход к решению задачи потери устойчивости при изгибе моментом. Учитывалось, что докритическое состояние определяется нелинейным решением и критическая нагрузка соответствует точке бифуркации, а момент появления локальных вмятин на деформированной изгибом оболочке определяет ее критическое состояние. Авторами сделан вывод, что потеря устойчивости по L. Brazier не реализуется, поскольку раньше происходит местная потеря устойчивости и значения уточняющего коэффициента получается меньше, чем в результатах решения L. Brazier.

Задачи изгиба оболочки поперечной силой рассмотрена в работах В.М. Даревского [50]. Исследовалась консольно-закрепленная круговая цилиндрическая оболочка с приложенной на свободном краю сосредоточенной силой. Экспериментально зафиксировано, что у длинной оболочки гофры образуются в зоне наибольших сжимающих усилий, у коротких оболочек выпучивание происходит в первую очередь с боковых областей, при средней длине оболочки – потеря устойчивости происходит по смешанному типу. Приближенной методике оценки устойчивости оболочек посвящена работа В.М. Даревского [50]. Автор заменил неоднородное напряженное состояние однородным, используя в расчетах линейные уравнения. Аналогичный анализ устойчивости оболочки при действии поперечной нагрузки, равномерно распределенной по поверхности оболочки, содержится в труде А.А. Добрякова [51].

Большой вклад в развитие теории и методов расчета тонкостенных оболочек внесли В.Л. Бидерман, В.З. Власов, Э.И. Григолюк, В.В. Новожилов и другие ученые [31; 47; 105].

В работах Б.Г. Галеркина [38], И.Г. Бубнова [25] С.П. Тимошенко [124] развита линейная теория оболочек. В линейной теории оболочек можно выделить математическую теорию и техническую теорию.

В работах И.С. Цуркова [127; 128] задача о напряженно-деформированном состоянии произвольно нагруженной замкнутой цилиндрической

оболочки решалась методом начальных параметров. Были записаны выражения для определения внутренних сил и перемещений в зависимости от начальных параметров, задаваемых на концах оболочки. В задаче об изгибе свободно опертой цилиндрической оболочке, нагруженной сосредоточенной силой, И.С. Цурковым выведены выражения по определению перемещений и внутренних сил, приведены асимптотические формулы для изгибающих моментов и поперечных сил.

Проблема применимости математических моделей деформирования оболочки изучена в работах Х.М. Муштари [97], У.К. Нигула [103], Н.А. Абросимова и В.Г. Баженова [1], В.З. Власовым [30], Л.Г. Гольденвейзером [44], И.С. Цурковым [128] была рассмотрена погрешность в решении задач устойчивости оболочек при использовании моментной технической теории и сделан вывод о достоверности результатов, полученных на ее основе.

Не ко всем оболочечным конструкциям при исследовании статической и динамической устойчивости, определении областей динамической неустойчивости, изучении собственных частот и форм колебаний оболочек, применима линейная теория оболочек. В связи с этим были развиты различные варианты геометрически и физически нелинейной теории оболочек. Физическая нелинейность выражена в нелинейной зависимости усилий от деформаций, лежащих за пределами закона Гука. Геометрическая нелинейность обусловлена нелинейной зависимостью деформаций от перемещений, большими прогибами и поворотами как жесткого целого.

В 1938 г. К. Маргером были получены первые дифференциальные уравнения нелинейной теории для упругих тонких оболочек цилиндрической формы. Большой вклад в дальнейшее развитие и практическое применение нелинейной теории внесли Х.М. Муштари [97], К.З. Галимов [39], В.З. Власов [30], Л.Н. Donnell [146]. Ими обоснована теория для оболочек, в которых можно заменить метрику срединной поверхности метрикой плоскости. В.З. Власовым [30] разработан метод расчета цилиндрических оболочек с учетом изгибающих моментов и деформаций удлинений в обоих направлениях, что привело к новому этапу развития методов расчета оболочек. В работе В.З. Власова приведена система нелинейных дифференциальных уравнений теории оболочек при конечных деформациях, указан метод интегрирования системы уравнений. К. Маргером обобщена теория для оболочек произвольной кривизны и выведены уравнения теории гибких пологих оболочек (уравнения Донелла-Муштари-Власова). Вопросы применимости уравнений Донелла-Муштари-Власова рассмотрены в работе И.И. Воровича [34] при исследовании нелинейного деформирования пологих оболочек.

Теоретические исследования устойчивости оболочек выполнены В.З. Власовым [30], Э.И. Григолоком [47], Х.М. Муштари [98], В.В. Новожиловым [105], А.С. Вольмиром [31; 23], А.В. Саченковым [121], В.В. Кабановым [47], А.Н. Андреевым [6], С.Н. Каном [71], Ю.Г. Коноплевым [82], Н.В. Валишвили [27], В.С. Гудрамовичем [49], С.П. Тимошенко [124], А. Лявом [94], D. Bushnell [145] и другими авторами.

Решение задачи устойчивости по приближенным аналитическим методам в классической линейной постановке предполагает, что оболочка находится в безмоментном однородном докритическом напряженном состоянии. При данном предположении в анализе тонких оболочек появляется погрешность, поскольку не учитывается неоднородность, неосесимметричность деформирования, моментность и нелинейность исходного напряженно-деформированного состояния исследуемых оболочек.

Обзор современного состояния вопроса нелинейного деформирования цилиндрических оболочек можно найти в работах В.В. Пикуля [111], А.В. Погорелова [113], Дж.Г.А. Кролла [87].

Задачам устойчивости цилиндрических оболочек при различных нагружениях, а также соответствующим формам потери устойчивости цилиндрических оболочек при комбинированных видах нагружения посвящена работа В.Н. Паймушина [110]. В работе доказано, что использование уравнений для цилиндрических оболочек, построенных на варианте геометрически нелинейных соотношений теории упругости в квадратичном приближении, позволяет получить неклассические формы потери устойчивости, такие как крутильная, балочная изгибная, балочная изгибнокрутильная.

Исследование замкнутой цилиндрической оболочки с учетом физической и геометрической нелинейности описано в статье П.А. Лукаша [92]. Нелинейная связь между деформациями и напряжениями представлена в виде степенного закона и кубической параболы. В [92] П.А. Лукаш изложил энергетический метод решения геометрически и физически нелинейных задач, основанный на вариационном методе Ритца. Автором исследованы конструкции на всех этапах нагружения до предельного состояния.

В работе [63] А.А. Ильющин по теории малых упруго-пластических деформаций решил задачу об изгибе бесконечно длинной цилиндрической оболочки. Решена задача устойчивости цилиндрической оболочки при простом нагружении. Им же применена теория пластичности для вывода коэффициента понижения изгибной жесткости.

Теоретическими исследованиями напряженно-деформированного состояния цилиндрических оболочек при изгибе занимались Ю.П. Жигалко [55], Б.В. Нерубайло [102], И.С. Цурков [127], И.Л. Шаринов [132].

В.Г. Галеркиным, Я.И. Перельманом [37] решена задача о напряженном состоянии цилиндрической оболочки, нагруженной жидкостью и опертой на 2 опоры. Поддерживающее влияние внутреннего давления при изгибе цилиндрической оболочки моментом на величину критической нагрузки при потере устойчивости зафиксировано в работах Е.Д. Плетниковой, V.I. Weingarten [112; 170]. Замечено, что при потере устойчивости вмятины образуются в сжатой зоне и с увеличением внутреннего давления гофры удлиняются по длине.

В работе К.Ф. Шагивалеева [130] приведены аналитические решения по определению влияния заполнения цилиндрической оболочки сыпучим материалом при изгибе. Автором задачи устойчивости решены в упругой постановке. Результаты аналитических расчетов К.Ф. Шагивалеева показали, что сыпучий материал существенно влияет на напряженно-деформированное состояние оболочки. К.Ф. Шагивалеев вводит две модели упругого заполнителя: Власова и Винклера. Исследования показали, что модель Власова упругого заполнителя обеспечивает приемлемую точность решения задачи.

Исследованию устойчивости оболочек, определению напряженно-деформированного состояния цилиндрических оболочек с заполнителем посвящены работы М.А. Ильгамова [59; 60]. В данных работах исследуется напряженно-деформированное состояние оболочек и связанного с оболочкой упругого заполнителя.

Как видим, мало работ посвящено аналитическому решению задач устойчивости круговых цилиндрических оболочек, заполненных сыпучим материалом. Все известные решения этой задачи получены аналитическими методами, в линейном приближении без учета моментности напряжений и нелинейности докритического состояния цилиндрических оболочек с засыпкой. Следует отметить, что учет этих факторов снижает критические значения нагрузок.

1.2.2. ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ИЗГИБЕ

Благодаря использованию численных методов и современных программных комплексов стало возможным интегрирование разрешающей системы уравнений, описывающей деформирование, потерю устойчивости и закритическое поведение оболочек с учетом геометрической и физической нелинейности, сложности геометрии конструкций и условий нагружения.

Основные подходы численного решения задач механики сплошных сред приведены в работах Б.Г. Баженова [18], С.К. Годунова [41], С.А. Ка-

пустина [72], В.Н. Кукуджанова [88], А.И. Садырина [118], Г.И. Марчука [95], А.Г. Угодчикова [125], М. Уилкинса [126], Т. Belytschko [143], О.С. Zienkiewicz [177] и других авторов. Обзор работ по численному исследованию потери устойчивости и закритическому поведению оболочек в пластической области представлен в работах А.Н. Абросимова, Б.Г. Баженова [2], А.И. Голованова [42], В.С. Гудрамовича [49], J.W. Hutchinson, W.T. Koiter [152] и др.

Для численного исследования устойчивости оболочек нашли применение метод конечных разностей, вариационно-разностный метод, метод конечных элементов.

В методе конечных разностей [41; 119; 120; 123] формулируется система дифференциальных уравнений в частных производных. Для решения задачи строится разностная сетка расчетной области. Дискретный аналог определяющей системы уравнений составляется из исходной системы уравнений с использованием аппроксимации производных по пространственным координатам и времени с помощью разностных соотношений. В работе [90] представлена наиболее простая и высоко алгоритмичная схема «крест». Значительное развитие практического использования конечно-разностного метода стало возможным благодаря естественной аппроксимации частным производных по пространственным производным, представлено в работе [106]. Естественная аппроксимация была использована М.Л. Уилкинсом при исследовании упругопластического деформирования цилиндра при продольном ударе о стенку. В работе [126] представлена численная схема решения задач упругопластического деформирования в трехмерной постановке. Многочисленными вычислительными экспериментами установлено, что метод Уилкинса допускает нефизические искажения ячеек разностной сетки, когда компоненты тензора скоростей деформаций равны нулю. Данные искажения, названные неустойчивостью типа «песочные часы», приводят к одностороннему нарастанию энергии и потери точности, и, как следствие, к неадекватному численному решению задачи, не соответствующему физическому процессу.

Алгоритм решения задач устойчивости оболочек при осесимметричных нагрузках по методу конечных разностей основан на представлении дифференциальных уравнений устойчивости в матричной форме, решении алгебраических уравнений матричным методом исключения по Гауссу, приводящем к компактной записи определителя матрицы и к простым рекуррентным формулам. Метод исключения по Гауссу применительно к задачам устойчивости оболочек изложен в работе В.О. Almroth [137]. Применение данного метода в программных комплексах приведено в работе В.И. Мяченкова [99].

В вариационно-разностном методе при описании движения деформируемой среды используют вариационные принципы Журдена, Даламбера-Лагранжа и другие. Подходы в дискретизации разрешающей системы уравнений те же, что используются в методе конечных разностей. К основным работам по данному методу в динамике упругопластических тел, оболочек можно отнести исследования В.Г. Баженова [9–11], В.И. Древянникова [52].

Метод конечных элементов основан на разбиении расчетной области на ряд конечных элементов с заданием стандартной системы базисных функций, аппроксимирующей деформации и напряжения. Аппроксимация сеточных функций осуществляется не по всей расчетной области, а только в пределах отдельных элементов, что позволяет использовать более простые функции.

Метод конечных элементов при исследовании деформирования тонкостенных оболочек изложен в публикациях В.Г. Баженова [7; 13; 14], А.И. Голованова [42,43], С.А. Капустина [72; 73], Ф.Н. Шклярчука [134; 135], Дж. Одена [107], К.-У. Bathe [142], Т. Belytschko [143], W. Gilevski, M. Radwanska [149], O.C. Zienkiewicz [177].

Данный метод наиболее универсален, позволяет уточнить решение путем повышения порядка аппроксимации. В [7; 13; 14; 42] разработана моментная схема метода конечных элементов, в которых деформирование оболочек описывается определяющей системой уравнений без учета гипотез тонкостенных конструкций. При дискретизации задачи в каждом конечном элементе вводятся аппроксимирующие функции, учитывающие особенности напряженно-деформированного состояния оболочки. Такой подход позволяет в рамках одной схемы эффективно исследовать деформирование массивных тел и оболочек с учетом геометрической и физической нелинейности.

Конечно-разностный и вариационно-разностный методы, изложенные ранее, считаются упрощенными вариантами метода конечных элементов. Так, при использовании сокращенного интегрирования дискретные соотношения вариационно-разностного метода можно получить из метода конечных элементов.

При решении задач динамики при построении численной схемы необходима дискретизация определяющей системы уравнений по времени. Наиболее удобна последовательная пространственная и временная дискретизация задачи, в результате которой получается система дифференциальных уравнений во времени. Возможно применение различных схем интегрирования. В работах [1–3; 14] представлена явная схема интегрирования по времени. неявная схема применена в работе [72]. Явные схемы просты и экономичны и имеют преимущество при исследовании

нестационарного деформирования конструкций по сравнению с неявными схемами, т.к. матрицы масс в дискретном аналоге уравнений движений имеют диагональный вид. Однако в условно устойчивых явных схемах шаг интегрирования по времени зависит от минимального по области размера конечного элемента, что увеличивает затраты вычислительных ресурсов. Использование неявных схем интегрирования во времени эффективно при анализе гладких решений низкочастотных колебаний упругих конструкций, поскольку шаг интегрирования по времени для таких задач определяется из условия точности решения. Для таких задач условие точности менее жесткие, чем условия устойчивости. Для решения физически нелинейных динамических задач использование неявных схем более трудоемко и невыгодно.

Методы решения геометрически нелинейных задач представлены в работах А.И. Голованова [42], С.Н. Коробейникова [84], А.И. Лурье [93], В.И. Левитаса [91], А.А. Поздеева [114], К.Ф. Черных [129].

Существует два подхода описания геометрической нелинейности оболочек:

а) формулировка соотношений нелинейной теории упругости в криволинейной системе Гауссовых координат, связанной со срединной поверхностью оболочки до деформирования;

б) формулировка кинематических соотношений, которые связывают скорости деформаций и скорости перемещений для текущей метрики упругопластической среды [17]. В развитие второго подхода большой вклад внесли исследования В.Г. Баженова [9; 11; 14; 16], С.А. Капутина [72; 73] и др.

В геометрически и физически нелинейных задачах нестационарного деформирования в большинстве случаев используются явные трехслойные схемы интегрирования по времени второго порядка точности. Для аппроксимации по пространственным переменным применяют конечные элементы с линейными и полилинейными функциями формы.

Схемы второго порядка точности условно устойчивы и имеют малый шаг интегрирования по времени. При описании разрывных решений для них характерны нефизические осцилляции [1], для подавления которых вводится искусственная вязкость [123]. Использование линейной и квадратичной вязкости [116] малоэффективно в связи с гашением физических колебаний. Поэтому для монотонизации численного решения были разработаны процедуры консервативного сглаживания [12].

Построению математических моделей в теории пластичности посвящены работы А.А. Ильюшина [62], В.С. Бондаря [24], В.Г. Зубчанинова [57; 58], Л.М. Качанова [74], И.В. Кнетса [76], Ю.Г. Коротких [85]. Экспериментальные исследования неупругого поведения материалов

приведены в работах Р.А. Васина [28; 29], В.Г. Зубчанинова [57], Ю.Г. Коротких [85], Н.Л. Охлопкова [108].

Для учета сложного нагружения применима общая теория упругопластических процессов деформирования А.А. Ильюшина [64]. Наиболее широкое распространение в использовании для практических расчетов получили деформационная теория пластичности и теория течения.

В деформационной теории [63; 64; 74] устанавливается связь между конечными значениями тензоров деформаций и напряжений. Ее основное преимущество – это математическая обоснованность, относительная простота, оптимальная точность результатов для простого нагружения.

В теории течения [69; 74; 76; 84; 85] устанавливается связь между скоростями деформаций и напряжений. Наиболее простой вариант теории течения – модель упруго-идеальнопластического тела (теория Прандтля-Рейса) [74; 126]. Ее обобщение на упрочняющиеся материалы представляет дифференциальная теория пластичности [84; 85; 142; 143]. Согласно дифференциальной теории и применяемого в ней ассоциированного закона течения, направление вектора скорости пластических деформаций в точке нагружения совпадает с нормалью к поверхности текучести. В процессе деформирования поверхность текучести может смещаться в пространстве напряжений, менять форму и размеры. Наиболее распространенная среди дифференциальных теорий – это теория, основанная на концепции кинематического и изотропного упрочнения.

Применению численных методов для исследования деформирования и устойчивости оболочек посвящены работы [2; 22; 23; 45; 53; 54; 65; 78; 79; 134; 135; 167; 168].

В работе Н.А. Абросимова, В.Г. Баженова [2] приведены теоретические основы построения неклассических математических моделей динамики оболочек переменной толщины с учетом физически и геометрически нелинейного деформирования, неоднородности упругих и прочностных параметров. Разработаны численные методы, при помощи которых решены задачи нелинейного деформирования, устойчивости композитных оболочечных элементов и пространственных конструкций при импульсных нагружениях. Разработана методика численного решения задач нелинейного деформирования, потери устойчивости и закритического поведения гладких оболочек вращения при импульсных нагрузках. По результатам исследований динамических процессов при потери устойчивости и закритического поведения упругопластических оболочек сделаны выводы о возможности применения допущений физического и геометрического характера, которые значительно упрощают математическую модель.

Исследованиям устойчивости цилиндрических оболочек посвящены статьи Д.В. Бойко, Л.П. Железнова и В.В. Кабанова. В работе [22] решается задача геометрически нелинейного деформирования и устойчивости некруговых цилиндрических оболочек при поперечном изгибе. Из условия совместности перемещений элементов и граничных условий получена система нелинейных алгебраических уравнений узловых неизвестных оболочки. Ее решение основано на методе последовательных нагружений и методе линеаризации Ньютона-Канторовича. Устойчивость оболочки определялась положительной определенностью матрицы Гессе по критерию Сильвестра. Если появлялись отрицательные элементы диагональной матрицы, то фиксировалась потеря устойчивости оболочки. Для неустойчивого равновесного состояния находилось значение параметра нагрузки. Сама форма потери устойчивости определялась из нелинейного исходного напряженно-деформированного состояния для нагрузки, близкой к предельной. Вышеизложенный алгоритм авторами реализован для компьютерного расчета устойчивости цилиндрических некруговых оболочек. Рассмотрена консольно-закрепленная с одного края некруговая цилиндрическая оболочка при действии вертикальной поперечной силы, которая приложена к противоположному краю оболочки. Для решения задачи использованы четырехугольные конечные элементы оболочки. Получено, что овальные оболочки при изгибе поперечной силой имеют меньшую устойчивость по сравнению с круговыми цилиндрическими оболочками, поскольку наибольшие сдвигающие усилия у овальных высоких оболочек в области минимальной кривизны.

В работе [65] выполнены исследования нелинейного деформирования и устойчивости подкрепленных овальных цилиндрических оболочек. Консольно-закрепленные оболочки нагружались изгибающим моментом и поперечной силой. От действия поперечной силы потеря устойчивости зафиксирована в зоне действия максимальных касательных усилий с образованием наклонных складок в зоне малой кривизны оболочек. При действии изгибающего момента образуется несколько поперечных волн в нижней части оболочки в области максимальных сжимающих усилий.

В работе [23] выявлено влияние на устойчивость подкрепленных и неподкрепленных оболочек нелинейности деформирования в докритической стадии. У неподкрепленных оболочек нелинейность решения всегда снижает критические значения нагрузок. Наибольшее влияние нелинейности у сплюснутых подкрепленных оболочек при действии изгибающего момента. Получено, что нелинейность в данном случае повышает критическую нагрузку. При действии поперечной силы на подкрепленную оболочку влияние нелинейности незначительно и нелинейное решение задачи устойчивости снижает критические нагрузки.

Исследование устойчивости и нелинейного деформирования неравномерно дискретно подкрепленных эллиптических цилиндрических оболочек при внутреннем давлении, кручении и изгибе изложено в работах [53; 54]. Для решения задачи использовался метод конечных элементов в перемещениях. Отмечено влияние нелинейности и моментности докритического напряженно-деформированного состояния на величины критических нагрузок и формы потери устойчивости. Определено влияние на устойчивость некруговых цилиндрических оболочек дискретности и неоднородности подкреплений. Критическая нагрузка определялась как предельная нагрузка по расходимости итерационного процесса при резком возрастании перемещений в узлах сетки, или как бифуркационная нагрузка с использованием энергетического критерия устойчивости. Получены первые критические нагрузки при местной потере устойчивости, происходящей между стрингерами, и величины нагрузок при общей потере устойчивости панели со стрингерами. При учете дискретности расположения стрингеров критические нагрузки значительно уменьшаются. Отмечены формы потери устойчивости подкрепленных оболочек. При местной потере устойчивости наблюдаются мелкие вмятины, при общей потере – происходит ромбовидное волнообразование.

В работе А.Г. Горшкова, В.И. Морозова, А.Т. Пономарева, Ф.Н. Шклярчука [45] исследованы и решены задачи о колебании оболочек с жидкостью и о динамической реакции элементов конструкций на ударные воздействия. В исследованиях применены современные методы математического моделирования на ЭВМ, аналитические и численные методы. В статьях [134; 135] разработан новый вариант метода конечных элементов для расчета осесимметричных колебаний упругих ортотропных оболочек вращения, частично заполненных жидкостью, с учетом дискретного подкрепления оболочек шпангоутами и предварительного статического напряженно-деформированного состояния. При решении задачи колебания оболочек вращения, частично заполненных жидкостью, в методе конечных элементов в качестве конечных согласованных элементов рассматриваются узкие круговые конические полоски оболочки с содержащимися в них слоями жидкости. Для слоя жидкости автором используется двучленная аппроксимация ее осевых перемещений, представленная в виде произведения линейной функции осевой координаты и степенной функции радиальной координаты. Для определения перемещений применяется решение уравнения неразрывности с граничным условием на поверхности упругой оболочки в зависимости от перемещений жидкости. Полученные результаты сравниваются с результатами других авторов. Отмечается высокая точность и эффективность разработанного варианта метода конечных элементов.

В статьях Ю.Г. Коноплева, А.В. Конюхова [78; 79] описывается построение вариационной и конечно-элементной модели термогиперупругости, которая используется для исследования потери устойчивости раздуваемых пластин.

В работе М.С. Ганеевой [40] исследуется осесимметричный изгиб и устойчивость эллипсоидальной оболочки под действием давления жидкости. Рассмотрено взаимодействие оболочки и нагружающей среды. Давление в оболочке создавалось медленной подачей жидкости. Параметром пошагового процесса считалась масса подаваемой в емкость жидкости. Приведены результаты численного решения для сплюснутой эллипсоидальной оболочки при различных видах граничных условий. Отмечено, что напряженно-деформированное состояние оболочки до достижения верхней предельной нагрузки не зависит от способа создания давления на оболочку. Иначе говоря, не зависит от объема и физического состояния нагружающей среды. После достижения верхнего предельного значения нагрузки незначительное увеличение подаваемой жидкости вызывает скачкообразное деформирование оболочки, при котором происходит резкое увеличение прогиба и напряжений. Чем больше сжимаемость нагружающей среды, то тем больше скачок. Согласно приведенным в статье результатам, нелинейное деформирование оболочки зависит от характеристик нагружающей среды.

Исходя из приведенного обзора теоретических и экспериментальных исследований устойчивости тонкостенных цилиндрических оболочек, можно сделать следующие выводы:

1. В настоящее время наиболее подробно исследованы задачи о напряженно-деформированном состоянии и потери устойчивости цилиндрических оболочек, без учета влияния наполнителя на потерю устойчивости. Лишь частично освещен вопрос об устойчивости цилиндрической оболочки с наполнителем.

2. Необходимо исследование влияния засыпки на напряженно-деформированное состояние, потерю устойчивости тонкостенных цилиндрических оболочек при изгибе. Расчет цилиндрических оболочек, наполненных сыпучим материалом, трудоемок и сложен.

3. Определяющая система уравнений деформирования, потери устойчивости и закритического поведения оболочки с сыпучим наполнителем должна формулироваться в трехмерной геометрически и физически нелинейной постановке с учетом изменения формы оболочки, моментности напряженно-деформированного состояния, начальных несовершенств, упругопластического деформирования при потере устойчивости и на закритической стадии. В качестве уравнений состояния конструкционного

материала целесообразно применять соотношения теории течения с комбинированным кинематическим и изотропным упрочнением.

4. Решение задачи должно осуществляться на основе современных численных методов и компьютерных технологий. Рекомендуется применение моментной схемы метода конечных элементов и явной конечно-разностной схемы интегрирования по времени типа «крест».

5. Разработанная вычислительная модель должна быть верифицирована на данных экспериментальных исследований. С этой целью должны быть разработаны экспериментальные установки, методика испытаний и проведены соответствующие экспериментальные исследования.

ГЛАВА 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ЗАМКНУТЫХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ С ЗАПОЛНИТЕЛЕМ ПРИ ИЗГИБЕ

В настоящей главе приводится описание разработанных экспериментальных установок, методики испытаний и результатов экспериментальных исследований деформирования, потери устойчивости и закритического поведения оболочек вращения с сыпучим наполнителем при нагружении собственным весом и перерезывающими силами.

Цель проведения экспериментов – исследовать влияние наполнителя на величину критической нагрузки, на формы потери устойчивости, выполнить анализ напряженно-деформированного состояния в докритической стадии деформирования и определить закритическое поведение тонкостенных оболочек вращения, заполненных сыпучим материалом.

Для реализации поставленной цели проведен ряд экспериментов на цилиндрических образцах:

- квазистатический изгиб консольно-закрепленных тонкостенных цилиндрических оболочек с наполнителем;
- изгиб цилиндрических оболочек с наполнителем, свободно опертых по концам на две опоры при нагружении собственным весом и перерезывающими силами.

2.1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ УСТАНОВКИ И МЕТОДИКА АНАЛИЗА УСТОЙЧИВОСТИ ЗАПОЛНЕННОЙ СЫПУЧИМ МАТЕРИАЛОМ ЗАМКНУТОЙ ОБОЛОЧКИ ВРАЩЕНИЯ ПРИ ИЗГИБЕ

Решение задач устойчивости и закритического поведения тонкостенных цилиндрических оболочек при изгибе предполагает проведение обширных экспериментальных исследований. Для их осуществления необходимы специально разработанные установки и методика испытаний. Для оценки правильности выбранной методики целесообразно сопоставление результатов экспериментов с известными теоретическими результатами, достоверность которых не вызывает сомнений.

Экспериментальный комплекс

Экспериментальный комплекс для исследования устойчивости цилиндрических оболочек при изгибе состоит из специально спроектированного испытательного стенда, нагружающей установки, измерительных

приборов, цифровой фотокамеры, осветительного оборудования, персонального компьютера для обработки полученных данных.

Для определения механических характеристик исследуемых образцов применялась испытательная машина ZWICK-Z030. Основные технические характеристики испытательной машины ZWICK-Z030:

- диапазон нагрузок: 30 кН;
- диапазон скоростей деформаций: 0,0005...1000 мм/мин;
- форма образцов: плоские 1–3 мм, цилиндрические.
- средства измерений: измерители деформаций, измерители силы.

Перемещения нагружаемых образцов замерялись индикаторами часового типа ИЧ-10 по ГОСТ 577-68. Основные технические характеристики:

- диапазон измерений: 0–10 мм;
- класс точности: 1;
- цена деления: 0,01 мм.

Измерения диаметров образцов в двух направлениях выполнялись при помощи электронного штангенциркуля Matrix 31611, погрешность измерения 0,01 мм.

Экспериментальный комплекс оснащен цифровой фотокамерой Casio Exilim Pro EX-F1. Основные технические характеристики фотокамеры:

- чувствительность: 100–1600 ISO, Auto ISO;
- форматы изображения: 1 JPEG, RAW;
- ЖК-экран: 230160 пикселей, 2.80 дюйма;
- максимальная серия снимков: 60 для JPEG;
- скорость съемки: 60 кадр/сек;
- максимальное разрешение: 2816 x 2112;
- физическое разрешение: 1/1.8";
- число эффективных пикселей: 6 млн.

Измерения деформаций выполнялись с помощью тензорезисторов, включенных по полумостовой схеме, использовался измеритель деформаций цифровой ИДЦ-1 и Терем. Основные технические характеристики:

- цифровой диапазон измерения 0000...1999x10 ЕОД (1•10~7);
- цена одной единицы дискретности показаний прибора 10 ЕОД;
- время: одного измерения не более 2 с;
- основная погрешность: не более 20 ЕОД;
- сопротивление применяемых тензорезисторов: 50...500 Ом;
- количество измерительных каналов 10.

Для измерения деформаций применили тензорезисторы типа КФ5П1–10–200 А–12. Основные технические характеристики:

– бумажная термостойкая подложка фенилон с одиночным чувствительным элементом, пропитанная фенольным клеем УВС-10Т;

- номинальная база 10 мм;
- номинальное электрическое сопротивление 200 Ом;
- максимальная измеряемая деформация: ± 3000 мкм/м;
- чувствительность: $2,1 \pm 0,2$;
- клей циакрин – ЭО цианокрилатный быстросхватывающийся, холодного отверждения, температурный диапазон работы от -80°C до $+80^{\circ}\text{C}$.

Измерения меридиональных и кольцевых деформаций выполнялись в поперечном сечении цилиндрической оболочки в предполагаемом месте потери устойчивости, т. е. в месте образования первой вмятины, на расстоянии 15,5 мм от жесткой заделки образца.

Тензорезисторы наклеивались цианокрилатным клеем на наружную предварительно очищенную и обезжиренную наружную поверхность (рис. 2.1.1) в верхней и нижней точках по два датчика в кольцевом и осевом направлениях соответственно. Тензорезисторы каждого испытываемого образца проверялись на целостность цепи решетки, при нарушениях в цепи или дефектах наклейки, тензорезисторы заменялись на новые. На каждый образец приклеивались 4 тензорезистора и на пластинку, вырезанную из образцов такого же материала, приклеивался пятый компенсационный тензорезистор.

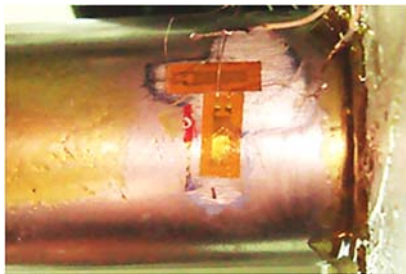


Рис. 2.1.1

При разработке экспериментальной установки и методики испытаний требуется решить следующие основные вопросы:

- выбор материала и геометрических размеров образцов;
- способ закрепления образцов и их нагружения;
- способ измерения прогибов, деформаций, напряжений;
- метод статистической обработки полученных результатов экспериментов.

Проведение массовых натуральных испытаний требует значительных материальных и финансовых затрат. Поэтому экспериментальные исследования проводились на модельных образцах. Соответственно возникла проблема переноса экспериментально полученной информации с модельных образцов на исследуемую конструкцию.

Выбор модельного образца основан на выполнении условий геометрического и физического подобия. У тонкостенных цилиндрических оболочек один размер (толщина) значительно меньше двух других – длины и диаметра образца. Простое подобие, основанное на полном геометрическом подобии модельного образца и цистерны, выполненных из одинаковых материалов, затруднительно и приводит к ошибкам изготовления. Согласно [65; 83; 96; 99] для исследования устойчивости цилиндрических оболочек при изгибе поперечной силой рекомендуется использовать различные множители подобия для соотношений L/R , L/h (расширенное подобие). В работе [96] приведены следующие соотношения расширенного подобия и множители подобия:

$$\begin{aligned} R' &= R \cdot \alpha_1, \quad L' = L \cdot \alpha_2, \quad h' = h \cdot \alpha_3, \quad E' = E \cdot \mu, \\ \sigma' &= \beta \cdot \sigma, \quad \varepsilon' = \gamma \cdot \varepsilon \end{aligned} \quad (2.1.1)$$

При геометрическом подобии необходимо выполнение условия

$$\alpha_1 = \alpha_3.$$

Образцы для испытаний на изгиб консольно-закрепленных тонкостенных цилиндрических оболочек с заполнителем

Получение достоверных результатов при исследовании устойчивости тонкостенных конструкций существенно зависит от оборудования и от правильности формы исследуемых образцов.

Известны различные способы изготовления цилиндрических образцов – точение, сварка из листового проката, штамповка. Наиболее распространенный метод – свертывание заготовок и соединение краев сварными швами. Некачественное соединение в таких образцах порождает отклонения в геометрии и образование вмятин в зоне швов. Такие образцы подлежат отбраковке.

Поэтому для исследования устойчивости цилиндрических оболочек предпочтение отдается бесшовным образцам с размерами, удобными для лабораторных экспериментов и простым в технологии изготовления.

Для экспериментального исследования потери устойчивости цилиндрических оболочек с заполнителем в качестве материала образцов выбран алюминий (при одинаковых нагрузках алюминиевые образцы испытывают в значительно большие перемещения и деформации по сравнению со стальными образцами).

Начальные несовершенства испытываемых оболочек существенно сказываются на их несущей способности. Основные виды несовершенств:

а) неоднородность механических свойств материала образцов – изменение плотности, деформационных и прочностных характеристик материала по длине образца;

б) несовершенства геометрических форм образцов – незначительная овальность образцов, начальные вмятины на поверхности оболочек, различная толщина по длине образца.

При проведении лабораторных испытаний можно устранить лишь несовершенства геометрических форм образцов, путем отбраковки испытуемых образцов. Слабоконтролируемые в пределах лаборатории несовершенства, такие как различная плотность материала и разнотолщинность образцов, свидетельствуют о сложности и точности проводимых исследований. Наиболее существенным несовершенством являются локальные отклонения срединной поверхности образца от идеальной цилиндрической поверхности.

С целью уменьшения разброса результатов экспериментальных исследований каждый образец внимательно изучался на степень отклонения от правильной геометрической формы. Электронным штангенциркулем измерялись диаметры и толщины в восьми точках по окружности. Визуально тщательно просматривались несовершенства на поверхности оболочки.

Для исключения влияния дисперсий механических характеристик, которые допустимы стандартами, на результаты экспериментов, все образцы были выбраны из одной заводской партии. Партия из 100 образцов изготовлена из алюминиевой ленты по технологии вытяжки с утонением. При изготовлении на заводе была произведена проверка качества при помощи светового тестера на наличие несовершенств и отклонения от правильности геометрической формы.

С заводских образцов для экспериментального исследования срезались днища. Резка производилась на станке тонким лезвием со специальным приспособлением, обеспечивающим параллельность торцов. Образцы с полученными в процессе резки вмятинами отбраковывались и изучались отдельно. Результаты их испытаний представляют определенный интерес в оценке влияния начальных несовершенств на потерю устойчивости. Это обусловлено тем, что при изготовлении тонкостенных цистерн для транспортировки сыпучих материалов возможны отклонения от предусмотренной проектом геометрии.

Экспериментальные исследования устойчивости цилиндрических оболочек с наполнителем при изгибе выполнялись на образцах (рис. 2.1.2), имеющих следующие начальные размеры:

- толщина стенки оболочки $h(t) = 0,10 \pm 0,01$ мм;
- отношение длины оболочки к толщине $L/h = 1350$;
- радиусы оболочки $R_1 = 266h$ на нагружаемом торце и $R_2 = 328h$ на закрепленном торце ($R_1/R_2 = 0,81$).

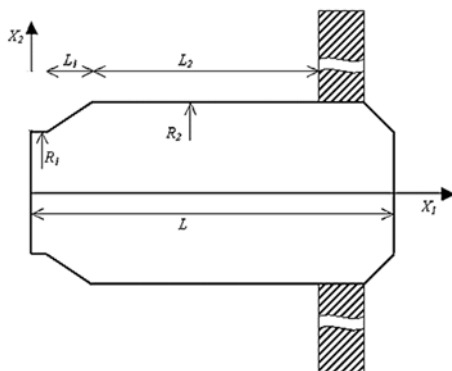


Рис. 2.1.2

У изучаемой цистерны для транспортировки сыпучих грузов $R = 1275 \text{ мм}$, $h = 5 \text{ мм}$. Параметры подобия равны соответственно:

$$\alpha_1 = \frac{R}{R'} = 0,02, \quad \alpha_3 = \frac{h}{h'} = 0,02.$$

Таким образом, условие геометрического подобия [96] $\alpha_1 = \alpha_3$ для выбранного образца удовлетворяется.

Образцы выполнены из алюминиевого сплава плотностью $\rho = 2,65 \text{ г/см}^3$. Для определения механических характеристик материала из оболочек вырезались стандартные образцы (рис. 2.1.3), ориентированные вдоль и поперек образующей. Вырезанные образцы подвергались растяжению на универсальной испытательной машине ZWICK-Z030. Диаграмма деформирования, полученная в соответствии с ГОСТом 1497-84, представлена на рис. 2.1.4. Согласно диаграмме деформирования для лабораторных образцов модуль сдвига равен $23,86 \text{ ГПа}$, модуль объемного сжатия $58,33 \text{ ГПа}$, предел текучести $\sigma_y = 0,3 \text{ ГПа}$, предел прочности $\sigma_u = 0,317 \text{ ГПа}$.

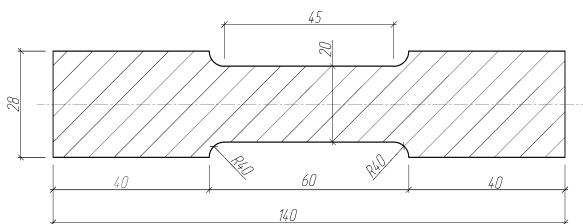


Рис. 2.1.3

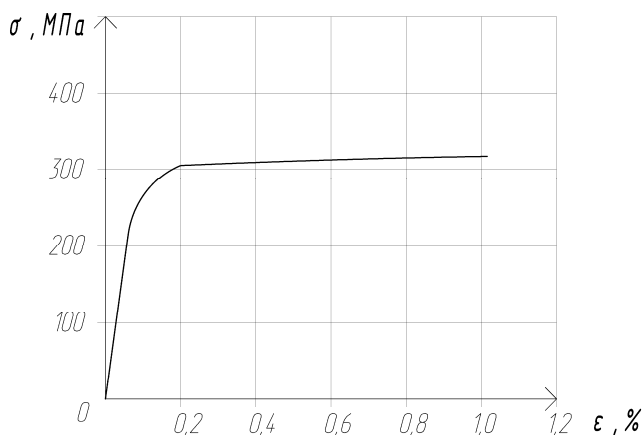


Рис. 2.1.4

Способ закрепления образцов для испытаний на изгиб

У консольных цилиндрических оболочек один торец жестко зашпелен, другой торец, свободный в перемещениях, укреплен жестким плоским днищем. В литературе, посвященной экспериментальным исследованиям, приведены различные способы закрепления торцов оболочек. В.И. Моссаковский [96] использовал дюралюминиевые цилиндрические оболочки, выточенные на токарном станке с утолщением на торцах. Иногда при испытаниях оболочек использовались образцы со специальным торцевым приспособлением в виде замкнутого жесткого кольца, надеваемого на оболочку.

Для снижения трудоемкости экспериментальных исследований при разработке методики испытания использовались материалы публикаций А.В. Саченкова, Н.А. Алфутова [4; 121].

Принципиальная схема установки исследования изгиба консольно-закрепленных цилиндрических оболочек с наполнителем показана на рис. 2.1.5, 2.1.6. Испытательный стенд разработан индивидуально применительно к проводимым экспериментальным исследованиям. Стенд выполнен из стального листа толщиной 10 мм.

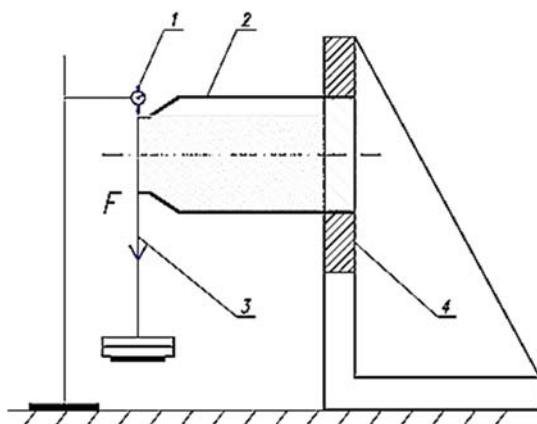


Рис. 2.1.5. Нагружение оболочки вертикально вниз:
1 – индикатор часового типа, 2 – нагружаемый образец,
3 – тяга с грузами, 4 – испытательный стенд

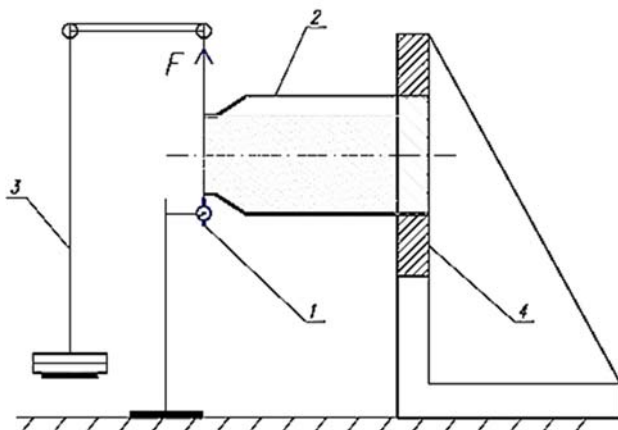


Рис. 2.1.6. Нагружение оболочки вертикально вверх:
1 – индикатор часового типа, 2 – нагружаемый образец,
3 – тяга с грузами, 4 – испытательный стенд

Жесткая заделка испытываемых образцов выполнялась следующим образом. Была выточена муфта по внутреннему диаметру образца. Внутри торца оболочки плотно вставлялась металлическая втулка. Снаружи образец обжимался полуvtулками двумя болтами, расположенными в диаметрально противоположных местах. Вся эта конструкция плотно встав-

лялась в стенд и закреплялась болтами. Стенд четырьмя болтами прикреплялся к металлической раме. Отсутствие перемещений стенда с образцом как жесткого целого проверялось индикаторами часового типа.

Образцы для испытания на изгиб цилиндрических оболочек с наполнителем, свободно опертых по концам на две опоры

Для выполнения экспериментальных исследований на первом этапе были определены размеры образца. Большегрузная емкость для автомобильной транспортировки сыпучих грузов имеет следующие размеры:

- внутренний радиус $R = 1270$ мм;
- толщина стенки $h = 5$ мм;
- расстояние между опорами $L = 15973$ мм;
- материал АМг5 ГОСТ 4784-97.

Таким образом, характерные размеры цистерны соотносятся друг с другом следующим образом: $\frac{h}{R} = 0,00393$; $\frac{R}{L} = 0,08$; или $\frac{L}{R} = 12,5$;

$$\frac{R}{h} = 254.$$

Для изготовления модельных образцов цистерны в рассматриваемом варианте нагружения и граничных условий использовали стальные листы. Толщина листов варьировалась, но таким образом, чтобы сохранить соотношения

$\frac{h}{R} = 0,00393$ и $\frac{R}{L} = 0,08$. Предварительными расчетами по балочной схеме на двух опорах (рис. 2.1.7) определили необходимые размеры образцов. Для изготовления испытуемого образца применяется сталь Ст3, предел текучести $\sigma_T = 210$ МПа. Расчет проводился по предельному состоянию.

Масса груза определяется по формуле:

$$m = \rho \cdot V = \rho \cdot \pi R^2 \cdot L \quad (2.1.2)$$

Интенсивность равномерно распределенной по длине оболочки погонной нагрузки вычисляется следующим образом:

$$q = \frac{m \cdot g}{L}, \text{ где } g = 9,81 \frac{M}{c^2} \quad (2.1.3)$$

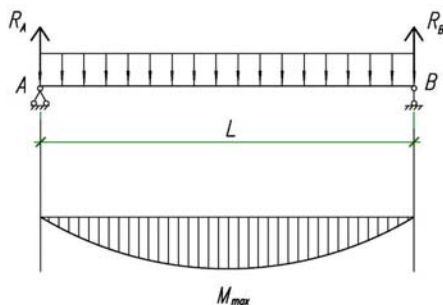


Рис. 2.1.7

Наибольший изгибающий момент действует на середине длины образца и определяется по формуле:

$$M_{\max} = R_A \cdot \frac{L}{2} - \frac{q \cdot \left(\frac{L}{2}\right)^2}{2} = \frac{q \cdot L^2}{8}; \quad R_A = \frac{q \cdot L}{2} \quad (2.1.4)$$

В расчетах рассматривались варианты загрузки оболочки:

- водой;
- металлическим порошком;
- речным песком.

Результаты расчетов приведены в таблицах 2.1.1–2.1.3.

Из расчетов видно, что в упругой области цилиндрическая оболочка теряет устойчивость при продольных напряжениях порядка $\sigma_z = (0,7 \div 0,75) \cdot \sigma_T$. Из таблицы 2.1.1. заключаем, что для емкости диаметром $D = 408$ мм, выполненной из стального листа толщиной $h = 0,8$ мм длина необходимая для потери устойчивости при загрузке водой должна составлять $L \approx 8.. \div 9$ м. Такая длина неприемлема для испытания образцов в лабораторных условиях.

Согласно результатам предварительных расчетов при загрузке цилиндрической емкости речным песком ее длина должна составлять $L = 5,5. \div 6,5$ м, а при загрузке металлическим порошком $L = 2,5. \div 4,0$ м (рис. 2.1.8).

Сравнительный анализ полученных данных предварительных расчетов и оценка стоимости экспериментальных исследований показали, что для обоснования разрабатываемой вычислительной модели целесообразно в качестве испытываемых образцов применять трубы из стали Ст3 с наружным диаметром $D = 160$ мм, толщиной стенки $h = 0,75$ мм и длиной $L = 2500$ мм.

Таблица 2.1.1

Критические продольные напряжения при загрузке образца водой

h, мм	D, мм	L, м	$\frac{h}{R}$	$\frac{R}{L}$	V, м ³	$\rho, \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	m, кг	$q, \frac{\text{Н}}{\text{мм}}$	$M_{\max}, \text{кН} \cdot \text{м}$	$\sigma_z, \text{МПа}$
Загрузка – вода										
0,8	408	3,5	0,00393	0,058	0,454	1000	454	1,26	1,93	25
0,8	408	5	0,00393	0,041	0,648	1000	648	1,26	3,94	50
0,8	408	7,5	0,00393	0,027	0,972	1000	972	1,26	8,86	113
0,8	408	9,0	0,00393	0,0227	1,17	1000	1170	1,26	12,75	163
0,8	408	10	0,00393	0,0204	1,296	1000	1290	1,26	15,75	202
0,8	408	8	0,00393	0,0255	1,04		1040	1,26	10,1	129

Таблица 2.1.2

Критические продольные напряжения при загрузке образца металлическим порошком

h, мм	D, мм	L, м	$\frac{h}{R}$	$\frac{R}{L}$	V, м ³	$\rho, \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	m, кг	$q, \frac{\text{Н}}{\text{мм}}$	$M_{\max}, \text{кН} \cdot \text{м}$	$\sigma_z, \text{МПа}$
0,8	408	3,5	0,00393	0,058	0,454	7700	3487	9,77	14,96	191
0,8	408	2,0	0,00393	0,102	0,26	7700	1992	9,77	4,88	63
0,8	408	2,55	0,00393	0,08	0,33	7700	2540	9,77	7,94	101
0,8	408	3,0	0,00393	0,068	0,39	7700	2989	9,77	10,99	140

Таблица 2.1.3

Критические продольные напряжения при загрузке образца грунтом

h, мм	D, мм	L, м	$\frac{h}{R}$	$\frac{R}{L}$	V, м ³	$\rho, \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	m, кг	$q, \frac{H}{\text{мм}}$	$M_{\max}, \text{кН} \cdot \text{м}$	$\sigma_z, \text{МПа}$
0,8	408	5	0,00393	0,041	0,648	2000	1296	2,52	8	102
0,8	408	7,5	0,00393	0,027	0,972	2000	1944	2,52	17,72	227
0,8	408	6,0	0,00393	0,034	0,78	2000	1555	2,52	11,34	145

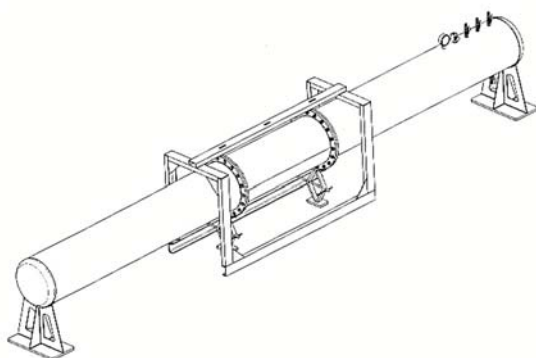


Рис. 2.1.8

Труба, заполненная речным песком массой $m = 60$ кг, устанавливается на две опоры (неподвижные плиты), расположенные на расстоянии 2400 мм друг от друга. Для реализации граничных условий в эксперименте в образец с торцов плотно вставлялись жесткие кольца, которые позволили сохранить круговую форму торцов оболочки. Погрешностями в реализации граничных условий можно пренебречь, поскольку моменты и продольные усилия на опоре малы, а напряженно-деформированное состояние на участке опирания образца носит локальный характер.

Принципиальная схема нагружения приведена на рис. 2.1.9.

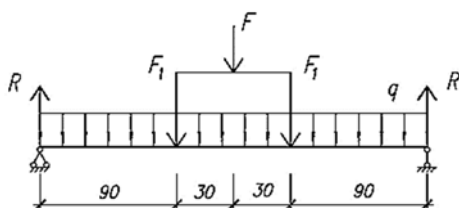


Рис. 2.1.9

Как показали предварительные расчеты, под действием собственного веса и веса песка исследуемая труба не теряет устойчивость. Поэтому ее догружали дополнительными поперечными силами F , создаваемыми домкратом (рис. 2.1.11, поз. 1) через динамометр марки ДОСМ-3-3 (поз. 2) и передаваемыми через нагружающее устройство (поз. 3). Расстояние между опорами нагружающего устройства принимали 600 мм. Средняя часть трубы (зона потери устойчивости) оставалась свободной от нагрузки. Прогиб трубы на середине длины измеряли индикатором часового типа ИЧ-10 (поз. 4).



Рис. 2.1.10

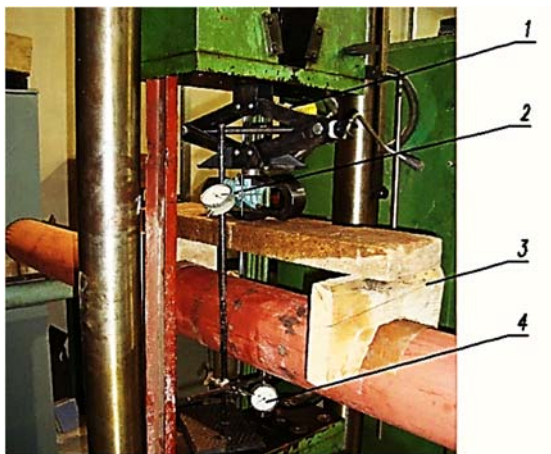


Рис. 2.1.11

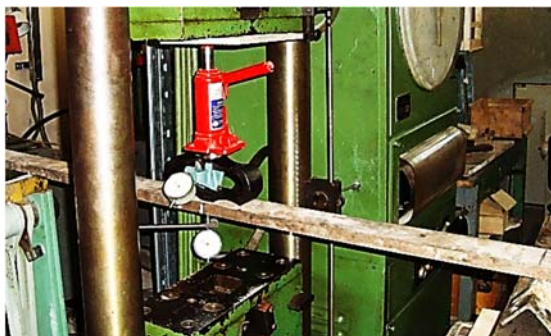


Рис. 2.1.13

Тарировка динамометра проводилась на балке (рис. 2.1.13) сечением 22 x 70 мм при прогибе 1,51 см. Балка загружалась гидравлическим домкратом, замерялся прогиб. Величина усилия фиксировалась динамометром со шкалой деления, где 0,01 мм соответствует 0,53 кН. Тарировка динамометра выполнялась с точностью до 0,01 кН. Для определения механических характеристик стали Ст3, из которой выполнены образцы, совместно с Казаковым Д.А. на универсальной испытательной машине ZWICK-Z030 была получена диаграмма деформирования в соответствии с ГОСТом 1497-84. Диаграммы деформирования испытанных образцов приведены на рис. 2.1.14. На основе диаграмм деформирования получены следующие значения деформационных характеристик: модуль сдвига $G = 85,6$ ГПа, коэффициент объемного сжатия 163,1 ГПа, предел прочности 0,29 ГПа, предел текучести $\sigma_y = 0,18$ ГПа.

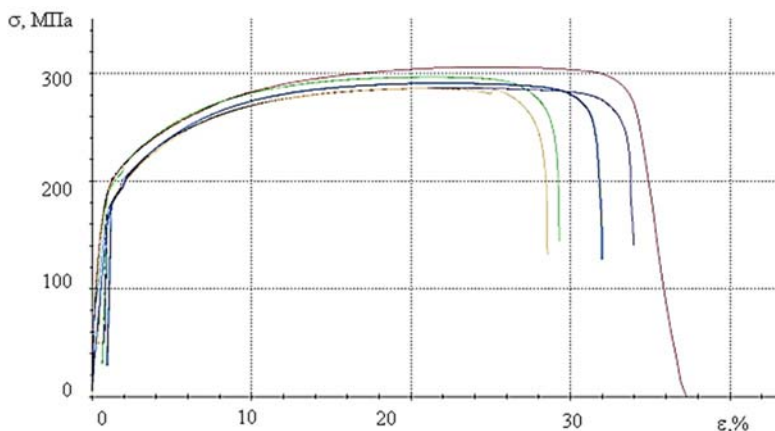


Рис. 2.1.14

Методика испытания на изгиб консольно-закрепленных оболочек с наполнителем

Задача экспериментальных исследований – определение форм потери устойчивости, изменение формы поперечного сечения в процессе деформирования, определение величины критической нагрузки и перемещений образца, измерение деформаций.

Программа испытания состоит из следующих этапов:

- выбор образца, визуальный осмотр начальных несовершенств;
- измерение начальных геометрических размеров образца, нанесение рисок на его рабочей поверхности;

- наклеивание тензорезисторов на наружную поверхность образца в верхней и нижней точке на расстоянии 15,5 мм от заделки (предполагаемом месте потери устойчивости) в осевом и кольцевом направлениях;
- закрепление одного конца образца на стенде;
- заполнение образца металлическим порошком объемом, заданным экспериментом;
- настройка измерительного оборудования;
- подключение тензорезисторов к измерителю деформаций;
- нагружение образца – первая шаговая нагрузка;
- измерение показаний тензорезисторов прибором ИДЦ-1 и Теремом-4;
- измерение перемещение нагружаемого торца образца индикатором часового типа ИЧ-10;

– измерение диаметров в осевом и кольцевом направлениях электронным штангенциркулем в 4 сечениях по длине образца (измерения проводились электронным штангенциркулем Matrix 31611 в 4 поперечных сечениях: в сечении 1–1 на расстоянии 15,5 мм от жесткой заделки образца; в сечении 2–2 на расстоянии 35,5 мм (по крайней точке тензорезистора, расположенного в меридиональном направлении); в сечении 3–3 на расстоянии 54,5 мм; сечении 4–4 на расстоянии 88 мм);

- измерение меридиональных и кольцевых деформаций;
- дальнейшее пошаговое увеличение вертикальной нагрузки на торце образца и повторение всех вышеприведенных измерений; фиксация деформированной формы образца при потери устойчивости;
- дальнейшее нагружение вертикальной силой с целью изучения критического поведения образца до общей потери устойчивости образца.

После проведения экспериментов выполняли статистическую обработку результатов по нижеприведенному алгоритму [117].

Алгоритм статистической обработки экспериментальных данных

1. Определяем среднее арифметическое значение результатов измерения:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \quad (2.1.5)$$

где X – измеряемая величина прогибов оболочки y , мм, n – количество проведенных испытаний, X_i – экспериментальные значения измеряемой величины (величина прогиба)

2. Определяем дисперсию:

$$\sigma = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (2.1.6)$$

3. Определяем среднее квадратичное отклонение измеряемой величины:

$$s = \sqrt{\sigma} \quad (2.1.7)$$

4. Определяем коэффициент вариации измеряемой величины:

$$v = s/\bar{x} \cdot 100\% \quad (2.1.8)$$

5. Исключаем грубые ошибки экспериментальных измерений при принятой доверительной вероятности $P = 0,95$. Задаем вариационный ряд измерений $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_i \leq \dots \leq x_n$, вычисляем для крайних членов ряда

$$t_1 = \frac{\bar{x} - x_1}{s}, \quad t_2 = \frac{x_2 - \bar{x}}{s} \quad \text{для сравнения с критическими значениями}$$

$t_n(P)$, если при заданном числе n приемлемых результатов оказывается между двумя критическими значениями при надежности P_1 и P_2 , то с надежностью вывода, большей P_1 считаем что значением содержит грубую ошибку и исключаем из дальнейшей обработки экспериментов.

6. Определяем доверительный интервал на основе распределения Стьюдента:

$$\bar{x} - \frac{s}{\sqrt{n-1}} \cdot t(P, n-1) \leq a \leq \bar{x} + \frac{s}{\sqrt{n-1}} \cdot t(P, n-1) \quad (2.1.9)$$

где $t(P, n-1)$ – критерий Стьюдента при доверительной вероятности P .

После статистической обработки проведенных экспериментальных исследований определяли зависимость прогиба образца в области нагружения от прикладываемого вертикального усилия, рассчитывали напряжения в образце, фиксировали величину критической нагрузки и остаточную деформированную форму образца.

На основе разработанной методики осуществлен ряд экспериментов. Ниже представлены несколько типов проведенных испытаний.

1. Один торец образца жестко защемлен, к другому прикладывается поперечная нагрузка направленная вниз (рис. 2.1.15), образец без наполнителя.

2. Один торец образца жестко защемлен, к другому прикладывается поперечная нагрузка направленная вниз; образец заполнен железным порошком весом 1150 г.

3. Один торец образца жестко защемлен, к другому прикладывается поперечная нагрузка направленная вверх (рис. 2.1.16); образец заполнен железным порошком весом 1150 г.

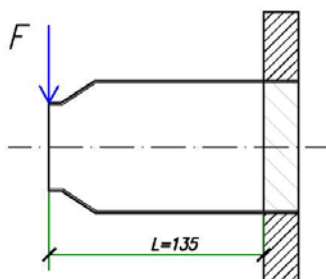


Рис. 2.1.15

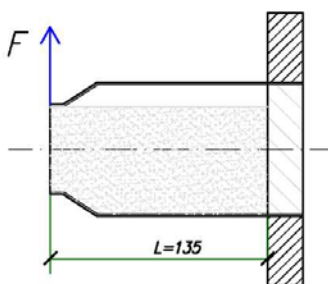


Рис. 2.1.16

Методика испытания на изгиб цилиндрических оболочек с наполнителем, свободно опертых по концам на две опоры

Задача проведения экспериментов – определение форм потери устойчивости, величины критической нагрузки и перемещений образца.

Программа испытания образца состоит из следующих этапов:

- выбор образца, визуальный осмотр начальных несовершенств;
- измерение начальных геометрических размеров образца;
- заполнение образца речным песком объемом, заданным условиями эксперимента;
- установка образца на две шарнирные опоры по торцам образца;
- настройка измерительного оборудования;
- нагружение образца – первая шаговая нагрузка;
- измерение перемещение в середине образца, в предполагаемом месте потери устойчивости индикатором часового типа ИЧ-10;
- дальнейшее пошаговое увеличение нагрузки до потери устойчивости образца; фиксация деформированной формы образца;
- дальнейшее нагружение вертикальной силой с целью изучения за критического поведения образца до его полного разрушения.

По проведенным экспериментальным исследованиям после статистической обработки строится зависимость прогиба образца в области нагружения от нагрузки, фиксируется остаточная деформированная форма образца.

По изложенной выше методике проведены следующие испытания.

1. Образец, заполненный речным песком, изгибается под действием собственного веса и поперечных перерезывающих сил (рис. 2.1.17).

2. Образец, подкрепленный ребром жесткости, заполненный речным песком, изгибается под действием собственного веса и поперечных перерезывающих сил (рис. 2.1.18).

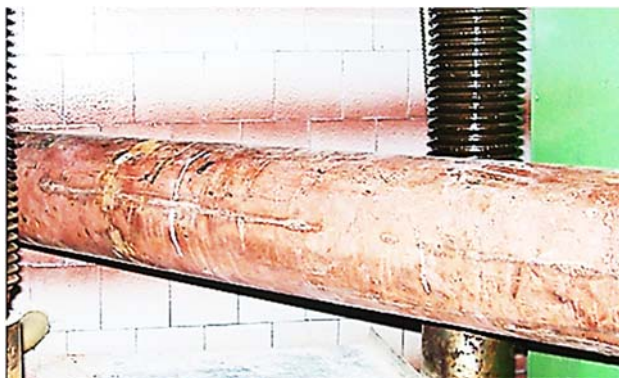


Рис. 2.1.17



Рис. 2.1.18

2.2. КВАЗИСТАТИЧЕСКИЙ ИЗГИБ КОНСОЛЬНО-ЗАКРЕПЛЕННЫХ ТОНКОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С ЗАПОЛНИТЕЛЕМ

Первый эксперимент – изгиб оболочки без наполнителя, вертикальное усилие направлено вниз. Результаты экспериментов представлены в таблицах 2.2.1. Проведена статистическая обработка полученных экспериментальных данных. Из статистической обработки исключены эксперименты с грубыми ошибками измерений. Таким образом, были выбраны 10 экспериментов. По гипотезе о нормальности распределения параметра несущей способности оценены значения критической нагрузки и дисперсия. На графике (рис. 2.2.1) показана зависимость величины прогиба от нагрузки по средним статистическим значениям, полученным в экспериментах.

При статистической обработке по задаваемому значению надежности $P = 0,95$ и при $n = 10$ по табл. 4 [117] определен критерий Стьюдента $t(P, n - 1) = t(0,95;9) = 2,262$.

Критическая сила, при которой происходит потеря устойчивости образца без наполнителя при изгибе, равна $F = 0,194кН$ при максимальном прогибе $f = 1,0мм$ (рис. 2.2.1).

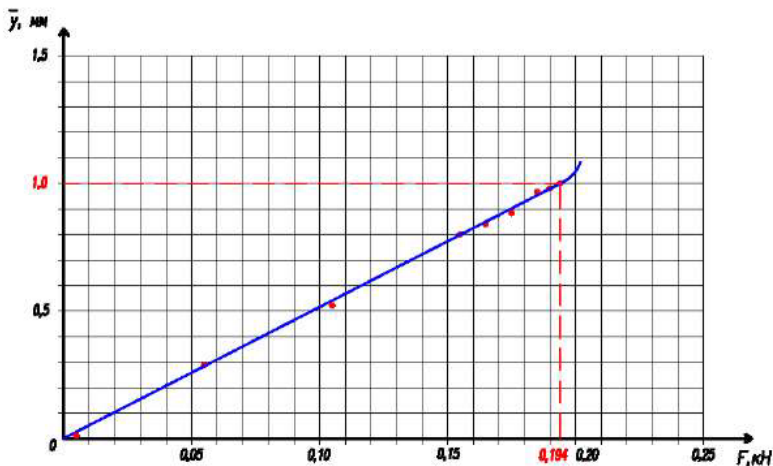


Рис. 2.2.1

При достижении критического значения нагрузки в сжатой зоне образца появляется ромбовидная вмятина, направленная к центру кривизны. При дальнейшем нагружении образцов, происходит рост деформаций и, как следствие, образование новых ромбовидных вмятин. Для наглядности на рис. 2.2.2, 2.2.3. приведены фотографии испытанных образцов.

Таблица 2.2.1

$F, \text{кН}$	<i>Образец 1</i>			<i>Образец 2</i>			<i>Образец 3</i>		
	$y, \text{мм}$	$\Delta y, \text{мм}$	$(\Delta y)^2, \text{мм}^2$	$y, \text{мм}$	$\Delta y, \text{мм}$	$(\Delta y)^2, \text{мм}^2$	$y, \text{мм}$	$\Delta y, \text{мм}$	$(\Delta y)^2, \text{мм}^2$
0,005	0,01	0	0	0,01	0	0	0,01	0	0
0,055	0,28	0		0,24	0,04	0,0016	0,26	0,02	0,0004
0,105	0,52	0	0	0,49	0,03	0,0009	0,50	0,02	0,0004
0,155	0,78	0,01	0,0001	0,74	0,03	0,0009	0,73	0,04	0,0016
0,165	0,85	0,01	0,0001	0,80	0,04	0,0016	0,82	0,02	0,0004
0,175	0,90	0,02	0,0004	0,84	0,04	0,0016	0,87	0,01	0,0001
0,185	0,97	0,01	0,0001	0,91	0,05	0,0025	0,94	0,02	0,0004
0,190	0,98	0	0	0,94	0,04	0,0016	0,97	0,01	0,0001
0,194	1,0	–	–	0,95	0,05	0,0025	0,99	0,01	0,0001
	<i>Образец 4</i>			<i>Образец 5</i>			<i>Образец 6</i>		
0,005	0,01	0	0	0,01	0	0	0,01	0	0
0,055	0,32	0,04	0,0016	0,27	0,01	0,0001	0,31	0,03	0,0009
0,105	0,53	0,01	0,0001	0,53	0,01	0,0001	0,55	0,03	0,0009
0,155	0,79	0,02	0,0004	0,78	0,01	0,0001	0,80	0,03	0,0009
0,165	0,89	0,05	0,0025	0,85	0,01	0,0001	0,87	0,03	0,0009
0,175	0,94	0,06	0,0036	0,89	0,01	0,0001	0,91	0,03	0,0009
0,185	1,03	0,07	0,0049	0,98	0,02	0,0004	1,00	0,04	0,0016
0,190	1,05	0,07	0,0049	1,0	0,02	0,0004	1,02	0,04	0,0016
0,194	1,06	0,06	0,0036	1,02	0,02	0,0004	1,04	0,04	0,0016

$F, \text{кН}$	Образец 7			Образец 8			Образец 9		
	$y, \text{мм}$	$\Delta y, \text{мм}$	$(\Delta y)^2, \text{мм}^2$	$y, \text{мм}$	$\Delta y, \text{мм}$	$(\Delta y)^2, \text{мм}^2$	$y, \text{мм}$	$\Delta y, \text{мм}$	$(\Delta y)^2, \text{мм}^2$
0,005	0,01	0	0	0,01	0	0	0,01	0	0
0,055	0,23	0,05	0,0025	0,32	0,04	0,0016	0,32	0,04	0,0016
0,105	0,47	0,05	0,0025	0,50	0,02	0,0004	0,60	0,08	0,0064
0,155	0,73	0,04	0,0016	0,79	0,02	0,0004	0,82	0,05	0,0025
0,165	0,79	0,05	0,0025	0,88	0,04	0,0016	0,87	0,03	0,0009
0,175	0,82	0,06	0,0036	0,92	0,04	0,0016	0,90	0,02	0,0004
0,185	0,90	0,06	0,0036	0,97	0,01	0,0001	0,98	0,02	0,0004
0,190	0,92	0,06	0,0036	0,99	0,01	0,0001	1,0	0,02	0,0004
0,194	0,94	0,06	0,0036	1,01	0,01	0,0001	1,05	0,05	0,0025
$F, \text{кН}$	Образец 10			$\bar{y}, \text{мм}$	$S_y, \text{мм}$	$\bar{\Delta y}, \text{мм}$	Относительная погрешность, %		
	$y, \text{мм}$	$\Delta y, \text{мм}$	$(\Delta y)^2, \text{мм}^2$						
0,005	0,01	0	0	0,01	0	0	0		
0,055	0,27	0,01	0,0001	0,28	0,0340	0,0256	9,14		
0,105	0,48	0,04	0,0016	0,52	0,0385	0,0290	5,58		
0,155	0,75	0,02	0,0004	0,77	0,0314	0,0237	3,08		
0,165	0,81	0,03	0,0009	0,84	0,0358	0,0270	3,21		
0,175	0,85	0,03	0,0009	0,88	0,0383	0,0289	3,28		
0,185	0,91	0,05	0,0025	0,96	0,0428	0,0323	3,36		
0,190	0,93	0,05	0,0025	0,98	0,0411	0,0310	3,16		
0,194	0,94	0,06	0,0036	1,0	0,0450	0,0340	3,40		

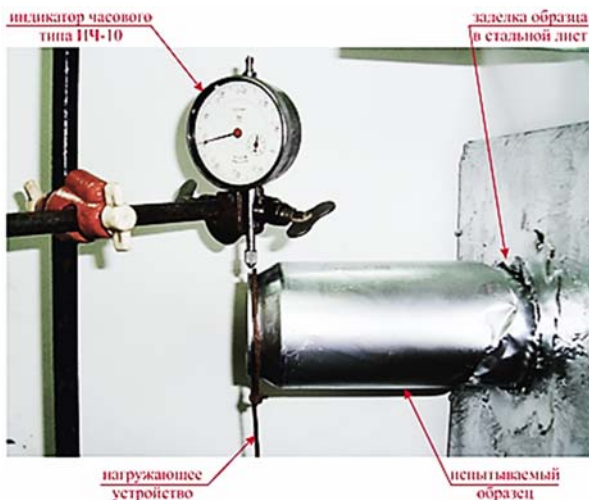


Рис. 2.2.2. Вид сбоку

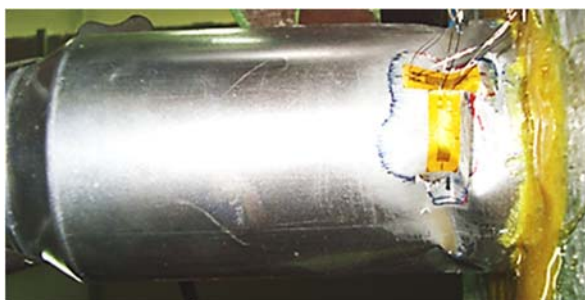


Рис. 2.2.3. Вид снизу

На расстоянии 15,5 мм, 27,5 мм, 54,5 мм, 88 мм от заделанного торца оболочки измеряли диаметры в вертикальном и горизонтальном направлениях. В таблице 2.2.2 приведены средние значения диаметров по 10 экспериментам.

Как показали результаты измерений до потери устойчивости в образце без наполнителя происходит значительное изменение формы поперечного сечения. На расстоянии 15,5 мм от заделки с ростом нагрузки проявляется ярко выраженная каплевидная форма поперечного сечения оболочки. Изменение вертикального и горизонтального диаметров составляет

$$\Delta D_{\text{в}} = 0,48 \div 0,62 \text{ мм}, \Delta D_{\text{г}} = 0,25 \div 0,36 \text{ мм}.$$

Таблица 2.2.2

$F, \text{кН}$	$L=15,5 \text{ мм}$		$L=27,5 \text{ мм}$		$L=54,5 \text{ мм}$		$L=88,0 \text{ мм}$	
	$D_z, \text{мм}$	$D_\theta, \text{мм}$	$D_z, \text{мм}$	$D_\theta, \text{мм}$	$D_z, \text{мм}$	$D_\theta, \text{мм}$	$D_z, \text{мм}$	$D_\theta, \text{мм}$
0,005	–	65,45	65,42	65,42	65,49	65,5	65,45	65,4
0,055	–	65,88	65,25	65,86	65,31	65,82	65,36	65,85
0,105	–	65,91	65,27	65,91	65,28	65,98	65,24	65,85
0,155	–	66,03	65,28	65,98	65,25	65,98	65,22	66,01
0,175	–	66,03	65,25	66,04	65,24	65,99	65,26	65,98
0,185	–	66,03	65,44	65,40	65,42	65,87	65,58	65,73
0,194	–	65,74	65,55	64,93	–	–	–	–

Таблица 2.2.3

$F, \text{кН}$	Средние показания тензорезисторов в нижней части образца		Средние показания тензорезисторов в верхней части образца	
	D_1	D_2	D_3	D_4
0,005	1086	1068	1080	1068
0,055	1095	1052	1072	1086
0,105	1102	1025	1064	1102
0,155	1110	1009	1058	1120
0,175	1112	0999	1058	1128
0,185	1112	0995	1056	1132
0,194	1112	0992	1052	1136

Для определения относительной деформации в продольном и поперечном направлениях наклеивались тензорезисторы на поверхность образца на расстоянии 15,5 мм от заделанного торца образца, вблизи с предполагаемым местом потери устойчивости. Тензорезистор №1 – наклеивался в нижней части оболочки в окружном направлении, №2 – в нижней части в продольном направлении, №3 – в верхней части оболочки в окружном направлении, №4 – в верхней части в продольном направлении. Все четыре тензорезистора наклеивались на наружную поверхность образца. Среднестатистические результаты измерений по 10 экспериментам сведены в таблицу 2.2.3.

Критическое напряжение в окружном направлении равно $\sigma_{1,cr} = 48,0$ МПа, критическое напряжение в продольном направлении равно $\sigma_{2,cr} = 80,8$ МПа. Напряжения определялись по закону Гука для плоского напряженного состояния.

Второй эксперимент – изгиб оболочки, заполненной металлическим порошком плотностью $\rho = 2,66$ г/см³ и общим весом $P_0 = 1150$ г. Вертикальное усилие направлено вниз. Процент заполнения 95%.

Экспериментальные исследования проводились в соответствии с изложенной выше методикой. Образец после жесткой заделки одного торца заполнялся сыпучим материалом весом 1150 г, а затем нагружался поперечными силами, прикладываемые к свободному торцу. Величина нагрузки увеличивалась с шагом 0,01–0,05 кН. На каждом шаге нагружения фиксировался прогиб оболочки. Результаты измерений приведены в таблице 2.2.4, где y – вертикальное перемещение оболочки в месте приложения нагрузки.

Испытано более 20 оболочек, путем отбраковки результатов выбраны 10 образцов. Форма потери устойчивости образцов показана на рис. 2.2.4 и рис. 2.2.6.



Рис. 2.2.4

Таблица 2.2.4

$F, \text{кН}$	<i>Образец 11</i>			<i>Образец 12</i>			<i>Образец 13</i>		
	$y, \text{мм}$	$\Delta y, \text{мм}$	$(\Delta y)^2, \text{мм}^2$	$y, \text{мм}$	$\Delta y, \text{мм}$	$(\Delta y)^2, \text{мм}^2$	$y, \text{мм}$	$\Delta y, \text{мм}$	$(\Delta y)^2, \text{мм}^2$
0,005	0,02	0	0	0,02	0	0	0,02	0	0
0,055	0,20	0	0	0,23	0,03	0,0009	0,22	0,02	0,0004
0,105	0,43	0	0	0,45	0,02	0,0004	0,48	0,05	0,0025
0,155	0,69	0,05	0,0025	0,65	0,01	0,0001	0,70	0,06	0,0036
0,195	0,81	0,04	0,0016	0,78	0,01	0,0001	0,85	0,08	0,0064
0,235	0,92	0,02	0,0004	0,89	0,01	0,0001	0,97	0,07	0,0049
0,275	1,10	0,03	0,0009	1,11	0,04	0,0016	1,13	0,06	0,0036
0,315	1,27	0,03	0,0009	1,29	0,05	0,0025	1,30	0,06	0,0036
0,325	1,34	0,03	0,0009	1,36	0,05	0,0025	1,37	0,06	0,0036
0,335	1,38	0,01	0,0001	1,40	0,03	0,0009	1,45	0,08	0,0064
0,345	1,39	0	0	1,42	0,03	0,0009	1,47	0,08	0,0064
0,355	1,43	0,01	0,0001	1,46	0,04	0,0016	1,50	0,08	0,0064
0,367	1,45	0,01	0,0001	1,49	0,03	0,0009	1,54	0,08	0,0064

Таблица 2.2.4. Продолжение

$F, \text{кН}$	Образец 14			Образец 15			Образец 16		
	$y, \text{мм}$	$\Delta y, \text{мм}$	$(\Delta y)^2, \text{мм}^2$	$y, \text{мм}$	$\Delta y, \text{мм}$	$(\Delta y)^2, \text{мм}^2$	$y, \text{мм}$	$\Delta y, \text{мм}$	$(\Delta y)^2, \text{мм}^2$
0,005	0,02	0	0	0,02	0	0	0,02	0	0
0,055	0,22	0,02	0,0004	0,17	0,03	0,0009	0,19	0,01	0,0001
0,105	0,45	0,02	0,0004	0,37	0,06	0,0036	0,40	0,03	0,0009
0,155	0,67	0,03	0,0009	0,59	0,05	0,0025	0,61	0,03	0,0009
0,195	0,80	0,03	0,0009	0,72	0,05	0,0025	0,74	0,03	0,0009
0,235	0,91	0,01	0,0001	0,87	0,03	0,0009	0,88	0,02	0,0004
0,275	1,09	0,02	0,0004	1,05	0,02	0,0004	1,03	0,04	0,0016
0,315	1,22	0,02	0,0004	1,21	0,03	0,0009	1,18	0,06	0,0036
0,325	1,28	0,03	0,0009	1,27	0,04	0,0016	1,26	0,05	0,0025
0,335	1,35	0,02	0,0004	1,30	0,07	0,0049	1,29	0,08	0,0064
0,345	1,37	0,02	0,0004	1,34	0,05	0,0025	1,32	0,07	0,0049
0,355	1,39	0,03	0,0009	1,37	0,05	0,0025	1,35	0,07	0,0049
0,367	1,42	0,04	0,0016	1,42	0,04	0,0016	1,38	0,08	0,0064

Таблица 2.2.4. Продолжение

$F, \text{кН}$	<i>Образец 17</i>			<i>Образец 18</i>			<i>Образец 19</i>		
	$y, \text{мм}$	$\Delta y, \text{мм}$	$(\Delta y)^2, \text{мм}^2$	$y, \text{мм}$	$\Delta y, \text{мм}$	$(\Delta y)^2, \text{мм}^2$	$y, \text{мм}$	$\Delta y, \text{мм}$	$(\Delta y)^2, \text{мм}^2$
0,005	0,02	0	0	0,02	0	0	0,02	0	0
0,055	0,17	0,03	0,0009	0,16	0,04	0,0016	0,23	0,03	0,0009
0,105	0,38	0,05	0,0025	0,34	0,09	0,0081	0,51	0,08	0,0064
0,155	0,58	0,06	0,0036	0,55	0,09	0,0081	0,70	0,06	0,0036
0,195	0,70	0,07	0,0049	0,69	0,08	0,0064	0,81	0,04	0,0016
0,235	0,85	0,05	0,0025	0,82	0,08	0,0064	0,95	0,05	0,0025
0,275	1,06	0,01	0,0001	1,01	0,06	0,0036	1,10	0,03	0,0009
0,315	1,22	0,02	0,0004	1,19	0,05	0,0025	1,29	0,05	0,0025
0,325	1,30	0,01	0,0001	1,26	0,05	0,0025	1,35	0,04	0,0016
0,335	1,35	0,02	0,0004	1,32	0,05	0,0025	1,43	0,06	0,0036
0,345	1,37	0,02	0,0004	1,35	0,04	0,0016	1,45	0,06	0,0036
0,355	1,42	0	0	1,39	0,03	0,0009	1,47	0,05	0,0025
0,367	1,46	0	0	1,43	0,03	0,0009	1,50	0,04	0,0016

Таблица 2.2.4. Продолжение

$F, \text{кН}$	<i>Образец 20</i>			$\bar{y}, \text{мм}$	$S_y, \text{мм}$	$\Delta \bar{y}, \text{мм}$	<i>Относительная погрешность, %</i>
	$y, \text{мм}$	$\Delta y, \text{мм}$	$(\Delta y)^2, \text{мм}^2$				
0,005	0,02	0	0	0,02	0	0	0
0,055	0,21	0,01	0,0001	0,20	0,0262	0,0198	9,90
0,105	0,47	0,04	0,0016	0,43	0,0542	0,0408	9,49
0,155	0,65	0,01	0,0001	0,64	0,0537	0,0405	6,33
0,195	0,79	0,02	0,0004	0,77	0,0534	0,0403	5,23
0,235	0,92	0,02	0,0004	0,90	0,0455	0,0343	3,81
0,275	1,07	0	0	1,07	0,0382	0,0288	2,69
0,315	1,25	0,01	0,0001	1,24	0,0440	0,0332	2,68
0,325	1,33	0,02	0,0004	1,31	0,0429	0,0324	2,47
0,335	1,40	0,03	0,0009	1,37	0,0543	0,0409	2,99
0,345	1,43	0,04	0,0016	1,39	0,0498	0,0375	2,70
0,355	1,45	0,03	0,0009	1,42	0,0480	0,0362	2,55
0,367	1,48	0,02	0,0004	1,46	0,0470	0,0355	2,43

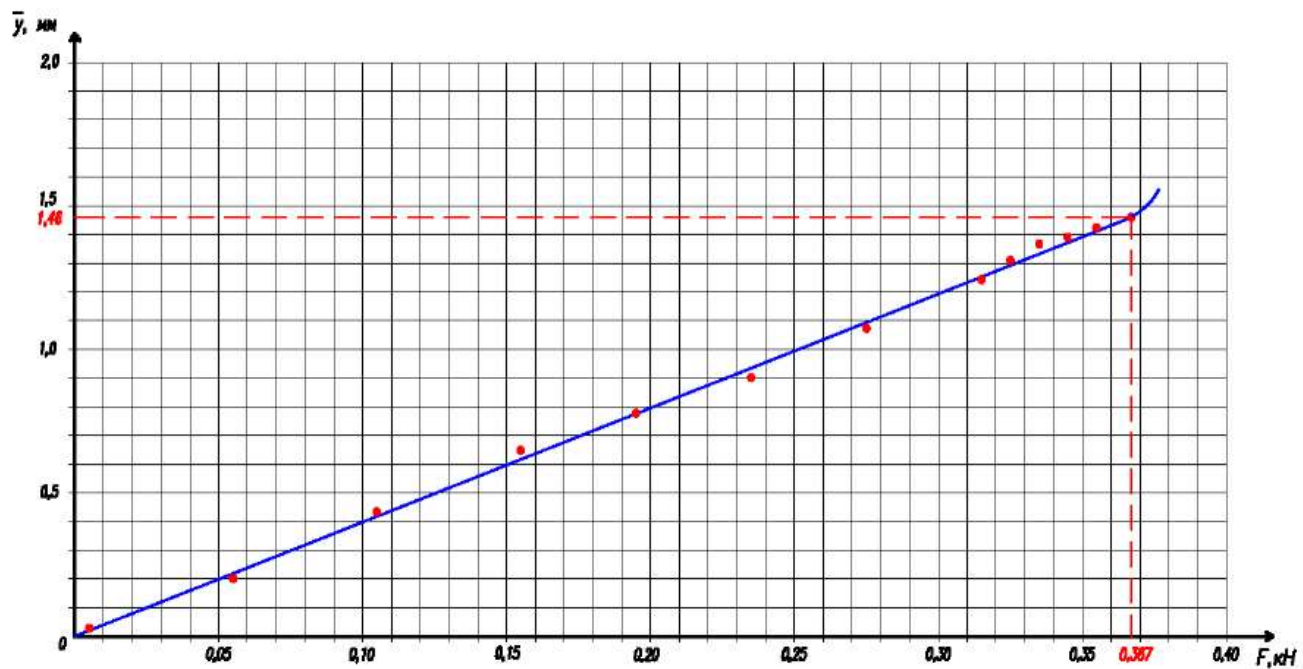


Рис. 2.2.5

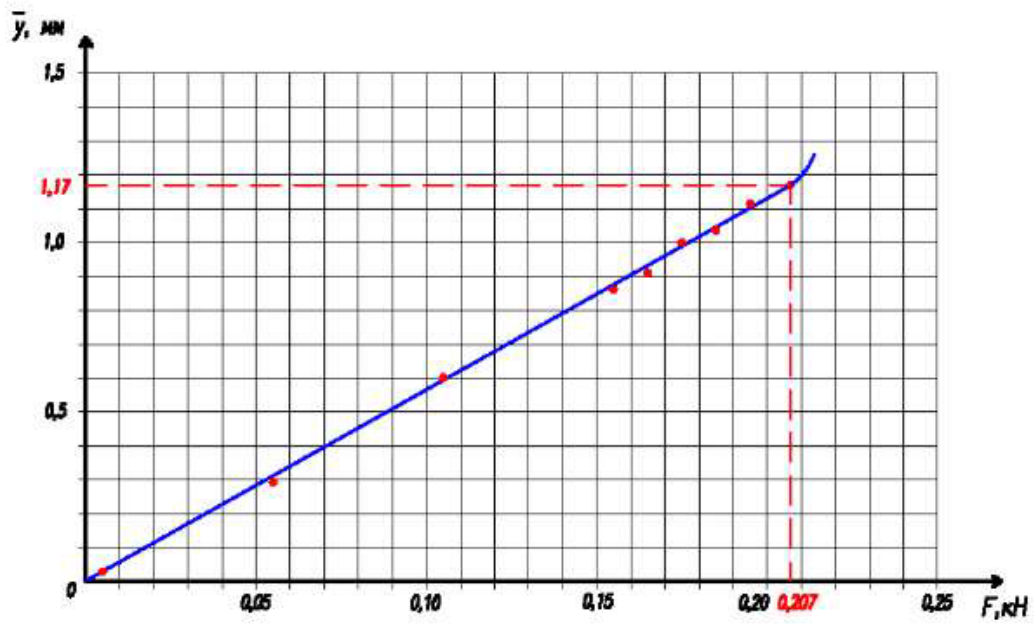


Рис. 2.2.7

При статистической обработке по задаваемому значению надежности $P = 0,95$ и при $n = 10$ по табл. 4 [117] определен критерий Стьюдента $t(P, n - 1) = t(0,95;9) = 2,262$.

По результатам экспериментов от действия поперечной силы построен график зависимости перемещений от нагрузки (рис. 2.2.5).

Критическая сила, при которой происходит потеря устойчивости образца при изгибе $F = 0,367 \text{ кН}$ при максимальном прогибе $f = 1,46 \text{ мм}$ (рис. 2.2.5). Критическое напряжение в поперечном направлении $\sigma_{1, cr} = 74,6 \text{ МПа}$, критическое напряжение в продольном направлении $\sigma_{2, cr} = 124,3 \text{ МПа}$.

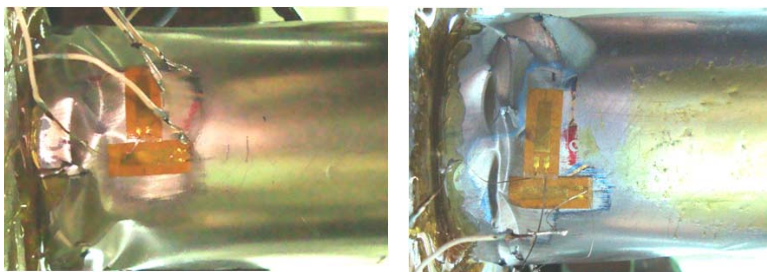


Рис. 2.2.6

При экспериментальном исследовании испытания повторялись многократно с целью обнаружения отклонений в результатах. На основе такого подхода была осуществлена косвенная проверка стабильности результатов. Выбранная методика проведения экспериментов показала высокую повторяемость в поведении образцов, в значениях критических нагрузок, в форме потери устойчивости.

Среднее изменение диаметров в зоне потери устойчивости для заполненных образцов составило $\Delta D_6 = 0,45 \text{ мм}$, $\Delta D_2 = 0,22 \text{ мм}$.

Третий эксперимент – изгиб оболочки, заполненной металлическим порошком плотностью $\rho = 2,66 \text{ г/см}^3$ и общим весом $P_0 = 1150 \text{ г}$. Вертикальное усилие направлено вверх.

Нагружение образца выполнялось аналогично эксперименту №2. Проведена статистическая обработка полученных экспериментальных данных. Результаты исследований приведены в таблице 2.2.5. На графике (рис. 2.2.7) показана зависимость величины прогиба от нагрузки по средним статистическим значениям, полученным в экспериментах.

Таблица 2.2.5

$F, \text{кН}$	Образец 21			Образец 22			Образец 23		
	$y, \text{мм}$	$\Delta y, \text{мм}$	$(\Delta y)^2, \text{мм}^2$	$y, \text{мм}$	$\Delta y, \text{мм}$	$(\Delta y)^2, \text{мм}^2$	$y, \text{мм}$	$\Delta y, \text{мм}$	$(\Delta y)^2, \text{мм}^2$
0,005	0,02	0	0	0,02	0	0	0,02	0	0
0,055	0,28	0	0	0,31	0,03	0,0009	0,30	0,02	0,0004
0,105	0,61	0,01	0,0001	0,65	0,05	0,0025	0,64	0,04	0,0016
0,155	0,88	0,02	0,0004	0,91	0,05	0,0025	0,89	0,03	0,0009
0,165	0,94	0,03	0,0009	0,97	0,06	0,0036	0,95	0,04	0,0016
0,175	1,06	0,06	0,0036	1,06	0,06	0,0036	1,04	0,04	0,0016
0,185	1,10	0,07	0,0049	1,08	0,05	0,0025	1,07	0,04	0,0016
0,195	1,18	0,07	0,0049	1,16	0,05	0,0025	1,14	0,03	0,0009
0,207	1,25	0,08	0,0064	1,22	0,05	0,0025	1,20	0,03	0,0009
$F, \text{кН}$	Образец 24			Образец 25			Образец 26		
0,005	0,02	0	0	0,02	0	0	0,02	0	0
0,055	0,29	0,01	0,0001	0,24	0,04	0,0016	0,26	0,02	0,0004
0,105	0,61	0,01	0,0001	0,56	0,04	0,0016	0,59	0,01	0,0001
0,155	0,87	0,01	0,0001	0,81	0,05	0,0025	0,84	0,02	0,0004
0,165	0,92	0,01	0,0001	0,87	0,04	0,0016	0,90	0,01	0,0001
0,175	1,00	0	0	0,96	0,04	0,0016	1,01	0,01	0,0001
0,185	1,04	0,01	0,0001	0,99	0,04	0,0016	1,03	0	0
0,195	1,12	0,01	0,0001	1,07	0,06	0,0036	1,10	0,01	0,0001
0,207	1,18	0,01	0,0001	1,12	0,05	0,0025	1,15	0,02	0,0004

$F, \text{кН}$	Образец 27			Образец 28			Образец 29		
	$y, \text{мм}$	$\Delta y, \text{мм}$	$(\Delta y)^2, \text{мм}^2$	$y, \text{мм}$	$\Delta y, \text{мм}$	$(\Delta y)^2, \text{мм}^2$	$y, \text{мм}$	$\Delta y, \text{мм}$	$(\Delta y)^2, \text{мм}^2$
0,005	0,02	0	0	0,02	0	0	0,02	0	0
0,055	0,25	0,03	0,0009	0,24	0,04	0,0016	0,30	0,02	0,0004
0,105	0,57	0,03	0,0009	0,54	0,06	0,0036	0,62	0,02	0,0004
0,155	0,83	0,03	0,0009	0,81	0,05	0,0025	0,84	0,02	0,0004
0,165	0,89	0,02	0,0004	0,86	0,05	0,0025	0,89	0,02	0,0004
0,175	0,98	0,02	0,0004	0,95	0,05	0,0025	0,97	0,03	0,0009
0,185	1,01	0,02	0,0004	0,96	0,07	0,0049	1,00	0,03	0,0009
0,195	1,08	0,03	0,0009	1,03	0,08	0,0064	1,08	0,03	0,0009
0,207	1,14	0,03	0,0009	1,10	0,07	0,0049	1,15	0,02	0,0004
$F, \text{кН}$	Образец 30			$\bar{y}, \text{мм}$	$S_y, \text{мм}$	$\bar{\Delta y}, \text{мм}$	Относительная погрешность, %		
	y	Δy	$(\Delta y)^2, \text{мм}^2$						
0,005	0,02	0	0	0,02	0	0	0		
0,055	0,31	0,03	0,0009	0,28	0,0283	0,0213	7,61		
0,105	0,63	0,03	0,0009	0,60	0,0362	0,0273	4,55		
0,155	0,89	0,03	0,0009	0,86	0,0357	0,0270	3,14		
0,165	0,94	0,03	0,0009	0,91	0,0367	0,0276	3,04		
0,175	1,03	0,03	0,0009	1,00	0,0411	0,0310	3,10		
0,185	1,05	0,02	0,0004	1,03	0,0438	0,0331	3,21		
0,195	1,12	0,01	0,0001	1,11	0,0476	0,0359	3,23		
0,207	1,17	0	0	1,17	0,0459	0,0364	3,11		

При статистической обработке по задаваемому значению надежности $P = 0,95$ и при $n = 10$ по табл. 4 [117] определен критерий Стьюдента $t(P, n - 1) = t(0,95;9) = 2,262$.

Критическая сила, при которой происходит потеря устойчивости образца при изгибе $F = 0,207 \text{ кН}$ при максимальном прогибе $f = 1,17 \text{ мм}$ (рис. 2.2.7).



а) остаточная форма образца – вид сбоку



б) остаточная форма образца – вид сверху

Рис. 2.2.8

Анализ результатов проведенных экспериментов можно резюмировать следующим образом.

1. Потери устойчивости оболочки не происходит до тех пор, пока максимальный прогиб не превышает десять ее толщин (рис. 2.2.1, 2.2.5, 2.2.7). При разгрузке образца до потери устойчивости, его первоначальная форма полностью восстанавливалась. Таким образом, потеря устойчивости образцов происходила в упругой стадии. Закритическое поведение оболочки сопровождается образованием локальных вмятин и пластических деформаций. После общей потери устойчивости испытываемого образца восстановление формы не происходит (рис. 2.2.3, 2.2.4, 2.2.6, 2.2.8).

2. У заполненных сыпучим материалом образцов меньше искажается форма поперечного сечения. Для образца без наполнителя в зоне потери устойчивости поперечное сечение приобретает каплевидную форму. Диаметр поперечного сечения в вертикальном направлении увеличивается на 0,48...0,62 мм, а в горизонтальном направлении уменьшается на 0,25...0,36 мм. Для образца, заполненного железным порошком, диаметр поперечного сечения в вертикальном направлении увеличивается на 0,45 мм, а в горизонтальном направлении уменьшается на 0,22 мм.

3. Образцы теряли устойчивость на расстоянии 15...15,5 мм (примерно, половина радиуса оболочки) от заделки в зоне максимальных продольных сжимающих напряжений. Для пустого образца критическое напряжение сжатия в продольном направлении равно 80,8 МПа, в окружном направлении растягивающее напряжение равно 48,0 МПа. Для образцов, заполненных металлическим порошком, при нагружающей силе направленной вниз, критическое напряжение сжатия в осевом направлении равно 124,3 МПа, в окружном направлении растягивающее напряжение равно 74,6 МПа. Таким образом, критическое напряжение в осевом направлении с применением наполнителя в этом варианте нагружения увеличилось на 53,8% по сравнению с критическим напряжением для пустого образца.

4. После появления первых вмятин не было замечено роста глубины вмятин. Наблюдалось распространение числа вмятин в поперечном сечении у закрепленного торца оболочки.

5. Критическая нагрузка для образца без наполнителя равна 0,194 кН. При заполнении образца металлическим порошком на 95% объема при приложении вертикальной нагрузке направленной вниз критическая нагрузка равна 0,367 кН (критическая сила увеличивается в 1,9 раза). Для образцов, заполненных на 95% объема железным порошком, но при нагружении на конце силой направленной вверх, критическая сила оказалась равной критической силе для пустого образца.

Таким образом, если весовая нагрузка наполнителя действует на сжимающую область оболочки, то сыпучий наполнитель:

- препятствует образованию вмятин;
- увеличивает значение критической силы.

Если весовая нагрузка наполнителя действует на растянутую область оболочки, то сыпучий наполнитель слабо влияет на значение критической силы.

6. Критические напряжения при поперечном изгибе коротких цилиндрических оболочек без наполнителя с длиной $L = (2 \div 3)R$ вычисляются по экспериментальной формуле [32]:

$$\sigma_{кр} = \frac{0,35 \cdot E}{(1 - \mu^2)^{5/8}} \cdot \left(\frac{\delta}{R}\right)^{5/4} \cdot \frac{l}{R} \quad (2.2.1)$$

где $E = 0,7 \cdot 10^5$ МПа, $l = 135$ мм длина оболочки, $R = 32,8$ мм радиус средней поверхности, $\delta = 0,1$ мм, $\mu = 0,3$.

Для испытанного образца без наполнителя критическое сжимающее напряжение, вычисленное по эмпирической формуле (2.2.1) равно $\sigma_{кр} = 77$ МПа. Отличие от значения, полученного в эксперименте $\sigma_{кр} = 80,8$ МПа, не превышает 5%.

7. Согласно экспериментальным исследованиям М.А. Ильгамова [60] формула для определения критического изгибающего момента для консольно-закрепленных коротких цилиндрических оболочек записывается в виде:

$$M_{кр} = \frac{E \cdot R \cdot h^2}{k \cdot (1 - \nu^2)} \quad (2.2.2)$$

Исходя из данной формулы, можно определить критическую нагрузку, при которой произойдет потеря устойчивости консольно-закрепленной цилиндрической оболочки. Для рассмотренного образца без наполнителя значение критической нагрузки по методике расчета М.А. Ильгамова равно $F_{кр} = 0,18$ кН. Расхождение со значением, полученным в эксперименте (0,194 кН), составляет 7,2%.

Результаты сравнительного анализа убеждают в правильности выполненных экспериментальных исследований и их хорошей согласованности с экспериментами других авторов.

2.3. ИЗГИБ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С ЗАПОЛНИТЕЛЕМ, СВОБОДНО ОПЕРТЫХ ПО КОНЦАМ НА ДВЕ ОПОРЫ ПРИ НАГРУЖЕНИИ СОБСТВЕННЫМ ВЕСОМ И ПЕРЕРЕЗЫВАЮЩИМИ СИЛАМИ

Экспериментальные исследования проводили в соответствии с изложенной в параграфе 2.1 методикой. Образец после установки на опоры

нагружался поперечными силами, величина которых увеличивалась с шагом 0,5кН. По мере приближения к критическому значению шаг нагружения уменьшался до 0,1кН. На каждом шаге нагружения фиксировался прогиб оболочки. Проведено испытания пяти образцов. Усредненные результаты измерений приведены в таблице 2.3.1, где y – прогиб в нижней точке на середине длины оболочки.

Первый эксперимент – образец, заполненный речным песком, под действием собственного веса и поперечных перерезывающих сил.



Рис. 2.3.1

Построена среднестатистическая зависимость $y = f(F)$, приведенная на рис. 2.3.1. На поверхности трубы в верхней части образовались пять гофр длиной 70–80 мм. При постепенном увеличении нагрузки в образце после потери устойчивости, в зоне образования гофр, возникают пластические деформации, что приводит к значительному увеличению прогиба. Процесс образование гофр показан на рис. 2.3.2.

При статистической обработке по задаваемому значению надежности $P = 0,95$ и при $n = 5$ по табл. 4 [117] определен критерий Стьюдента $t(P, n - 1) = t(0,95; 4) = 2,776$.

Критическая сила, при которой происходит потеря устойчивости образца без заполнителя при изгибе $F = 4,9кН$ при максимальном прогибе $f = 0,99см$ (рис. 2.3.1).

Таблица 2.3.1

$F, \text{кН}$	<i>Образец 31</i>			<i>Образец 32</i>		
	$y, \text{мм}$	$\Delta y, \text{мм}$	$(\Delta y)^2, \text{мм}^2$	$y, \text{мм}$	$\Delta y, \text{мм}$	$(\Delta y)^2, \text{мм}^2$
0,5	0,09	0	0	0,09	0	0
1,0	0,18	0,01	0,0001	0,20	0,01	0,0001
1,5	0,26	0,01	0,0001	0,28	0,01	0,0001
2,0	0,33	0,02	0,0004	0,36	0,01	0,0001
2,5	0,43	0,02	0,0004	0,47	0,02	0,0004
3,0	0,52	0,02	0,0004	0,55	0,01	0,0001
3,5	0,59	0,03	0,0009	0,64	0,02	0,0004
4,0	0,69	0,04	0,0016	0,77	0,04	0,0016
4,5	0,76	0,04	0,0016	0,83	0,03	0,0009
4,8	0,90	0,03	0,0009	0,96	0,03	0,0009
4,9	0,96	0,03	0,0009	1,03	0,04	0,0016

Таблица 2.3.1. Продолжение

$F, \text{кН}$	<i>Образец 33</i>			<i>Образец 34</i>		
	$y, \text{мм}$	$\Delta y, \text{мм}$	$(\Delta y)^2, \text{мм}^2$	$y, \text{мм}$	$\Delta y, \text{мм}$	$(\Delta y)^2, \text{мм}^2$
0,5	0,09	0	0	0,09	0	0
1,0	0,17	0,02	0,0004	0,20	0,01	0,0001
1,5	0,25	0,02	0,0004	0,29	0,02	0,0004
2,0	0,32	0,03	0,0009	0,38	0,03	0,0009
2,5	0,41	0,04	0,0016	0,49	0,04	0,0016
3,0	0,51	0,03	0,0009	0,58	0,04	0,0016
3,5	0,58	0,04	0,0016	0,67	0,05	0,0025
4,0	0,69	0,04	0,0016	0,79	0,06	0,0036
4,5	0,77	0,03	0,0009	0,86	0,06	0,0036
4,8	0,91	0,02	0,0004	0,98	0,05	0,0025
4,9	0,97	0,02	0,0004	1,05	0,06	0,0036

Таблица 2.3.1. Продолжение

$F, \text{кН}$	Образец 35			$\bar{y}, \text{мм}$	$S_y, \text{мм}$	$\Delta \bar{y}, \text{мм}$	Относительная погрешность, %
	$y, \text{мм}$	$\Delta y, \text{мм}$	$(\Delta y)^2, \text{мм}^2$				
0,5	0,09	0	0	0,09	0	0	0
1,0	0,20	0,01	0,0001	0,19	0,0141	0,0194	10,2
1,5	0,28	0,01	0,0001	0,27	0,0166	0,0230	8,53
2,0	0,34	0,01	0,0001	0,35	0,0245	0,0340	9,72
2,5	0,45	0	0	0,45	0,0316	0,0439	9,75
3,0	0,53	0,01	0,0001	0,54	0,0278	0,0386	7,15
3,5	0,61	0,01	0,0001	0,62	0,0371	0,0515	8,31
4,0	0,71	0,02	0,0004	0,73	0,0469	0,0651	8,92
4,5	0,77	0,03	0,0009	0,80	0,0444	0,0616	7,70
4,8	0,89	0,04	0,0016	0,93	0,0397	0,0551	5,92
4,9	0,93	0,06	0,0036	0,99	0,0502	0,0697	7,04



Рис. 2.3.2

Второй эксперимент – образец, подкрепленный ребром жесткости, заполненный речным песком, под действием собственного веса и поперечных перерезывающих сил

Образец подкрепляли ребром жесткости. Ребра жесткости выполнялись из стальных уголков 25 x 25 x 4 мм Ст3сп ГОСТ 8509-93. Ребро закрепляли двумя полочками на верхней наружной поверхности образца. Длина ребра жесткости равнялась длине образца. Соединение ребра с оболочкой осуществляли сплошным сварным швом в предполагаемой зоне потери устойчивости и прерывистым швом по остальной длине шагом 10 см (рис. 2.3.3). На рис. 2.3.4 представлена фотография экспериментальной установки, где поз. 1 – домкрат, поз. 2 – динамометр, поз. 3 – образец, поз. 4 – индикатор часового типа.



Рис. 2.3.3

Таблица 2.3.2

$F, \text{кН}$	Образец 36			Образец 37		
	$y, \text{мм}$	$\Delta y, \text{мм}$	$(\Delta y)^2, \text{мм}^2$	$y, \text{мм}$	$\Delta y, \text{мм}$	$(\Delta y)^2, \text{мм}^2$
0,5	0,06	0	0	0,06	0	0
1,0	0,12	0,01	0,0001	0,11	0	0
1,5	0,19	0,01	0,0001	0,18	0	0
2,0	0,27	0,02	0,0004	0,25	0	0
2,5	0,34	0,02	0,0004	0,34	0,02	0,0004
3,0	0,42	0,03	0,0009	0,41	0,02	0,0004
3,5	0,47	0,03	0,0009	0,45	0,01	0,0001
4,0	0,56	0,04	0,0016	0,54	0,02	0,0004
4,5	0,61	0,03	0,0009	0,58	0	0
5,0	0,69	0,05	0,0025	0,65	0,01	0,0001
5,5	0,76	0,04	0,0016	0,72	0	0
6,0	0,82	0,04	0,0016	0,78	0	0
6,5	0,89	0,05	0,0025	0,85	0,01	0,0001
7,0	0,96	0,06	0,0036	0,91	0,01	0,0001
7,5	1,01	0,05	0,0025	0,96	0	0
8,0	1,07	0,04	0,0016	1,04	0,01	0,0001
8,5	1,14	0,05	0,0025	1,10	0,01	0,0001
9,0	1,20	0,05	0,0025	1,18	0,03	0,0009
9,5	1,25	0,05	0,0025	1,22	0,02	0,0004
10,0	1,32	0,06	0,0036	1,29	0,03	0,0009
10,5	1,40	0,05	0,0025	1,38	0,03	0,0009
11,0	1,48	0,08	0,0064	1,43	0,03	0,0009
11,5	1,52	0,07	0,0049	1,47	0,02	0,0004
12,2	1,59	0,06	0,0036	1,54	0,01	0,0001

Таблица 2.3.2. Продолжение

$F, \text{кН}$	Образец 38			Образец 39		
	$y, \text{мм}$	$\Delta y, \text{мм}$	$(\Delta y)^2, \text{мм}^2$	$y, \text{мм}$	$\Delta y, \text{мм}$	$(\Delta y)^2, \text{мм}^2$
0,5	0,06	0	0	0,06	0	0
1,0	0,11	0	0	0,12	0,01	0,0001
1,5	0,17	0,01	0,0001	0,19	0,01	0,0001
2,0	0,24	0,01	0,0001	0,26	0,01	0,0001
2,5	0,30	0,02	0,0004	0,32	0	0
3,0	0,37	0,02	0,0004	0,40	0,01	0,0001
3,5	0,41	0,03	0,0009	0,44	0	0
4,0	0,49	0,03	0,0009	0,52	0	0
4,5	0,54	0,04	0,0016	0,60	0,02	0,0004
5,0	0,61	0,03	0,0009	0,66	0,02	0,0004
5,5	0,68	0,04	0,0016	0,74	0,02	0,0004
6,0	0,73	0,05	0,0025	0,81	0,03	0,0009
6,5	0,78	0,06	0,0036	0,88	0,04	0,0016
7,0	0,85	0,05	0,0025	0,94	0,04	0,0016
7,5	0,92	0,04	0,0016	1,00	0,04	0,0016
8,0	0,99	0,04	0,0016	1,06	0,03	0,0009
8,5	1,05	0,04	0,0016	1,12	0,03	0,0009
9,0	1,10	0,05	0,0025	1,20	0,05	0,0025
9,5	1,16	0,04	0,0016	1,24	0,04	0,0016
10,0	1,20	0,06	0,0036	1,30	0,04	0,0016
10,5	1,28	0,07	0,0049	1,38	0,03	0,0009
11,0	1,34	0,06	0,0036	1,42	0,02	0,0004
11,5	1,40	0,05	0,0025	1,48	0,03	0,0009
12,2	1,48	0,05	0,0025	1,56	0,03	0,0009

Таблица 2.3.2. Продолжение

$F, \text{кН}$	Образец 40			$\bar{y}, \text{мм}$	$S_y, \text{мм}$	$\Delta \bar{y}, \text{мм}$	Относительная погрешность, %
	$y, \text{мм}$	$\Delta y, \text{мм}$	$(\Delta y)^2, \text{мм}^2$				
0,5	0,06	0	0	0,06	0	0	0
1,0	0,10	0,01	0,0001	0,11	0,0080	0,0111	10,1
1,5	0,17	0,01	0,0001	0,18	0,0100	0,0139	7,72
2,0	0,24	0,01	0,0001	0,25	0,0132	0,0184	7,33
2,5	0,30	0,02	0,0004	0,32	0,0200	0,0278	8,68
3,0	0,37	0,02	0,0004	0,39	0,0235	0,0326	8,36
3,5	0,42	0,02	0,0004	0,44	0,0240	0,0333	7,57
4,0	0,48	0,04	0,0016	0,52	0,0335	0,0465	8,94
4,5	0,55	0,03	0,0009	0,58	0,0308	0,0428	7,38
5,0	0,60	0,04	0,0016	0,64	0,0371	0,0515	8,05
5,5	0,68	0,04	0,0016	0,72	0,0361	0,0501	6,96
6,0	0,75	0,03	0,0009	0,78	0,0384	0,0533	6,83
6,5	0,80	0,04	0,0016	0,84	0,0485	0,0673	8,01
7,0	0,85	0,05	0,0025	0,90	0,0507	0,0704	7,82
7,5	0,90	0,06	0,0036	0,96	0,0482	0,0669	6,97
8,0	0,97	0,06	0,0036	1,03	0,0442	0,0613	5,95
8,5	1,04	0,05	0,0025	1,09	0,0436	0,0605	5,55
9,0	1,09	0,06	0,0036	1,15	0,0548	0,0761	6,62
9,5	1,15	0,05	0,0025	1,20	0,0464	0,0644	5,37
10,0	1,21	0,05	0,0025	1,26	0,0552	0,0767	6,09
10,5	1,30	0,05	0,0025	1,35	0,0541	0,0751	5,56
11,0	1,34	0,06	0,0036	1,40	0,0610	0,0847	6,05
11,5	1,38	0,07	0,0049	1,45	0,0583	0,0809	5,58
12,2	1,47	0,06	0,0036	1,53	0,0517	0,0718	4,69

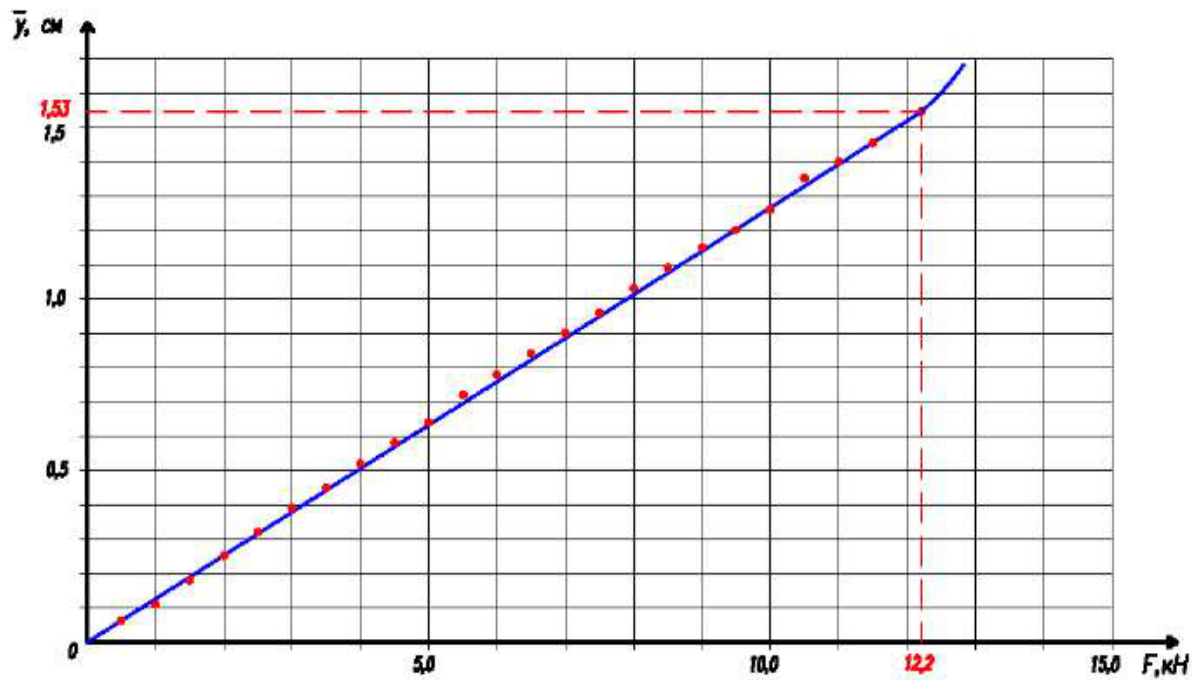


Рис. 2.3.5

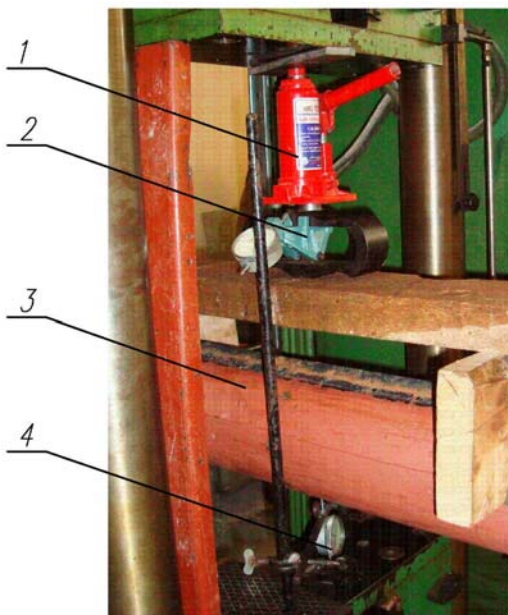


Рис. 2.3.4

При статистической обработке по задаваемому значению надежности $P = 0,95$ и при $n = 5$ по табл. 4 [117] определен критерий Стьюдента $t(P, n - 1) = t(0,95; 4) = 2,776$.

Среднестатистическая зависимость $y = f(F)$ приведена на рис. 2.3.5. При критической силе $F_{cr} = 12,2 \text{ кН}$ происходит потеря устойчивости трубы. Остаточная форма образца после потери устойчивости приведена на фотографиях (рис. 2.3.6).

Наблюдается общая совместная потеря устойчивости образца с уголком. Поскольку в работу включается ребро, придающее большую жесткость конструкции, критическая нагрузка увеличилась в 2,5 раза. Из рис. 2.3.5 видно, что при достижении нагружающей силой критического значения происходит излом графика зависимости между перемещением и нагрузкой, т.е. происходит потеря устойчивости образца. На поверхности трубы образовалась одна гофра. В процессе потери устойчивости при изгибе в подкрепленной цилиндрической оболочке вначале образуются нерегулярные гофры, затем же происходит общая потеря устойчивости в центральной части цилиндрической оболочки с захватом подкрепляющих ее элементов (уголка) (рис. 2.3.6).

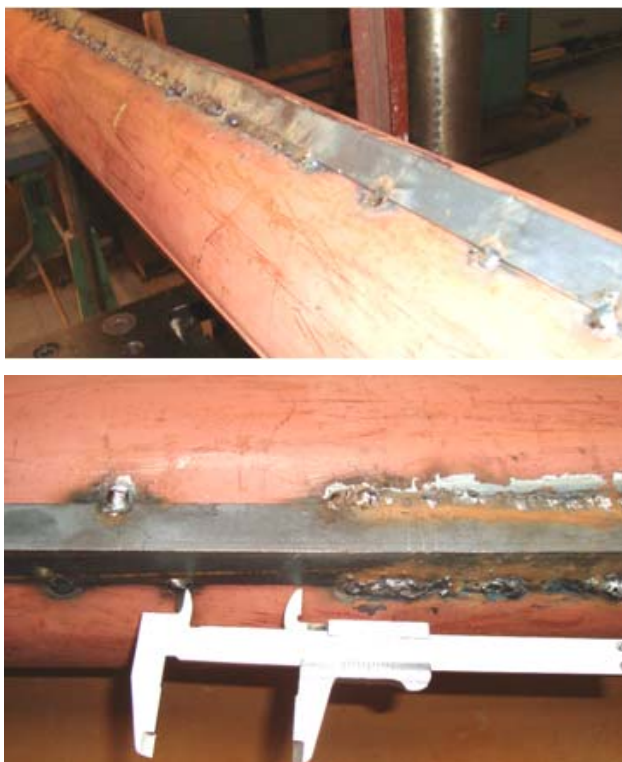


Рис. 2.3.6

Для анализа влияния способа крепления выполнен ряд экспериментов с подкреплением на болтах (рис. 2.3.7). Ребро жесткости из уголка 25 x 25 x 4 мм прикреплялось болтами через 100 мм к верхней части наружной поверхности оболочки.



Рис. 2.3.7



Рис. 2.3.8



Рис. 2.3.9



Рис. 2.3.10

Под действием собственного веса песка, веса самого образца и приложенной нагрузки зафиксирована потеря устойчивости оболочки с последующими необратимыми деформациями при дальнейшем ее нагружении. Потеря устойчивости образца произошла при $F = 5,0 \text{ кН}$ и максимальном прогибе $f = 0,76 \text{ см}$. Образование гофр просматривается на фотографиях образца после испытания (рис. 2.3.8-2.3.10).

Таким образом, для гладкой оболочки с засыпкой песком критическая сила, при которой происходит потеря устойчивости при изгибе, равна $F = 4,9 \text{ кН}$ при максимальном прогибе $f = 0,99 \text{ см}$; для оболочки, подкрепленной ребром на сварном соединении, $F = 12,2 \text{ кН}$ при максимальном прогибе $f = 1,53 \text{ см}$; для оболочки, подкрепленной ребром на болтах $F = 5,0 \text{ кН}$ при максимальном прогибе $f = 0,76 \text{ см}$.

Для сравнения на рис. 2.3.11. график 1 построен для гладких образцов, график 2 – для образцов с одним продольным ребром, соединенным с оболочкой болтами через 100 мм, график 3 – для образцов с одним продольным ребром жесткости, соединенным с оболочкой сварным швом.

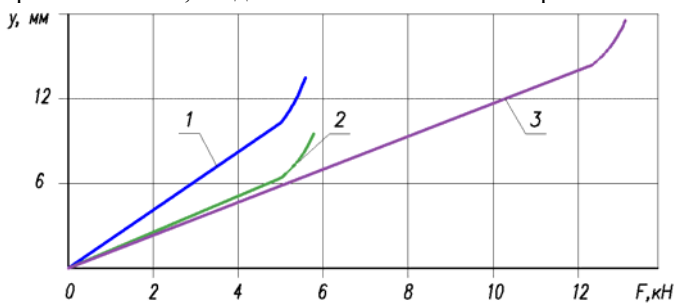


Рис. 2.3.11

Выводы:

1. Проведен экспериментальный анализ изгиба и выпучивания цилиндрических оболочек при действии собственного веса, веса заполнителя и перерезывающих сил. Потеря устойчивости образцов происходит в упругой стадии и сопровождается образованием локальных вмятин в сжатой области. Закритическое поведение оболочки характеризуется появлением пластических деформаций в зонах складко-образования. Экспериментально полученные значение критической нагрузки и форма потери устойчивости для образцов без заполнителя находятся в хорошем соответствии с экспериментальными данными других авторов.

2. Изучено влияния заполнителя на форму потери устойчивости тонкостенных цилиндрических оболочек и величину критической нагрузки. Показано, что сыпучий заполнитель препятствует образованию вмятин и увеличивает значение критической нагрузки, если его вес приложен к сжимаемой области оболочки.

3. Жесткое соединение (сварка) цилиндрической оболочки с усиливающими ребрами увеличивает ее устойчивость и величину критической нагрузки. Условия крепления ребер жесткости к оболочке существенно влияют на ее закритическое поведение и величину критической силы. Важным в этом случае становится выбор оптимального подкрепления, обеспечивающего устойчивость оболочки при минимальном весе.

2.4. ВЛИЯНИЕ НЕСОВЕРШЕНСТВ ГЕОМЕТРИИ ТОНКОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК, ЗАПОЛНЕННЫХ СЫПУЧИМ МАТЕРИАЛОМ

В изготавливаемых в промышленности тонкостенных оболочечных изделиях одновременно возникает комплекс различных геометрических несовершенств. Невозможно изготавливать идеальные цилиндрические тонкостенные оболочки. Влияние различных факторов на несущую способность оболочек необходимо изучать естественно на основе корректно выполненных экспериментов.

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 2.4.1.

Экспериментальная установка состояла из образца (3), оправки (2), жесткой стальной стенки (1), двух разъемных полуколец (4), четырех болтов (5), жесткого диска на свободном торце, индикатора часового типа (6), нагружающего устройства с гирями F. Металлическая оправка (2) вытачивалась на токарном станке с наружным диаметром, равным внутреннему диаметру образца и приваривалась к стенке (1). Образец (3) одним концом плотно насаживался на оправку (2) и обжимался двумя полукольцами (4). Полукольца после этого болтами (5) крепились к стенке (1). Во внутрь свободного конца образца (3) плотно вставлялся жесткий диск.

Индикатором часового типа (6) измерялось вертикальное перемещение нагружаемого торца образца. Шаг нагрузки F равнялся 10 Н, при приближении к критической нагрузке шаг изменялся через 1 Н. Результаты измерений размеров образцов приведены в таблице 1.

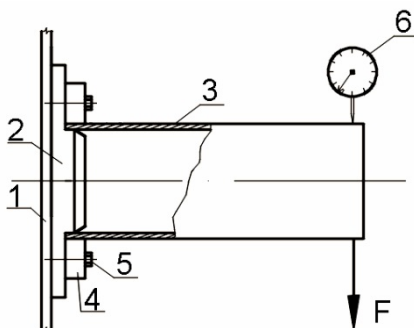


Рис. 2.4.1. Экспериментальная установка

Таблица 2.4.1

Серия испытаний	Радиус R , мм	Толщина стенки h , мм	Длина L , мм	h/R	L/R
1	32,80	0,10	135,0	0,0030	4,12
2	32,80	0,10	270,0	0,0030	8,24
3	41,65	0,12	165,0	0,0029	3,96
4	41,20	0,42	171,0	0,0100	4,15

Образцы серий №1–3 изготавливались глубокой вытяжкой из алюминиевого сплава 3004 в состоянии Н19. Образцы серии №4 изготавливались точением на токарном станке из трубы из алюминиевого сплава Д16Т. Точение производилось за одну установку по наружной и внутренней стенками. Перед испытанием образцы отбирались, измерялись, выявлялись имеющиеся несовершенства. Вмятины на поверхности образцов обнаруживались по искажению световых полос. Влияние вмятин на устойчивость сказывается в сжатой зоне образца, в растянутой части образца вмятины существенного значения не имеют.

Вмятины глубиной более $0,1 \cdot h$ не допускались. Разнотолщинность допускалась в пределах $0,01h$. Овальность образцов определялась измерением наружного диаметра по четырем направлениям через 45° . Образцы, имеющие наружный диаметр за пределами допуска $0,03D$ к испытаниям не допускались. Измерения выполнялись электронным штангенциркулем

типа ШЩЦ-1. Образцы первой серии имели диаметр $D = 65,6 \pm 0,01 \text{ мм}$, толщину $h = 0,1 \pm 0,01 \text{ мм}$.

Испытания выполнялись для пустых и заполненных на 90% объема железным порошком ПЖ-5 образцах, по 10 образцов каждой серии. На рис. 2.4.2 показаны зависимости перемещения y от поперечной нагрузки F для пустых образцов длиной $L = 135,0 \text{ мм}$. На рис. 2 штрих-пунктирной линией показан численный расчет для первой серии образцов.

На рис. 2.4.3 показаны зависимости перемещения y от поперечной нагрузки F для заполненных образцов, штрих-пунктирной линией показан численный расчет. На графиках указаны номера образцов.

Относительная погрешность измерений критической силы с надежностью 0,95 равняется для пустых образцов 6%, для заполненных образцов 4,2%. Получены линейные зависимости $y = f(F)$, устойчивость терялась в упругости.

Разброс критических сил для заполненных образцов меньше чем для пустых образцов. Влияние на устойчивость геометрических несовершенств в заполненных сыпучим материалом образцах меньше. В процессе нагружения изменяется цилиндрическая форма образца. Поперечное сечение образца принимает каплевидную форму. Чем больше искажается форма поперечного сечения, тем меньше значение критической силы, поэтому происходит большой разброс значений в экспериментах.

Для первой серии образцов перед потерей устойчивости увеличение диаметра в вертикальном направлении для пустых образцов равнялось $0,5 \div 0,63 \text{ мм}$, уменьшение диаметра в горизонтальном направлении равнялось $0,3 \div 0,45 \text{ мм}$.

Для заполненных сыпучим материалом ПЖ-5 образцов увеличение диаметра в вертикальном направлении равнялось $0,4 \div 0,45 \text{ мм}$, уменьшение диаметра в горизонтальном направлении равнялось $0,22 \div 0,25 \text{ мм}$. У заполненных железным порошком образцов происходит меньшее искажение формы поперечного сечения. Подобные изменения формы поперечного сечения происходило на всех образцах.

Результаты численных расчетов по прогибам совпадают с экспериментальными значениями, а критическая нагрузка значительно больше экспериментальных значений.

В численных расчетах принимается оболочка идеальной формы, нет геометрических возмущений, поэтому получаются большие значения критических сил. Разница между критическими силами, полученными в экспериментах и численными расчетами составляет 27,5%, что подтверждает влияние геометрических несовершенств образцов на их устойчивость.

Выводы:

1. При изгибе тонкостенных цилиндрических оболочек в результате деформаций происходит изменение формы и размеров поперечных сечений.
2. На устойчивость влияют различные начальные возмущения. Дополнительно на устойчивость влияет и формоизменение поперечных сечений.
3. У тонкостенных оболочек, заполненных сыпучим материалом при изгибе, уменьшается формоизменение поперечных сечений и увеличивается предельная нагрузка.

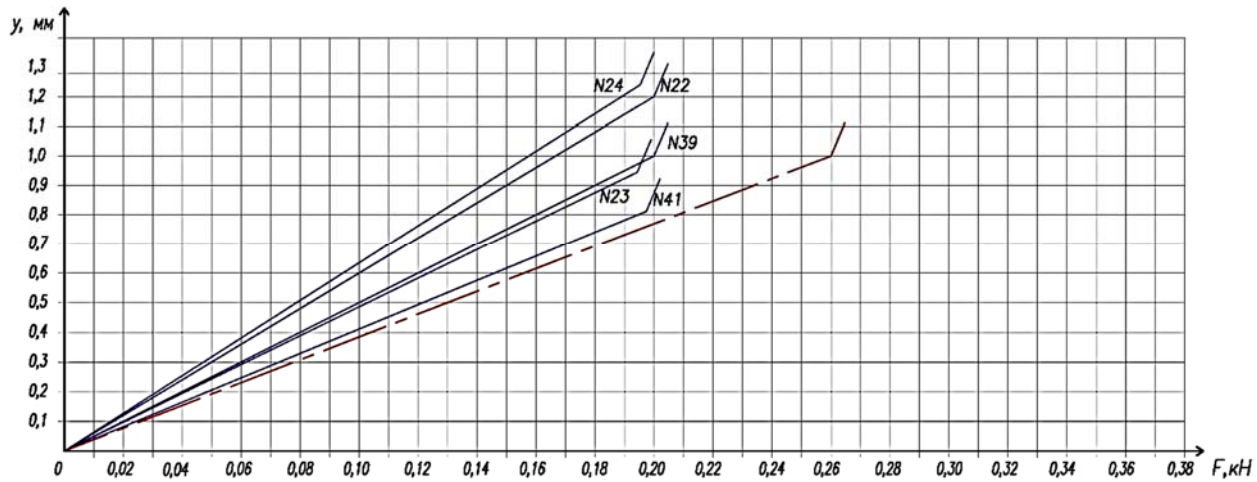


Рис. 2.4.2. Зависимости перемещений конца образцов от поперечной нагрузки для пустых образцов (штрихпунктирная линия – численный расчет, № образца)

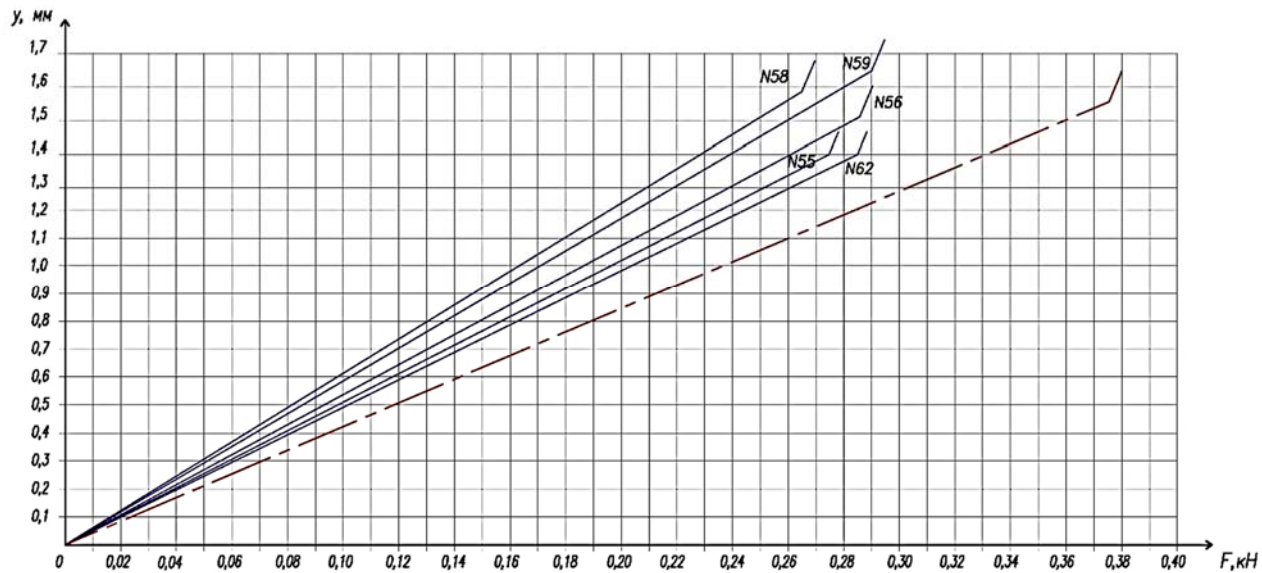


Рис. 2.4.3. Зависимости перемещений конца образцов от поперечной нагрузки для заполненных образцов (штрихпунктирная линия – численный расчет, № образца)

2.5. ВЛИЯНИЕ ЗАПОЛНЕНИЯ ТОНКОСТЕННЫХ ОБОЛОЧЕК РАЗЛИЧНЫМИ СЫПУЧИМИ МАТЕРИАЛАМИ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ПРИ ИЗГИБЕ

Для исследования влияния заполнения тонкостенных цилиндрических оболочек различными сыпучими материалами на устойчивость при действии поперечной силы использовались образцы с геометрическими параметрами, приемлемыми для лабораторных исследований. Экспериментальные исследования на изгиб консольно-закрепленных тонкостенных цилиндрических оболочек проводились на образцах с начальными размерами: толщина стенки оболочки $h(t) = 0,10 \pm 0,01$ мм, отношение длины оболочки к толщине $L/h = 1350$, радиусы оболочки $R = 328h$. Исследования проводились в четырех вариантах: а) оболочки без заполнителя; б) оболочки, заполненные металлическим порошком насыпной плотностью $2,66$ г/см³; в) оболочки, заполненные медным порошком насыпной плотностью $6,67$ г/см³; г) оболочки, заполненные речным песком насыпной плотностью $2,60$ г/см³, усилие направлено вниз.

Ряд экспериментов выполнен при заполнении оболочки на 30, 60 и 95% по объему сыпучих материалов. Построены графики зависимости критической силы от степени заполнения образцов сыпучими материалами.

Потеря устойчивости консольно-закрепленных образцов происходила в упругой области. Закритическое поведение оболочки сопровождалось образованием у защемленного торца оболочки в сжатой зоне ромбовидных вмятин от нормальных напряжений и пластических деформаций. При дальнейшем нагружении образцов, происходит образование новых ромбовидных вмятин и расширение области потери устойчивости. Для образца без заполнителя в зоне потери устойчивости поперечное сечение приобретает каплевидную форму.

В ходе проведенных экспериментов получены следующие результаты.

1. Критическая нагрузка для образца без заполнителя равна $0,194$ кН.
2. Критическая нагрузка при заполнении образца металлическим порошком на 95% объема при приложении вертикальной нагрузки направленной вниз равна $0,367$ кН (критическая сила увеличивается в 1,9 раза).
3. Критическая сила для образцов, заполненных на 95% объема железным порошком, при нагружении на конце силой направленной вверх, критическая сила оказалась равной критической силе для пустого образца.
4. Критическая нагрузка для образца при заполнении речным песком на 95 % объема при приложении вертикальной нагрузки направленной вниз равна $0,362$ кН (критическая сила близка по значению к значению силы при заполнении металлическим порошком).

5. Критическая нагрузка для образца при заполнении медным порошком на 95 % объема при приложении вертикальной нагрузки направленной вниз равна 0,215 кН (критическая сила увеличивается в 1,1 раза по сравнению с образцом без наполнителя).

Результаты экспериментов показывают, что при заполнении тонкостенных цилиндрических оболочек сыпучим материалом большей плотности (плотность наполнителя увеличена в 2,5 раза) величина критической нагрузки для образца при изгибе уменьшилась в 1,7 раза.

Результаты экспериментов можно резюмировать следующим образом. Если весовая нагрузка действует на сжатую область оболочки, то сыпучий наполнитель препятствует образованию вмятин, уменьшает влияние несовершенств на поведение образца и увеличивает значение критической силы. При разгрузке образца до потери устойчивости, его первоначальная форма полностью восстанавливалась. Таким образом, потеря устойчивости образцов происходила в упругой стадии. Закритическое поведение оболочки сопровождается образованием локальных вмятин и пластических деформаций. Увеличение плотности наполнителя уменьшает величину критической нагрузки, при которой происходит потеря устойчивости гладких цилиндрических оболочек при поперечном изгибе.

2.6. КРИТИЧЕСКОЕ НАПРЯЖЕНИЕ В ТОНКОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧКАХ ПРИ ИЗГИБЕ, ЗАПОЛНЕННЫХ СЫПУЧИМ МАТЕРИАЛОМ

При перевозке на машинах, при погрузке или разгрузке цистерны испытывают воздействие различных нагрузок, изгибаются, скручиваются и т. д., теряют при этом устойчивость. Исследованию устойчивости пустых тонкостенных оболочек посвящено множество теоретических и экспериментальных работ. В этих исследованиях определены критические нагрузки и критические напряжения, даны приближенные зависимости для расчета критического изгибающего момента, критического напряжения. Устойчивость тонкостенных оболочек, заполненных сыпучим материалом при изгибе, исследована очень мало, поэтому работы по этой теме весьма актуальны.

Цель экспериментов – исследовать влияние наполнителя, в виде сыпучего материала, на критическое напряжение тонкостенных оболочек при изгибе.

Задача потери устойчивости тонкостенных оболочек при изгибе является трехмерной, геометрически и физически нелинейной. Нами разработаны математические модели, методики, алгоритм и программа конечно-элементного моделирования. Численные решения определяющей системы уравнений осуществляется по явной конечно-разностной схеме интегрирования по времени типа «крест» с привлечением моментной схемы

метода конечных элементов. Программа реализована в рамках сертифицированного программного комплекса «Динамика-3».

Для экспериментального определения критического напряжения разработана и изготовлена экспериментальная установка, методика выполнения экспериментов. Критическое напряжение рассчитывалось после измерения тензодатчиками деформаций в продольном и окружном направлениях в месте образования вмятин.

Численные расчеты выполнены для подъемной цистерны, радиусом $R = 1,25 м$, длиной $L = 16 м$, толщиной стенки $h = 5 мм$, изготовленной из алюминиевого сплава АМг-5, предел текучести которого $\sigma_T = 146 МПа$. Цистерна опиралась на двух концевых шарнирных опорах, загружена сыпучим материалом $P_0 = 0,4 мм$. Цистерна потеряла устойчивость при массе нагрузки $P = 1,6 мм$ при критическом напряжении $\sigma_{cr} = 130 МПа$. Устойчивость потеряна в упругости при отношении $\sigma_{cr} / \sigma_T = 0,9$.

Следующие эксперименты и численные расчеты выполнены для консольно закрепленных образцов радиусом $R = 32,8 мм$, длиной $l = 135 мм$, толщиной стенки $h = 0,1 мм$, из алюминиевого сплава 3004 с пределом текучести $\sigma_T = 324 МПа$. На свободный конец образца прикладывалась сосредоточенная поперечная сила.

Критическую силу и критическое напряжение определяли для пустых и заполненных речным песком $\rho_1 = 1,52 г/м^3$, железным порошком $\rho_2 = 2,62 г/м^3$, медным порошком $\rho_3 = 3,54 г/м^3$ на 90% объема образца, где ρ – насыпная плотность. Для пустых образцов критическая сила, определенная экспериментами $F_{cr} = 0,153 кН$, критическое напряжение $\sigma_{cr} = 60 МПа$, полученное численными расчетами $F_{cr} = 0,160 кН$ и $\sigma_{cr} = 63,5 МПа$. Для образцов, заполненных речным песком, определенные экспериментами $F_{cr} = 0,163 кН$, $\sigma'_{cr} = 64,7 МПа$.

Для образцов, заполненных железным порошком, определенные экспериментами $F_{cr} = 0,215 кН$, $\sigma''_{cr} = 85,4 МПа$, полученные численными расчетами $F_{cr} = 0,223 кН$, $\sigma_{cr} = 88,5 МПа$. Для образцов, заполненных медным порошком, определенные экспериментами $F_{cr} = 0,198 кН$, $\sigma'''_{cr} = 78 МПа$.

Для пустых образцов и образцов, заполненных железным порошком критические силы и критические напряжения, определенные опытами и

вычисленные численными расчетами хорошо сходятся, процент расхождения не более 6 %.

Отношение насыпных плотностей равны:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{2,62}{1,52} = 1,72, \quad \frac{\rho_3}{\rho_1} = \frac{3,54}{1,52} = 2,33.$$

Плотности возрастают по сравнению с речным песком. Отношение критических напряжений равны:

$$\frac{\sigma_{cr}'}{\sigma_{cr}} = \frac{64,7}{60,0} = 1,08, \quad \frac{\sigma_{cr}''}{\sigma_{cr}} = \frac{85,4}{60,0} = 1,42, \quad \frac{\sigma_{cr}'''}{\sigma_{cr}} = \frac{78,0}{60,0} = 1,30.$$

Критические напряжения возрастают с увеличением насыпной плотности сыпучего материала.

В работе определены критические напряжения для выше приведенных геометрических размеров образцов с увеличенной длиной $l = 270 \text{ мм}$, для пустых и заполненных железным порошком на 90% объема.

Численными расчетами определено критическое напряжение для пустых образцов $\sigma_{cr}^{IV} = 50,0 \text{ МПа}$, для заполненных железным порошком $\sigma_{cr}^V = 59,3 \text{ МПа}$. Отношение

$$\frac{\sigma_{cr}^{IV}}{\sigma_{cr}} = \frac{50,0}{60,0} = 0,83, \quad \frac{\sigma_{cr}^V}{\sigma_{cr}^{IV}} = \frac{59,3}{85,4} = 0,69.$$

С увеличением длины образцов критические напряжения уменьшаются для пустых и нагруженных образцов. Критические напряжения оказались меньше предела текучести материала образцов. Устойчивость образцов терялась в упругости.

Эксперименты и численные расчеты показывают, что критическое напряжение изменяется с изменением геометрических размеров образцов и с изменением материала загрузки. Критическое напряжение непостоянно, данное напряжение нельзя считать механической характеристикой материала, как например предел текучести.

2.7. ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ТОНКОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК, ЗАПОЛНЕННЫХ СЫПУЧИМ МАТЕРИАЛОМ, ПРИ ИЗГИБЕ ПОПЕРЕЧНОЙ СИЛОЙ

Влияние геометрических параметров тонкостенных оболочек, заполненных сыпучим материалом, на устойчивость при изгибе экспериментально не исследовалось.

Цель экспериментов – экспериментальное изучение влияния размеров тонкостенных цилиндрических оболочек, заполненных сыпучим материалом (железным порошком ПЖ-5), на форму потери устойчивости и значение критической поперечной нагрузки при изгибе.

Схема установки для испытаний изображена на рис. 1. Экспериментальная установка состоит из жесткой стальной стенки (1), оправки (2), образца (3), двух полуколец (4), четырех болтов для крепления полуколец к жесткой стенке (5), индикатора часового типа ИЧ-10 (6), тензодатчиков с измерителем деформаций (7). Металлическая оправка (2), выточенная по внутреннему диаметру образца, жестко приваривалась к стенке (1). На оправку плотно насаживался один торец испытываемого образца (3) и на его наружную поверхность надевались полукольца (4), которые стягивались между собой и болтами (5) крепились к стальной стенке (1). Нагрузка F пошагово доводилась до критического значения, при котором происходила потеря устойчивости образца (3). Начальный шаг ΔF нагрузки задавался равным 10Н и при приближении к критическому значению ΔF уменьшался до 1Н. Вертикальное перемещение торца образца (3) измерялось с помощью индикатора часового типа (6).

Изготовлены образцы двух типов, отличающиеся материалом и геометрическими параметрами. Первый тип образцов был изготовлен глубокой вытяжкой из алюминиевого сплава 3004 в состоянии Н19. Второй тип образцов был изготовлен точением на токарном станке за одну установку из трубы наружным диаметром 85 мм из алюминиевого сплава марки Д16Т. Образцы протачивались по внутренней и наружной поверхностям трубы. Размеры образцов приведены в таблице 2.7.1.

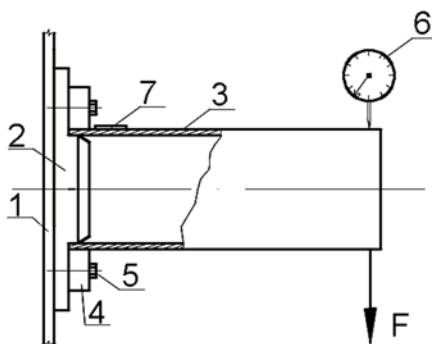


Рис. 2.7.1. Схема установки

Таблица 2.7.1

Первый тип образцов					
Серия испытаний	Радиус R , мм	Толщина стенки h , мм	Длина L , мм	h/R	L/R
1	32,80	0,10	135	0,0030	4,12
2	32,80	0,10	270	0,0030	8,24
3	41,65	0,12	165	0,0029	3,96
Второй тип образцов					
4	41,20	0,42	171	0,0100	4,15
5	41,20	0,42	348	0,0100	8,30

Размеры образцов подбирались с учетом условий физического и геометрического подобия с большегабаритными автоцистернами, изготавливаемых на заводе ЗАО «Чебоксарское предприятие «Сеспель». Коэффициенты подобия образцов и автоцистерн равны следующим значениям:

$$\alpha_1 = \frac{R_{\min}}{R'_{\min}} = 36,59; \quad \alpha_1 = \frac{R_{\max}}{R'_{\max}} = 36,4, \quad \alpha_2 = \frac{L_{\max}}{L'_{\max}} = 37,0;$$

$$\alpha_2 = \frac{L_{\min}}{L'_{\min}} = 37,0 \quad \alpha_3 = \frac{h_{\max}}{h'_{\max}} = 36,9 \quad (2.7.1)$$

$$\alpha_3 = \frac{h_{\min}}{h'_{\min}} = 37,0, \quad \alpha_3 = \frac{h}{h'} = 37,0$$

В (2.7.1) $R_{\min}, R_{\max}, L_{\min}, L_{\max}, h_{\min}, h_{\max}, h$ относятся к размерам натуральных цистерн, а $R'_{\min}, R'_{\max}, L'_{\min}, L'_{\max}, h'_{\min}, h'_{\max}, h'$ к модельным образцам. В соответствии с коэффициентами подобия (2.7.1) размеры натуральных цистерн должны быть следующими: $R = (1200 \div 1500) \text{ мм}$, $h = (3,7 \div 15,5) \text{ мм}$, $L = (6100 \div 10000) \text{ мм}$. Материалом автоцистерн должен быть алюминиевый сплав, тождественный материалу модельных образцов.

Результаты экспериментов. В каждой серии экспериментов испытывались от 5 до 10 образцов.

Статистически обработанные результаты экспериментов приведены в таблице 2.7.2.



Рис. 2.7.2. Форма оболочки после снятия нагрузки:
а) образец серии 1 ($h/R = 0,003$, $L/R = 4,12$),
б) образец серии 5 ($h/R = 0,01$, $L/R = 8,3$)

Фотографии образцов первой и пятой серий после испытаний показаны на рис.2.7. 2 (а, б).

Зависимости прогиба U нагружаемого торца образцов первой и второй серии от поперечной силы F показаны на рис. 3. Статистическая обработка результатов измерений показывает, что среднеквадратичная погрешность измерений перемещений равняется 0,01 мм. Относительная погрешность результатов измерений составляет 6,5%.

По экспериментальным данным в начале нагружения происходило сплющивание образца в нижней сжатой зоне около заделки, которое исчезало после снятия нагрузки. Из рис. 3 видно, что зависимость $U(F)$ до потери устойчивости линейная. Это позволяет предположить, что на докритической стадии образец деформируется упруго. На закритической стадии изгиб оболочки сопровождается пластическим деформированием и приводит к образованию в этой зоне вмятины ромбовидной формы, перпендикулярно направленной к продольной оси оболочки. Дальнейшее выпучивание оболочки зависит от ее длины. На коротких оболочках (серии 1, 3 и 4) образуются вмятины на боковых поверхностях, направленные под углом к продольной оси (рис. 2.7.2а). На длинных оболочках (серии 2 и 5) вмятины на боковых поверхностях отсутствуют. Таким образом, для длинных оболочек на закритической стадии деформирования реализуется «изгибная» форма с локальной вмятиной в зоне максимальных сжимающих продольных напряжений. Для коротких оболочек после достижения критической нагрузки сначала происходит выпучивание по «изгибной» форме, а затем реализуется «сдвиговая» форма выпучивания в зоне максимальных (по окружности) касательных напряжений. Аналогич-

ные результаты исследования формы потери устойчивости цилиндрических консольно закрепленных оболочек при изгибе поперечной силой получены в [13] на основе компьютерного моделирования. Как показали результаты проведенных экспериментов, сыпучий наполнитель практически не влияет на форму потери устойчивости оболочек.

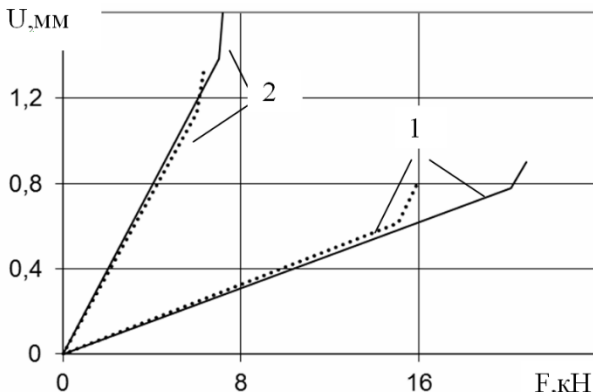


Рис. 2.7.3. Зависимость прогиба свободного торца образцов от поперечной силы: сплошные линии – для образцов с сыпучим материалом, пунктирные линии – для пустых образцов, 1 – образцы первой серии ($h/R = 0,003, L/R = 4,12$), 2 – образцы второй серии ($h/R = 0,003, L/R = 8,24$)

Сопоставление экспериментальных и теоретических данных

Результаты испытаний пустых образцов сравнивались с результатами расчетов критического изгибающего момента для тонкостенной цилиндрической трубы по формуле, представленной в работах [1; 5; 29]:

$$M_{cr}^{num} \approx \frac{E \cdot R \cdot h^2}{\sqrt{1 - \nu^2}} \quad (2.7.2)$$

где E – модуль упругости материала оболочки; ν – коэффициент Пуассона. В таблице 2 приведены вычисленные по формуле (2.7.2) значения M_{cr}^{num} и их расхождение δ с результатами проведенных испытаний M_{cr}^{exp} .

$$\delta = (M_{cr}^{num} - M_{cr}^{exp}) \times 100 / M_{cr}^{exp} \quad (2.7.3)$$

Таблица 2.7. 2

Серия испытаний	β степень заполнения образцов, %	Критическая сила (эксперимент) F_{cr} , кН	% увеличения F_{cr} для $\beta=90\%$	Критический изгибающий момент (эксперимент), M_{cr}^{exp} , кН*м	Критический изгибающий момент (расчет) M_{cr}^{num} , кН*м	δ , %
1	0 (пустой)	0,153	40,5	0,021	0,0242	15,2
	90	0,215		0,029		
2	0	0,060	16,9	0,016	0,0242	51,2
	90	0,070		0,019		
3	0	0,262	30,2	0,043	0,0448	4,2
	90	0,341		0,056		
4	0	1,770	26,3	0,300	0,536	79
	90	2,235		0,382		
5	0	0,830	12,3	0,290	0,536	85
	90	0,932		0,324		

Из таблицы 2.7.2 видно, что формула (2.7.2) в рассмотренных вариантах изгиба консольно закрепленной цилиндрической оболочки завышает значение критического изгибающего момента, что соответствует результатам экспериментальных исследований. Расхождение δ результатов расчетов и экспериментов существенно зависит от размеров образца: с увеличением h/R и L/R этот параметр также увеличивается. Следует отметить, что с увеличением h/R влияние L/R на точность формулы (2.7.2) определения M_{cr}^{num} уменьшается.

Сыпучий материал ПЖ-5 создает давление на внутреннюю поверхность, препятствующее образованию вмятин. Как видно из табл. 2.7.2 для заполненных порошком на 90% образцов критическая поперечная сила F_{cr} возросла на (12,3–40,5) %.

Измеренные продольные и окружные деформации в зоне потери устойчивости позволили посчитать осевое критическое напряжение σ_{cr} . Например, для пустых образцов первой серии $\sigma_{cr} = (45 \div 60) МПа$. Максимальное критическое напряжение, подсчитанное по формуле

$$\sigma_{cr}^{\max} = \frac{F_{cr} \cdot L}{\pi \cdot h \cdot R^2} \quad (2.7.4)$$

равно 61 МПа. Критическое напряжение, посчитанное по балочной теории изгиба и полученное в эксперименте, почти совпадают. Однако, по балочной теории изгиба нельзя определить критическое состояние.

В работе приводится эмпирическая формула определения критического продольного напряжения для пустых оболочек следующего вида:

$$\sigma_{cr} = \frac{0,35 \cdot E}{(1 - \mu^2)^{5/8}} \cdot \left(\frac{h}{R}\right)^{5/4} \cdot \frac{L}{R} \quad (2.7.5)$$

Согласно этой формуле для образцов первой серии σ_{cr} равно 75,3 МПа. Этот результат отличается от полученного нами в проведенных экспериментах критического напряжения на 25,3 %.

Выводы:

1. Результаты экспериментов показывают, что для всех рассмотренных образцов сыпучий наполнитель слабо влияет на форму потери устойчивости, но увеличивает критическую нагрузку. Поэтому при проектировании цистерн теоретический анализ их устойчивости можно выполнять без учета загружаемого сыпучего материала, что упрощает постановку задачи и сокращает затраты вычислительных ресурсов.

2. С увеличением длины образца критическая поперечная нагрузка уменьшается, а с увеличением отношения h/R критическая нагрузка увеличивается.

3. Приближенная формула (2.7.2) завышает значение критического изгибающего момента. С увеличением h/R и L/R оболочки погрешность этой формулы возрастает.

4. Для уточнения теоретической оценки критической нагрузки, а также исследования формы потери устойчивости и закритического деформирования оболочки необходимо численное решение задачи в трехмерной, геометрически и физически нелинейной постановке с привлечением современных программных комплексов.

Результаты экспериментов показывают, что для пустых тонкостенных цилиндрических оболочек при увеличении длины оболочки величина критической нагрузки для образца при изгибе уменьшилась в 2,13 раза. Для тонкостенных цилиндрических оболочек, заполненных сыпучим материалом на 90% по объему, при увеличении длины оболочки величина критической нагрузки для образца при изгибе уменьшилась в 2,53 раза.

Делаем вывод, что применение заполнителя увеличивает значение критической нагрузки, уменьшает влияние несовершенств на поведение оболочки. Анализ напряженно-деформированного состояния оболочки показал, что в докритической стадии ее деформирование происходит в упругой зоне. После потери устойчивости в зоне гофров образуются пластические деформации.

Увеличение длины оболочки в 1,97 раза снижает значение критической нагрузки при заполнении оболочки сыпучим материалом более чем в 2 раза. Проведенные экспериментальные исследования с изменением длины цилиндрической оболочки, заполненной сыпучим материалом, подтверждают ранее выполненные численные исследования по определению влияния длины цистерны для транспортировки сыпучих материалов на критическую нагрузку при потери устойчивости.

ГЛАВА 3. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ИЗГИБЕ

Для разработки математических моделей использовали Лагранжев подход описания движения деформируемой среды [84; 114; 142; 143]. Кинематические соотношения сформулированы в метрике текущего состояния. В качестве уравнений состояния материала применяются соотношения теории течения с комбинированным кинематическим и изотропным упрочнением. Численное решение задачи основано на моментной схеме метода конечных элементов и явной конечно-разностной схеме интегрирования по времени типа «крест». Для аппроксимации искомых функций (скоростей перемещения, деформаций, напряжений) по пространственным переменным используются 8-узловые конечные элементы («кубики»).

3.1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И МЕТОД РАСЧЕТА ПРОЦЕССОВ ДЕФОРМИРОВАНИЯ, ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ И ЗАКРИТИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ С ЗАПОЛНИТЕЛЕМ В ТРЕХМЕРНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКИ И ФИЗИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНОЙ ПОСТАНОВКЕ

Как показал обзор литературы в настоящее время поведение сыпучих материалов и их взаимодействие с оболочками мало исследовано. Математическое описание сыпучего наполнителя затруднено, поскольку он обладает свойствами как деформируемой среды, так и жидкости. Разработка и обоснование математической модели движения сыпучего материала в этих условиях требуют выполнения значительного объема дополнительных экспериментально-теоретических исследований.

Для упрощения вычислительной модели деформирования оболочки, заполненной сыпучим материалом, и сокращения затрат вычислительных ресурсов наполнитель в расчетах не рассматривался. Его влияние на деформирование оболочки моделировалось весовой нагрузкой (контактным взаимодействием наполнителя и оболочки), которая задавалась аналитической функцией, зависящей от пространственных переменных и времени. Распределение весовой нагрузки вдоль оси вращения оболочки

предполагалось равномерным. В попе-речном сечении изменение давления P по повороту задавалось формулой:

$$P = P_T \sin(\varphi/2), \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi \quad (3.1.1)$$

$$P_T = \begin{cases} P_1 t / t_0, & t \leq t_0 \\ P_1, & t > t_0 \end{cases},$$

$$P_1 = P_o / \int_0^L \int_0^{2\pi} \sin(\varphi/2) d\varphi dx$$

где P_o – вес заполнителя, L – длина оболочки.

Как показало сопоставление результатов верификационных расчетов с данными экспериментальных исследований, представленными в главе 2, выбранный подход обеспечивает приемлемую точность численного моделирования изгиба и упругопластического выпучивания цилиндрической оболочки с сыпучим заполнителем при умеренных затратах вычислительных ресурсов. Его применение для численного исследования устойчивости и закритического поведения большегрузной емкости для транспортировки сыпучих материалов при ее подъеме вполне обосновано.

Предположим, что конструкция состоит из N элементов $\Omega_i (i = \overline{1, N})$ и занимает в пространстве на текущий момент времени t область $\Omega (\Omega = \bigcup_{i=1}^N \Omega_i)$, ограниченную поверхностью $\Gamma (\Gamma = \bigcup_{i=1}^N \Gamma_i)$. Элемент

Ω_i представляет собой оболочку. На граничной поверхности конструкции в общем случае может действовать распределенная нагрузка, часть поверхности Γ движется с заданной скоростью. Между отдельными элементами области Ω_i (назовем их подобластями) возможно контактное взаимодействие, характеризуемое контактным давлением. Деформирование конструкций рассматривается с позиций механики сплошных сред без введения упрощающих гипотез теории оболочек в тонкостенных элементах. Введем следующие обозначения.

$X = [X_1 \ X_2 \ X_3]^T$ – неподвижная система ортогональных координат; $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ – локальный ортогональный базис с направляющими косинусами n_{ij} , отслеживающий движение частицы как жесткого целого ($x_i = n_{ij} X_j, i, j = \overline{1, 3}$ по повторяющимся индексам ведется

суммирование). Здесь x_3 – координата, отсчитываемая от срединной поверхности оболочки и нормальная к ней, x_1, x_2 – ортогональны к x_3 . Формоизменения полагаем большими, а деформации – малыми, что позволяет считать местный базис ортогональным в течение всего процесса деформирования.

$U = [U_1 \ U_2 \ U_3]^T, u = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T$ – перемещения в общей X и подвижной x системах координат.

$P = [P_1 \ P_2 \ P_3]^T$ – распределенная нагрузка; P^q – давление в области контакта деформируемых тел; Γ_p, Γ_q – зоны приложения P, P^q .

$\rho, G, g, g_1, \sigma_T$ – характеристики материала (плотность, модуль сдвига, модули кинематического и изотропного упрочнения, предел текучести).

$\varepsilon = [\varepsilon_{11} \ \varepsilon_{22} \ \varepsilon_{33} \ \varepsilon_{12} \ \varepsilon_{23} \ \varepsilon_{31}]^T$,

$\sigma = [\sigma_{11} \ \sigma_{22} \ \sigma_{33} \ \sigma_{12} \ \sigma_{23} \ \sigma_{31}]^T$ – векторы-столбцы составленные из компонент тензоров деформаций и напряжений в местном базисе; аналогично образуются векторы – столбцы, состоящих из шаровых ε^v, σ^v , девиаторных ε', σ' , упругих ε'^e и пластических ε'^p составляющих деформаций и напряжений; компонент тензоров активных напряжений S и микронапряжений R . Точка над переменной означает частную производную по времени, T – операцию транспонирования. Компоненты тензора скоростей деформаций в местном базисе $\dot{\varepsilon}_{ij}$ выражаются через компоненты $\dot{\varepsilon}_{ij}$ скорости деформаций в общем базисе

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = n_{im} n_{jk} \dot{\varepsilon}_{mk},$$

В этих обозначениях система уравнений, определяющая динамическое деформирование упругопластической среды, записывается в следующем виде. Уравнение выводится из вариационного принципа Журдена [7; 13; 84; 142; 143]:

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \delta \dot{\varepsilon}_{ij} dV + \int_{\Omega} \rho \ddot{U}_i \delta \dot{U}_i dV = \int_{\Gamma_p} p_i \delta \dot{U}_i d\gamma + \int_{\Gamma_q} p_i^q \delta \dot{U}_i d\gamma \quad (3.1.2)$$

Скорости деформаций в общем базисе определяются из кинематических соотношений, которые формулируются в метрике текущего состояния:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = (\dot{U}_{i,j} + \dot{U}_{j,i})/2, \quad (i, j = \overline{1,3}), \quad \dot{U}_{i,j} = \frac{\partial \dot{U}_i}{\partial X_j},$$

$$X_j = X_j \Big|_{t=0} + \int_0^t \dot{U}_j dt; \quad (3.1.3)$$

Уравнения состояния устанавливаются отдельно для шаровых $\dot{\epsilon}_{ij}^V, \dot{\sigma}^V$ и девиаторных $\dot{\epsilon}'_{ij}, \dot{\sigma}'_{ij}$ компонент скоростей деформаций и напряжений ($\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}'_{ij} + \delta_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^V, \dot{\sigma}_{ij} = \dot{\sigma}'_{ij} - \delta_{ij} \dot{\sigma}^V$). Зависимость шаровых компонент скоростей деформаций и напряжений предполагается линейной. Девиаторные составляющие скорости деформации $\dot{\epsilon}'_{ij}$ раскладываются на пластические $\dot{\epsilon}'_{ij}{}^p$ и упругие $\dot{\epsilon}'_{ij}{}^e$ компоненты

$$\dot{\epsilon}'_{ij} = \dot{\epsilon}'_{ij}{}^e + \dot{\epsilon}'_{ij}{}^p, \quad \dot{\epsilon}'_{11}{}^p + \dot{\epsilon}'_{22}{}^p + \dot{\epsilon}'_{33}{}^p = 0. \quad (3.1.4)$$

Девиаторные составляющие тензора напряжений вычисляются с помощью соотношений теории течения с кинематическим и изотропным упрочнением:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}'_{ij} &= \dot{\epsilon}'_{ij}{}^e + \dot{\epsilon}'_{ij}{}^p, & \dot{\epsilon}'_{11}{}^p + \dot{\epsilon}'_{22}{}^p + \dot{\epsilon}'_{33}{}^p &= 0, \\ \dot{\sigma}'_{ij} &= 2G\dot{\epsilon}'_{ij}{}^e, & \dot{\rho}_{ij} &= g\dot{\epsilon}'_{ij}{}^p, \\ S_{ij} &= \sigma'_{ij} - \rho_{ij}, & \dot{\epsilon}'_{ij}{}^p &= \lambda S_{ij}, \end{aligned} \quad (3.1.5)$$

$$S_{ij} S_{ij} = \frac{2}{3} \sigma_T^2, \quad \sigma_T = \sigma_T(\mathfrak{x}, \dot{I}_{2\epsilon}), \quad \rho_{ij} = \int_0^t \dot{\rho}_{ij} dt,$$

$$\mathfrak{x} = \sqrt{\frac{2}{3}} \int_0^t \sqrt{\dot{\epsilon}'_{ij}{}^p \dot{\epsilon}'_{ij}{}^p} dt$$

В (3.1.5) $d\lambda$ – параметр, тождественно равный нулю при упругом деформировании и определяемый при упругопластическом деформировании из условия прохождения мгновенной поверхности текучести через конец вектора догрузки. Гипотезы, принятые в теории тонкостенных элементов конструкций (пластин и оболочек), вводятся на этапе дискретиза-

ции определяющей системы уравнений. Это позволяет учесть особенности напряженно-деформированного состояния элементов конструкции, упростить стыковку разнородных конструктивных элементов и повысить эффективность методики. Начальные значения задаются для всех компонент \dot{U} , $\dot{\varepsilon}$, σ граничные условия – для \dot{U} .

Положение контактной поверхности и контактные усилия в общем случае неизвестны и определяются в ходе решения поставленной задачи. Рассматривается следующая постановка граничных условий на контактирующих поверхностях:

– жесткое соединение подобластей

$$\dot{u}_i^1 = \dot{u}_i^2, \quad (3.1.6)$$

$$q_i^1 = -q_i^2, \quad i = n, \tau_1, \tau_2. \quad (3.1.7)$$

где n , τ_1 , τ_2 – единичные векторы локального ортогонального базиса, n – вектор нормали к поверхности контакта (индекс i определяет проекцию вектора на оси подвижной системы координат, индексы 1 и 2 обозначают номера соответствующих подобластей, поверхности подобластей находятся в контакте).

– непроникание по нормали и свободное скольжение вдоль касательной к поверхности контакта.

$$\dot{u}_n^1 = \dot{u}_n^2, \quad (3.1.8)$$

$$q_n^1 = -q_n^2, \quad q_i^1 = q_i^2 = 0, \quad i = \tau_1, \tau_2. \quad (3.1.9)$$

Связь контактирующих подобластей принимается односторонней с возможностью отрыва поверхностей друг от друга и повторного вступления в контакт. Условия (3.1.8), (3.1.9) применяют только для сжимающих сил

$$(q_n^i, n^i) < 0. \quad (3.1.10)$$

Предельные нагрузки оцениваются методом продолжения по параметру [131]. Согласно этому методу выполняется пошаговый пересчет напряженно-деформированного состояния конструкции при последовательном увеличении нагрузки, перемещений или другого параметра продолжения решения. В рассматриваемой задаче вес сыпучего материала увеличивается пропорционально одному параметру – времени. Значение критической нагрузки (весовой нагрузки сыпучего материала) определяется из анализа формы деформируемой конструкций и распределения перемещений в конструкции. Для критической нагрузки характерно резкое возрастание перемещений оболочки, кинетической энергии оболочки,

либо иного интегрального параметра, который характеризует формоизменение оболочки в целом. Так, согласно методу точки перегиба [2], представляющему частный случай метода продолжения по параметру, для тонких оболочек при потере устойчивости малое изменение нагрузки приводит к большому изменению пикового значения перемещения. Фиксируя точку перегиба в графике нагрузка-прогиб, вычисляем предельную нагрузку.

Определяющая система уравнений (3.1.1)–(3.1.10) решается методом конечных элементов с применением явной конечно-разностной схемы типа «крест» для интегрирования по времени [10]. Деформируемая конструкция заменяется лагранжевой сеткой из 8-узловых конечных элементов. В узлах сетки определяются перемещения U , скорости \dot{U} и ускорения \ddot{U} в общей системе координат $X = [X_1 X_2 X_3]^T$, используемой для стыковки конечных элементов (КЭ). В каждом элементе вводится локальный прямоугольный базис x , отслеживающий его вращение как жесткого целого.

Каждый конечный элемент, в общем случае искаженный, с помощью полилинейного изопараметрического преобразования отображается на единичный куб $-1 \leq \xi_i \leq 1$ ($i = \overline{1,3}$)

$$x_i = \sum_{k=1}^8 x_i^k N_k(\xi_1, \xi_2, \xi_3),$$

$$N_k = \left(1 + \xi_1 / \xi_1^k\right) \left(1 + \xi_2 / \xi_2^k\right) \left(1 + \xi_3 / \xi_3^k\right) / 8, \quad (3.1.11)$$

где x_i^k, ξ_i^k – координаты узлов в базисе x, ξ . Компоненты скорости узлов КЭ проектируются в локальный базис и аппроксимируются внутри элемента с помощью функций формы N_k из (3.1.11):

$$\dot{u}_i = \sum_{k=1}^4 \dot{u}_i^k N_k(\xi_1, \xi_2) \quad (3.1.12)$$

Сгруппировав коэффициенты при одинаковых степенях ξ_1, ξ_2, ξ_3 получаем

$$x_i = a_i^0 + a_i^1 \xi_1 + a_i^2 \xi_2 + a_i^3 \xi_3 + a_i^4 \xi_1 \xi_2 + a_i^5 \xi_2 \xi_3 + a_i^6 \xi_3 \xi_1 + a_i^7 \xi_1 \xi_2 \xi_3, \quad (3.1.13)$$

$$a_i^l = \left(\sum_{k=1}^8 \Gamma_k^l x_i^k \right) / 8,$$

$$\dot{u}_i = d_i^0 + d_i^1 \xi_1 + d_i^2 \xi_2 + d_i^3 \xi_3 + d_i^4 \xi_1 \xi_2 + d_i^5 \xi_2 \xi_3 + d_i^6 \xi_3 \xi_1 + d_i^7 \xi_1 \xi_2 \xi_3,$$

$$d_i^l = \left(\sum_{k=1}^8 \Gamma_k^l \dot{u}_i^k \right) / 8,$$

$$\Gamma^0 = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1],$$

$$\Gamma^1 = [-1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 1 \ 1 \ -1],$$

$$\Gamma^2 = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1],$$

$$\Gamma^3 = [-1 \ -1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 1 \ 1],$$

$$\Gamma^4 = [-1 \ 1 \ 1 \ -1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 1],$$

$$\Gamma^5 = [-1 \ -1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1],$$

$$\Gamma^6 = [1 \ -1 \ 1 \ -1 \ 1 \ -1 \ 1 \ -1],$$

$$\Gamma^7 = [1 \ -1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 1 \ -1 \ 1].$$

Для матрицы Якоби преобразования (3.1.11)

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial \xi_1} & \frac{\partial x_2}{\partial \xi_1} & \frac{\partial x_3}{\partial \xi_1} \\ \frac{\partial x_1}{\partial \xi_2} & \frac{\partial x_2}{\partial \xi_2} & \frac{\partial x_3}{\partial \xi_2} \\ \frac{\partial x_1}{\partial \xi_3} & \frac{\partial x_2}{\partial \xi_3} & \frac{\partial x_3}{\partial \xi_3} \end{pmatrix} \quad (3.1.14)$$

составляется обратная матрица, используемая при определении градиента скорости перемещений $\partial \dot{u}_i / \partial x_k$ в системе координат x

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_1} \\ \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_2} \\ \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_3} \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial \xi_1} \\ \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial \xi_2} \\ \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial \xi_3} \end{bmatrix}, \quad J^{-1} = \frac{1}{|J|} \begin{pmatrix} J_{11} & J_{21} & J_{31} \\ J_{12} & J_{22} & J_{32} \\ J_{13} & J_{23} & J_{33} \end{pmatrix}, \quad |J| = \begin{vmatrix} a_1^1 & a_1^2 & a_1^3 \\ a_2^1 & a_2^2 & a_2^3 \\ a_3^1 & a_3^2 & a_3^3 \end{vmatrix},$$

$$(3.1.15)$$

$$\begin{aligned}
 J_{11} &= a_2^2 a_3^3 - a_3^2 a_2^3, \quad J_{12} = -(a_1^2 a_3^3 - a_3^2 a_1^3), \dots, J_{13} = a_1^2 a_2^3 - a_2^2 a_1^3, \\
 J_{21} &= -(a_1^2 a_3^3 - a_3^1 a_2^3), \quad J_{22} = a_1^1 a_3^3 - a_3^1 a_1^3, \dots, J_{23} = -(a_1^1 a_2^3 - a_2^1 a_1^3), \\
 J_{31} &= a_2^1 a_3^2 - a_3^2 a_2^1, \dots, J_{32} = -(a_1^1 a_3^2 - a_3^1 a_1^2), \dots, J_{33} = a_1^1 a_2^2 - a_2^1 a_1^2.
 \end{aligned}$$

Скорости деформаций $\dot{\epsilon}$ аппроксимируются в виде суммы безмоментных и моментных составляющих:

$$\begin{aligned}
 \dot{\epsilon}_{11} &= \dot{\epsilon}_{11}^0 + \dot{\epsilon}_{11,2} \xi_2 + \dot{\epsilon}_{11,3} \xi_3, \dots, \dot{\epsilon}_{22} = \dot{\epsilon}_{22}^0 + \dot{\epsilon}_{22,1} \xi_1 + \dot{\epsilon}_{22,3} \xi_3, \\
 \dot{\epsilon}_{33} &= \dot{\epsilon}_{33}^0 + \dot{\epsilon}_{33,1} \xi_1 + \dot{\epsilon}_{33,2} \xi_2 \\
 \dot{\epsilon}_{12} &= \dot{\epsilon}_{12}^0 + \dot{\epsilon}_{12,3} \xi_3, \quad \dot{\epsilon}_{23} = \dot{\epsilon}_{23}^0 + \dot{\epsilon}_{23,1} \xi_1, \quad \dot{\epsilon}_{31} = \dot{\epsilon}_{31}^0 + \dot{\epsilon}_{31,2} \xi_2 \quad (3.1.16)
 \end{aligned}$$

В (3.1.16) $[\dot{\epsilon}_{11}^0 \dot{\epsilon}_{22}^0 \dot{\epsilon}_{33}^0 \dot{\epsilon}_{12}^0 \dot{\epsilon}_{23}^0 \dot{\epsilon}_{13}^0] = \dot{\epsilon} \Big|_{\xi_1=\xi_2=\xi_3=0}$ – безмоментные компоненты скорости деформаций - значения компонент скорости деформаций в центре КЭ $(\dot{\epsilon}_{ik}^0 = \text{const})$, $\begin{bmatrix} 0 & \dot{\epsilon}_{22,1} & \dot{\epsilon}_{33,1} & 0 & \dot{\epsilon}_{23,1} & 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} \dot{\epsilon}_{11,2} & 0 & \dot{\epsilon}_{33,2} & 0 & 0 & \dot{\epsilon}_{31,2} \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} \dot{\epsilon}_{11,3} & \dot{\epsilon}_{22,3} & 0 & \dot{\epsilon}_{12,3} & 0 & 0 \end{bmatrix}$ – моментные компоненты скорости деформаций - градиент скорости деформаций в центре КЭ $(\dot{\epsilon}_{ik,l} = \partial \dot{\epsilon}_{ik} / \partial \xi_l = \text{const})$. Чтобы не завывать сдвиговую жесткость элемента в моментных составляющих скорости деформаций оставлены компоненты, соответствующие изгибающим и крутящим моментам в теории оболочек. Предполагаем, что полные деформации аппроксимируются линейными функциями, аналогично (3.1.16), а пластические и упругие компоненты деформаций могут иметь в пределах конечного элемента более сложную зависимость от пространственных координат. В соответствии с этим для уточнения численного решения значения деформаций и напряжений определяются в выбранных фиксированных точках конечного элемента (квadrатурных точках). Для улучшения сходимости численного решения деформации в элементе корректируются из условия $\sigma_{ii,i} = 0, i = 1, 3$. При выполнении численного интегрирования в (3.1.2) для определения статически эквивалентных узловых сил применяются квадратурные формулы Ньютона-Котеса [128]. В случае трехмерного интеграла формула запишется следующим образом:

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(x_1, x_2, x_3) dx_1 dx_2 dx_3 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^L H_i H_j H_k f(x_1^i, x_2^j, x_3^k), \quad (3.1.17)$$

H_L – коэффициенты в квадратурной формуле Ньютона-Котеса.

В каждом конечном элементе мощность виртуальной работы в (3.1.2) выражается через матрицу масс, узловые ускорения, силы, и виртуальные скорости перемещения [128]. Заменяя в (3.1.2) интегрирование по области Ω суммированием по элементам получим дискретный аналог уравнений движения:

$$m_k \ddot{U}_i^k = F_i^k, \quad i = \overline{1,3}, \quad k = \overline{1,N}, \quad (3.1.18)$$

где m_k – масса узла k , \ddot{U}_i^k , F_i^k компоненты ускорений узлов КЭ-сетки и результирующих узловых сил в общей системе координат X . Численное моделирование контактного взаимодействия деформируемых элементов конструкций осуществляется на основе алгоритма [13]. Для интегрирования определяющей системы уравнений по времени воспользуемся явной конечно-разностной схемой типа «крест». Величина временных шагов выбирается исходя из условия устойчивости Куранта.

Алгоритм конечно-элементного моделирования процесса деформирования, потери устойчивости и закритического поведения цилиндрических оболочек при изгибе

В соответствии с принятой схемой решения задачи расчет напряженно-деформированного состояния в конечном элементе и статически эквивалентных ему узловых сил осуществляется следующим образом.

1. В каждом конечном элементе вводится локальный ортогональный базис, отслеживающий его вращение как жесткого целого.

2. Координаты и скорости перемещений узлов конечного элемента проецируются в локальный базис и аппроксимируются внутри элемента с помощью полилинейных функций формы.

3. Скорости полных деформаций и полные деформации аппроксимируются в локальном базисе линейными функциями в виде суммы безмоментных и моментных составляющих.

4. Исходя из уравнений состояния в ряде точек конечного элемента (в точках интегрирования) определяются компоненты пластических деформаций. Для повышения точности численного решения вводится итерационная процедура корректировки пластических деформаций исходя из условия постоянства в пределах конечного элемента напряжений обжатия $\sigma_{ii,i} = \text{const}$, ($i = 1, 3$).

5. В вершинах конечного элемента вычисляются узловые силы, статически эквивалентные напряжениям, найденным в точках интегрирования.

6. Узловые силы проецируются в общий базис и суммируются по конечным элементам, примыкающим к узлу.

7. К узловым силам от напряжений добавляются силы от весовой нагрузки, имитирующей воздействие сыпучего заполнителя на оболочку, вычисленные по формуле (3.1.1).

Интегрирование дискретного аналога уравнений движения (3.1.18) выполняется по следующему алгоритму.

1. Найденные значения результирующих узловых сил подставляются в дискретный аналог уравнения движения.

2. Интегрированием (3.1.18) по явной конечно-разностной схеме вычисляются предварительные значения скорости перемещений узлов, не учитывающие граничные условия.

3. Проверяется кодировка кинематических граничных условий. При необходимости значения скорости перемещения в узлах корректируются в соответствии с заданными граничными условиями.

4. Решается задача контакта деформируемых элементов конструкций.

5. Вычисляются перемещения и координаты узлов на новом временном слое.

Изложенные выше методика и алгоритм решения задачи реализованы в рамках программного комплекса «Динамика-3» [36; 115], который включает модули, осуществляющие:

- а) формирование исходной базы данных;
- б) решение трехмерной задачи динамики упругопластической конструкции при заданных начальных и краевых условиях;
- в) обработку результатов счета и их графическое отображение.

Пакет программ «Динамика-3» используется при решении трехмерных задач нестационарного деформирования составных конструкций, подвергнутых силовым и кинематическим воздействиям. В основе «Динамика-3» модульный принцип, т.е. при решении задачи происходит разделение всего алгоритма на модули с четко очерченными функциями, входными и выходными параметрами, и разделение модуля в свою очередь на подмодули более низкого уровня и так далее.

При формировании исходной базы данных описываем геометрию конструкций, разбиваем ее на конечные элементы, задаем напряженно-деформированное состояние, скорости перемещений в начальный момент времени. Далее накладываем на расчетную модель граничные условия, определяем и задаем механические характеристики материала, и выполняем контроль корректности сформированной исходной расчетной модели.

При решении трехмерной задачи динамики упругопластической конструкции при заданных начальных и краевых условиях выполняем расчет напряженно-деформированного состояния, производим корректировку

искомых функций с учетом граничных условий, и предварительно обрабатываем результаты счета с формированием выходной информации.

При обработке результатов счета получаем графическое отображение расчетных конечно-элементных сеток, векторных полей, линий разного уровня искомых величин, расчетных кинограмм процесса деформирования.

3.2. АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ КОНСОЛЬНО ЗАЩЕМЛЕННЫХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ С ЗАПОЛНИТЕЛЕМ ПРИ ИЗГИБЕ

Расчетная схема рассматриваемой задачи представлена на рис. 3.2.1. Толщина оболочки $h = 0,10$ мм, отношение длины оболочки к толщине $L/h = 1350$, радиусы оболочки $R_1 = 266h$ на нагружаемом торце и $R_2 = 328h$ на закрепленном торце ($R_1/R_2 = 0,81$). Образцы выполнены из алюминиевого сплава плотностью $\rho = 2,65$ г/см³. Диаграмма деформирования (рис. 2.1.4) и механические характеристики материала приведены в параграфе 2.1.

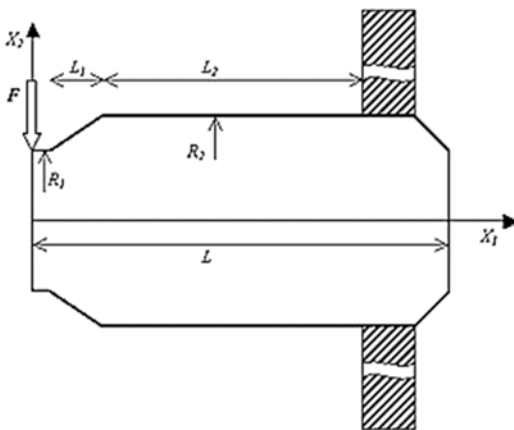


Рис. 3.2.1

Расчет проводили для: оболочки, заполненной металлическим порошком плотностью 2,66 г/см³ и общим весом $P_0 = 1150$ г.

Образующая оболочки, рассматриваемой в расчетах, изображена на рис. 3.2.1. Отношение геометрических параметров к длине образца приняты $L_1/L = 0,067$, $L_2/L = 0,72$. На торце $X_1 = L$ оболочка закреплялась в прямоугольной пластине $2 \times 20 \times 20$ см, контур которой жестко заделан

на металлической раме. Деформирование пластины предполагалось упругим. Для сокращения вычислительных затрат расчеты проводились на части оболочки $X_3 \geq 0$ (система координат приведена на рис. 3.2.1, принята ось X_3 перпендикулярная осям X_1, X_2) с заданием на граничной поверхности $X_3 = 0$ условий симметрии. Оболочка и пластина разбивались сетками из 2816 и 1056 конечных элементов соответственно.

Вес наполнителя моделировался в расчетах аналитической функцией по формуле (3.2.1). Для уменьшения вклада динамической составляющей в решение задачи, время нарастания весовой нагрузки t_0 задавалось не менее 2–3 периодов колебаний оболочки по низшей форме. Воздействие нагружающего устройства (сила F на рис. 3.2.1) моделировалось давлением, величина которого постепенно увеличивалась.

Для определения момента потери устойчивости и величины критической нагрузки анализировались графики изменения во времени перемещений узлов конечно-элементной сетки расчетной области, силы на нагружающем устройстве и интегральных параметров, характеризующих движение оболочки в целом.

Результаты численного решения задачи представлены на рис. 3.2.2–3.2.6. На рис. 3.2.2, 3.2.3 приведены графики зависимости прогиба оболочки u от нагружающей силы F в зоне ее приложения (сплошной линией отмечены данные эксперимента, штриховой линией – результаты решения задачи на основе вычислительного комплекса «Динамика-3» [36]). На рис. 3.2.4 изображена полученная в расчетах кинограмма потери устойчивости оболочки (второй вариант задачи). В таблице 3.2.1 приведены значения критической силы и прогибов оболочки в момент потери устойчивости, а также расхождение δ экспериментальных F_{exp} и расчетных F_{num} данных по критической нагрузке:

$$\delta = \frac{F_{num} - F_{exp}}{F_{exp}} \cdot 100\% \quad (3.2.2)$$

Таблица 3.2.1

Объект исследования	Прогиб, см эксперимент/расчет	Критическая нагрузка, кН эксперимент/расчет	$\delta, \%$
Оболочка без наполнителя	0,1 / 0,1	19,4 / 26,0	34
Оболочка с наполнителем	0,146 / 0,153	36,7 / 37,4	2

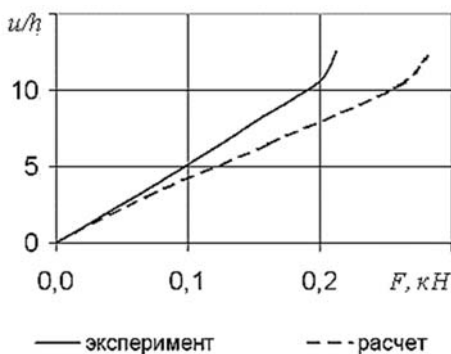


Рис. 3.2.2

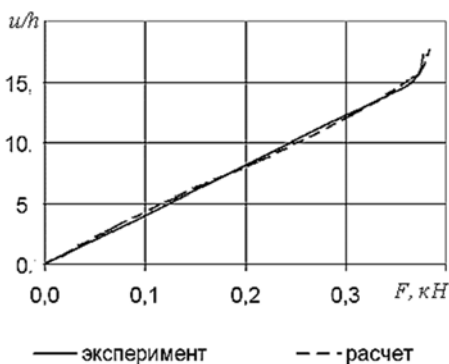


Рис. 3.2.3.

На рис. 3.2.5, 3.2.6 остаточные формы образца с наполнителем, полученные в расчете и эксперименте.

Анализ результатов численного и экспериментального исследований показывает следующее. При достижении нагрузкой критического значения в нижней (сжимаемой) части оболочки в области ее крепления к опорной пластине образуются локальные вмятины ромбического типа, вытянутые в окружном направлении. При дальнейшем нагружении размер вмятин в окружном направлении увеличивается, до тех пор, пока не достигнет, приблизительно, половины радиуса оболочки R_2 .

Последующее нагружение приводит к увеличению их глубины и образованию новых вмятин, располагающихся на оболочке в шахматном порядке (см. рис. 3.2.4). По длине оболочки зона потери устойчивости в рассмотренном диапазоне нагружения не превышает R_2 , а по высоте – $3R_2/4$, что подтверждается экспериментальными данными.

Разработанная вычислительная модель и эксперимент дают также близкие результаты (расхождение не превышает 5%) по величине смещения нагружающего устройства, при котором оболочка теряет устойчивость.

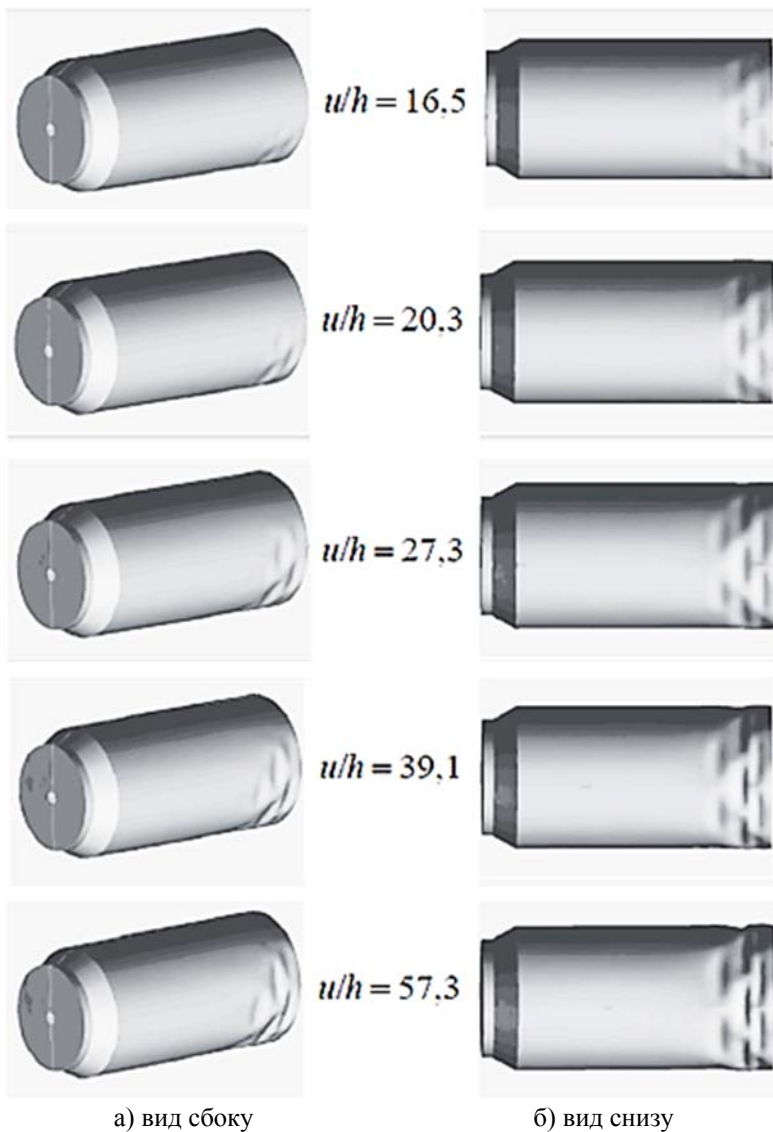


Рис. 3.2.4

Экспериментальное значение критической нагрузки, полученное для оболочки без наполнителя, на 34% меньше расчетного. Это может быть связано с возможными несовершенствами при проведении эксперимента (в частности, с нарушением условий закрепления или несовершенствами образца), и грубостью конечно-элементной сетки расчетной области (отношение размера конечного элемента в продольном направлении к толщине оболочки приблизительно равно 10). Во втором варианте задачи (оболочка, заполненная сыпучим материалом) критические значения нагрузки, полученные в расчете и эксперименте, совпали с точностью до 2%.

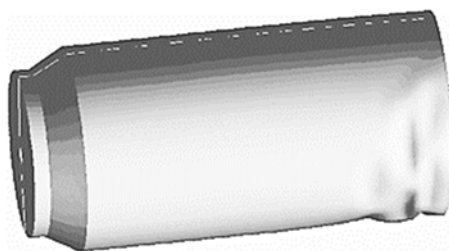


Рис. 3.2.5



Рис. 3.2.6

Анализ результатов расчетов и их сопоставление с экспериментальными данными позволяют сделать следующие выводы:

1. Сыпучий наполнитель увеличивает значение критической нагрузки и уменьшает влияние несовершенств на поведение оболочки.
2. В докритической стадии деформирование оболочки происходит в упругой зоне. После потери устойчивости в зоне гофров образуются пластические деформации.
3. Разработанная вычислительная модель качественно правильно и количественно хорошо описывает деформирование и потерю устойчивости тонкостенных цилиндрических оболочек с сыпучим наполнителем при изгибе.

3.3. АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ СВОБОДНО ОПЕРТЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С ЗАПОЛНИТЕЛЕМ ПРИ ИЗГИБЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СОБСТВЕННОГО ВЕСА И ПЕРЕРЕЗЫВАЮЩИХ СИЛ

Рассмотрена задача устойчивости свободно опертых цилиндрических оболочек, заполненных сыпучим материалом, при изгибе под действием собственного веса и поперечных перерезывающих сил. Геометрические параметры оболочки – наружный диаметр $D = 160$ мм, толщина стенки $h = 0,75$ мм и длина $L = 2500$ мм. Материал оболочки – сталь марки Ст3. Весовая нагрузка задавалась в расчетах аналитической функцией, зависящей от пространственных переменных и от времени по зависимости (3.1.1). Распределение весовой нагрузки вдоль оси вращения оболочки предполагалось равномерным. Вес засыпки принимался равным $P_0 = 60$ кг. Нагружающее устройство моделировалось упругим телом, которое смещается в вертикальном направлении с постоянной скоростью 1 м/с.

Для сокращения затрат вычислительных ресурсов расчеты проводились на одной четвертой части оболочки ($x \geq 0, z \geq 0$) с заданием на граничных поверхностях $x = 0, z = 0$ условий симметрии.

Результаты численного решения задачи представлены на рис. 3.3.1–3.3.7. На рис. 3.3.1 приведена форма образца на различных этапах нагружения. Параметр u на рисунках 3.3.1 обозначает вертикальное перемещение нагружающего устройства.

На рис. 3.3.2. сопоставляются зоны потери устойчивости оболочки в остаточном положении, полученные в расчете (а) и эксперименте (б); на рис. 3.3.3. приведено распределение интенсивности пластических деформаций в этой области.

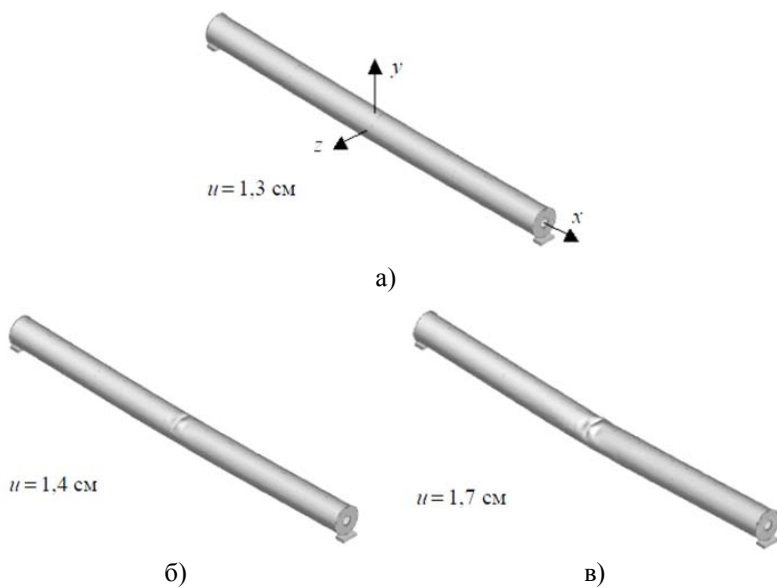


Рис. 3.3.1

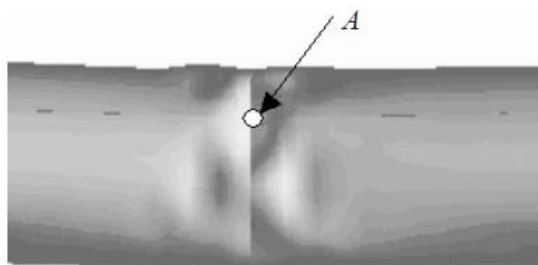


Рис. 3.3.2

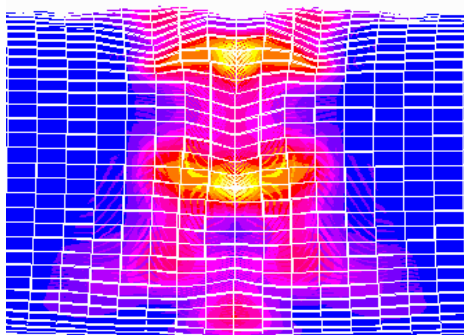


Рис. 3.3.3

На рисунках 3.3.4–3.3.7 представлены графики изменения в зависимости от U следующих функций:

– нагружающего усилия (рис. 3.3.4, сплошной и штриховой линиями отмечены результаты решения задачи на основе вычислительных комплексов «Динамика-3» и ANSYS [139] соответственно, пунктирной линией – экспериментальная зависимость);

– параметра волнообразования DR (рис. 3.3.5)

$$DR = \sum_{i=1}^N |y_i - y_s| / y_s, \quad y_s = \sum_{i=1}^N y_i / N, \quad (3.3.1)$$

характеризующего отклонения вертикальной координаты y узлов конечно элементной сетки оболочки от среднего значения в зоне образования гофров на плоскости симметрии xu ;

– продольных σ_{11} и окружных σ_{22} напряжений, отнесенных к пределу текучести (рис. 3.3.6, 3.3.7), определенных на внешней (пунктирная линия) и внутренней (сплошная линия) поверхностях цилиндрической оболочки в точке, отмеченной на рис. 3.3.2а буквой А.

Как показывает анализ результатов расчетов и экспериментов при смещении нагружающего устройства на 10 мм в средней части цилиндрической оболочки образуется локальная поперечная вмятина ромбического типа. При дальнейшем нагружении длина вмятины увеличивается в окружном направлении, пока не достигнет, приблизительно, половины диаметра оболочки, после чего ее развитие прекращается. Последующее смещение нагружающего устройства приводит к расширению зоны потери устойчивости оболочки в окружном направлении за счет образования новых вмятин, расположенных в шахматном порядке относительно первой.

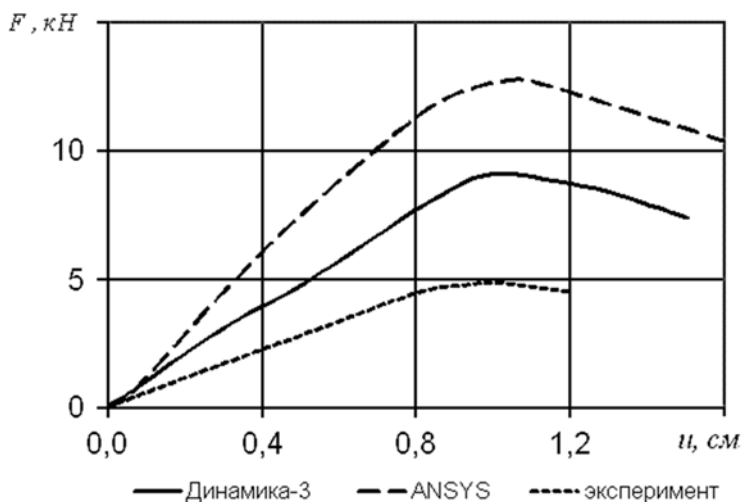


Рис. 3.3.4

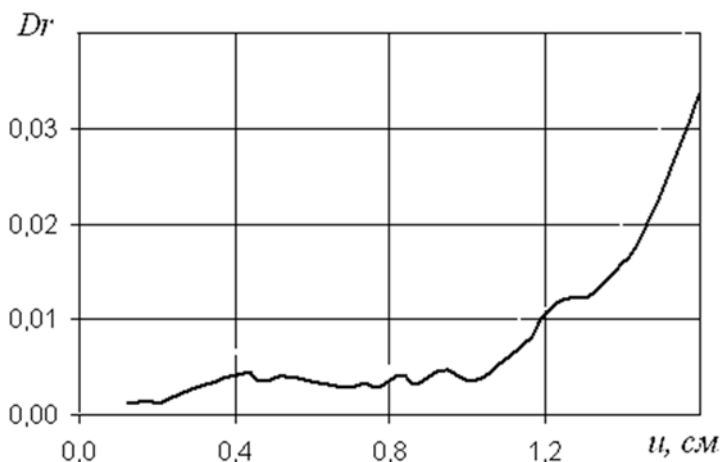


Рис. 3.3.5

По длине оболочки зона потери устойчивости в рассмотренном диапазоне нагружения не превысила половины ее диаметра. Достоверность расчетных кинограмм, иллюстрирующих процесс потери устойчивости оболочки, качественно подтверждается экспериментальными данными (рисунок 3.3.3). По величине смещения нагружающего устройства, при кото-

ром оболочка теряет устойчивость, вычислительный комплекс «Динамика-3», ANSYS и эксперимент дают близкие результаты. Экспериментальное значение критической нагрузки, примерно, в 2 раза меньше расчетного, полученного при решении задачи с применением ВК «Динамика-3».

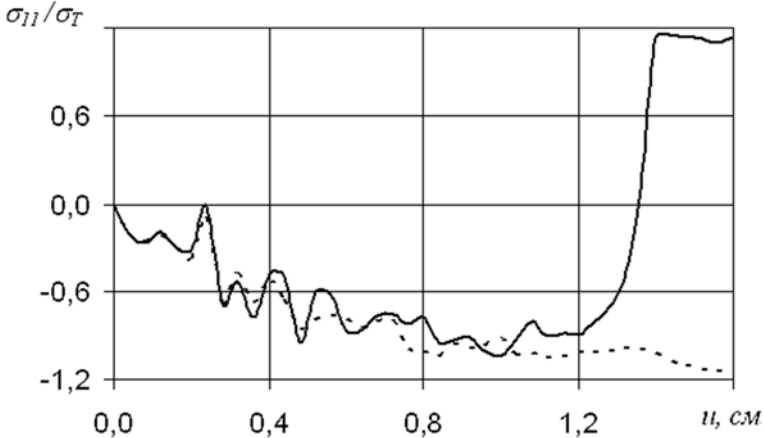


Рис. 3.3.6

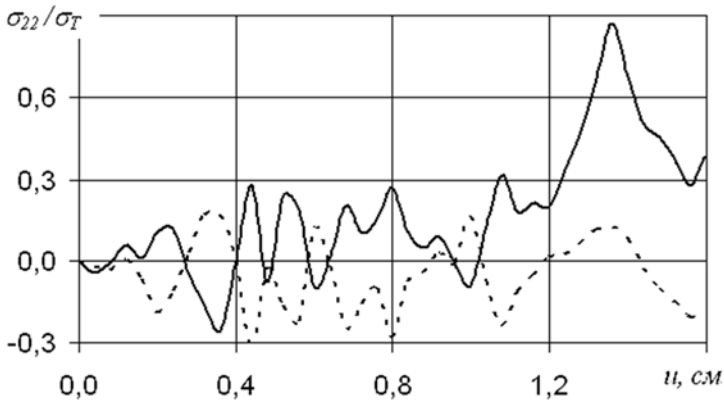


Рис. 3.3.7

По свидетельству многочисленных опытов [33] формы потери устойчивости цилиндрических оболочек очень чувствительны к несовершенствам различного вида. Такое рассогласование экспериментальных и расчетных данных характерно для рассматриваемого класса задач, если исследуемые в эксперименте образцы изготовлены недостаточно тща-

тельно. В данном случае расхождение расчетов и экспериментов по величине критической нагрузки, в количестве вмятин, их расположении и размерах объясняется погрешностями при проведении эксперимента и упрощениями в расчетной схеме (неучет начальных несовершенств формы оболочки, нарушения симметрии в условиях нагружения).

Потеря устойчивости оболочки отмечается резким увеличением параметра складкообразования DR на графике его зависимости от вертикального перемещения нагружающего устройства u . Усилие в нагружающем устройстве в момент образования гофров, наоборот, уменьшается. Анализ напряженно-деформированного состояния в зоне потери устойчивости показал, что преобладающими здесь являются продольные напряжения. На внутренней поверхности оболочки в зоне первой вмятины в момент потери устойчивости продольные напряжения меняют знак (сжимающие напряжения переходят в растягивающие) и возрастают окружающие растягивающие напряжения. Величина продольных напряжений достигает предела текучести, что свидетельствует о возникновении пластических деформаций в этой зоне. Этот результат подтверждается и экспериментами. Продольные напряжения на внешней поверхности в этой же точке остаются сжимающими и их абсолютное значение также превышает предел текучести. Окружные напряжения здесь колеблются около нуля с амплитудой не превышающей 30% от предела текучести.

Таким образом, образование вмятины на оболочке происходит при наличии пластических деформаций и приводит к росту в этой зоне изгибающих моментов в условиях сложного напряженного состояния. Максимальные пластические деформации (6%) достигаются на краях первой вмятины.

Выводы:

1. Сыпучий наполнитель увеличивает значение критической нагрузки и уменьшает влияние несовершенств на поведение оболочки.

2. Сравнительный анализ результатов численных и экспериментальных исследований показал, что разработанная вычислительная модель качественно правильно и с приемлемой для инженерной практики точностью описывает упругопластическое деформирование, потерю устойчивости и закритическое поведение тонкостенной цилиндрической оболочки заполненной сыпучим материалом при изгибе.

3.4. ВЛИЯНИЕ АППРОКСИМАЦИИ ДИАГРАММЫ ДЕФОРМИРОВАНИЯ НА КРИТИЧЕСКИЕ НАГРУЗКИ ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ ИЗГИБЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

Цель исследований – численный анализ устойчивости упругопластической цилиндрической оболочки, заполненной песком, при поперечном

изгибе и оценка влияния аппроксимации диаграммы деформирования конструкционного материала на значение критической нагрузки. Решение задачи основано на моментной схеме метода конечных элементов и явной схеме интегрирования по времени типа «крест».

Экспериментальное исследование устойчивости тонкостенной оболочки

Эксперименты выполнялись на тонкостенных стальных трубах (рис. 3.4.1), наружным диаметром $R = 8$ см, толщиной стенки $h = 0,075$ см ($h/R = 0,0094$), длиной $L = 250$ см. Трубу с песком устанавливали по концам на две опоры, расстояние между которыми равно 240 см. Как показали предварительные исследования под действием собственного веса и веса песка исследуемая оболочка не теряет устойчивость. Поэтому ее догружали дополнительными поперечными силами, создаваемыми домкратом (1) (рис. 3.4.1) через динамометр марки ДОСМ-3-3 (2) и передаваемыми через нагружающее устройство (3). Расстояние между опорами нагружающего устройства принимали 60 см. Средняя часть трубы (зона потери устойчивости) оставалась свободной от нагрузки. Прогиб трубы на середине длины измеряли индикатором часового типа ИЧ-10 (4).

Экспериментальные исследования проводили по следующей методике. Образец после установки на опоры нагружался поперечными силами, величина которых увеличивалась с шагом 0,5 кН. По мере приближения к критическому значению шаг нагружения уменьшался до 0,1 кН. На каждом шаге нагружения фиксировался прогиб оболочки в центре нижней поверхности оболочки. Проведены испытания пяти образцов. После статистической обработки результатов измерений было получено критическое значение нагрузки F_{cr} , создаваемой домкратом, равное 4,9 кН. Прогиб оболочки u_{cr} , при котором была достигнута критическая нагрузка, составил 0,99 см. Согласно экспериментальным данным при достижении критической нагрузки оболочка теряет устойчивость и в средней части ее поверхности со стороны нагружающего устройства образуются локальные поперечные вмятины, расположенные в шахматном порядке (рис. 3.4.2а).

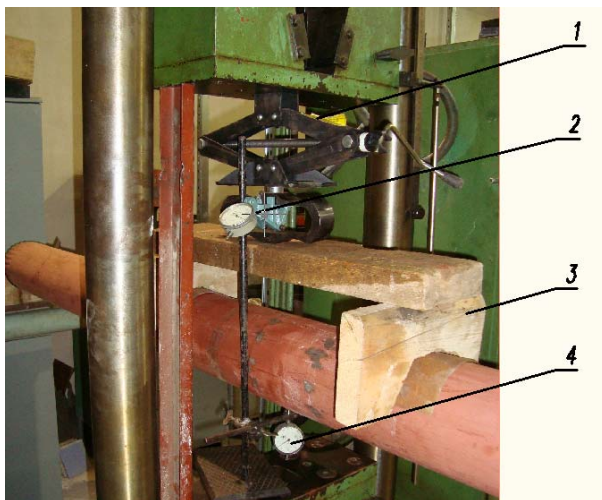


Рис. 3.4.1

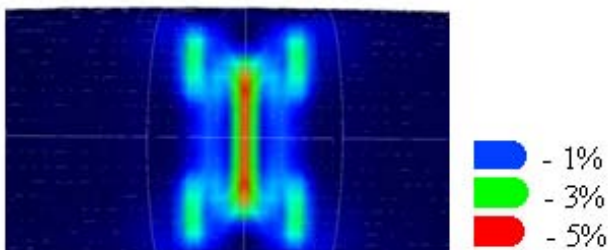


Рис.3.4.2

Постановка задачи. Метод решения

Деформирование оболочки описывается в переменных Лагранжа (текущая лагранжевая формулировка) с позиций механики сплошных сред. Наряду с общим базисом $X = [X_1 X_2 X_3]$ введем местную (сопутствующую) систему координат $x = [x_1 x_2 x_3]$ с направляющими косинусами n_{ij} :

$$x_i = n_{ij} X_j, \quad i, j = \overline{1,3} \quad (3.4.1)$$

(по повторяющимся индексам ведется суммирование). Здесь x_3 – координата, отсчитываемая от срединной поверхности оболочки и нормальная к ней, x_1, x_2 – ортогональны к x_3 . Деформации поперечного сдвига предполагаем малыми, что позволяет считать местный базис ортогональным в течение всего процесса деформирования. Компоненты тензора скоростей деформаций в местном базисе $\dot{\epsilon}_{ij}$ выражаются через компоненты $\dot{\epsilon}_{ij}$ скорости деформаций в общем базисе

$$\dot{\epsilon}_{ij} = n_{im} n_{jk} \dot{\epsilon}_{mk} \quad (3.4.2)$$

которые определяются в метрике текущего состояния.

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{ij} &= (\dot{U}_{i,j} + \dot{U}_{j,i})/2, \quad (i, j = \overline{1,3}) \\ X_i &= X_i|_{t=0} + \int_0^t \dot{U}_i dt \end{aligned} \quad (3.4.3)$$

В (3.4.3) U_i – перемещения в общей декартовой системе координат X , индекс после запятой означает частную производную по соответствующей пространственной переменной, точка над символом частную производную по времени t .

Уравнение движения выводится из баланса виртуальных мощностей:

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \delta \dot{\epsilon}_{ij} dV + \int_{\Omega} \rho \dot{U}_i \delta \dot{U}_i dV = \int_{\Gamma_p} P_i \delta \dot{U}_i d\gamma + \int_{\Gamma_q} P_i^q \delta \dot{U}_i d\gamma \quad (i, j = \overline{1,3})$$

где \dot{U}_i – компоненты вектора скорости перемещения в общей декартовой системе координат X ; σ_{ij} , – компоненты тензоров напряжений Коши; ρ – плотность; P_i^q – контактное давление; P_i – распределенная нагрузка; Ω – исследуемая область; Γ_q – поверхность контакта; Γ_p –

зона действия внешнего давления; $\delta \dot{\varepsilon}_{ij}$, $\delta \dot{U}_i$ – вариации $\dot{\varepsilon}_{ij}$, \dot{U}_i (на поверхности с заданными кинематическими граничными условиями $\delta \dot{U}_i = 0$); точка над символом означает частную производную по времени t ; по повторяющимся индексам ведется суммирование.

Упругопластическое деформирование материала описывается соотношениями теории течения.

$$\begin{aligned} \sigma'_{ij} &= \sigma_{ij} + \sigma^V \delta_{ij}, \quad \dot{\sigma}^V = -3K\dot{\varepsilon}^V, \quad \dot{\varepsilon}^V = \dot{\varepsilon}_{ii} / 3, \\ \dot{\varepsilon}'e_{ij} &= \dot{\varepsilon}_{ij} - \dot{\varepsilon}^V \delta_{ij} - \dot{\varepsilon}^p_{ij}, \quad \dot{\varepsilon}^p_{ii} = 0, \quad \dot{\sigma}'_{ij} = 2G\dot{\varepsilon}'e_{ij}, \\ \dot{\varepsilon}^p_{ij} &= \dot{\lambda} \partial f / \partial \sigma'_{ij}, \quad f = \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} - \frac{2}{3} \sigma_T^2 = 0; \\ \sigma_T &= \sigma_T(\chi), \quad \chi = \sqrt{\frac{2}{3}} \int_0^t \sqrt{\dot{\varepsilon}'p_{ij} \dot{\varepsilon}'p_{ij}} dt; \end{aligned}$$

Здесь σ'_{ij} , $\dot{\varepsilon}'_{ij}$, σ^V , $\dot{\varepsilon}^V$ – девиаторные и шаровые компоненты тензоров напряжения и скоростей деформаций; $\dot{\varepsilon}^p_{ij}$ – скорости пластических деформаций; G , K – модули сдвига и объемного сжатия; δ_{ij} – символы Кронекера; f – поверхность текучести Мизеса, σ_T – предел текучести; $\dot{\lambda}$ – параметр, тождественно равный нулю при упругом деформировании и определяемый при упругопластическом деформировании из условия прохождения мгновенной поверхности текучести через конец вектора догрузки.

Влияние наполнителя моделируется в расчетах весовой нагрузкой, которая задавалась аналитической функцией, зависящей от пространственных переменных и времени. На верхней поверхности нагружающего устройства приложено давление, моделирующее воздействие домкрата, величина которого задавалась в соответствии с результатами экспериментальными исследований.

Контакт между оболочкой, опорами и нагружающим устройством моделируется условиями непроникания:

$$\begin{aligned} \dot{u}_n^1 &= \dot{u}_n^2, & q_n^1 &= -q_n^2, & q_i^1 &= q_i^2 = 0, \\ & & i &= \tau_1, \tau_2, \end{aligned} \quad (3.4.6)$$

где n, τ_1, τ_2 – единичные векторы локального, ортогонального базиса, n – вектор нормали к поверхности контакта, τ_1, τ_2 ортогональны n ; нижний индекс i означает проекцию вектора на оси подвижной системы координат, верхними индексами 1 и 2 обозначены номера соответствующих подобластей, поверхности которых находятся в контакте. Условия непроникания (3.4.6) выполняются только в активной фазе контактного взаимодействия. При нарушении контакта они заменяются условиями на свободной поверхности. Определяющая система уравнений (3.4.1)–(3.4.6) дополняется кинематическими граничными и начальными условиями.

Потеря устойчивости оболочки определяется методом продолжения по параметру, в качестве которого используется время.

Для дискретизации определяющей системы уравнений применяются моментная схема метода конечных элементов и явная конечно-разностная схема типа «крест». Оболочка заменяется лагранжевой сеткой, состоящей из 8-узловых конечных элементов (КЭ). В узлах сетки определяются ускорения $\{\ddot{U}\}$, скорости $\{\dot{U}\}$ и перемещения $\{U\}$ в общей системе координат $\{X\} = \{X_1 X_2 X_3\}^T$. В каждом конечном элементе вводится локальный базис $\{x\} = \{x_1 x_2 x_3\}^T$ (3.4.1), отслеживающий его вращение как жесткого целого пошаговым пересчетом направляющих косинусов осей. Конечный элемент с помощью полилинейного изопараметрического преобразования отображается на куб $-1 \leq \xi_i \leq 1$ ($i = \overline{1, 3}$):

$$x_i = \sum_{k=1}^8 x_i^k N_k(\xi_1 \xi_2 \xi_3), \quad (3.4.7)$$

$$N_k = (1 + \xi_1 / \xi_1^k)(1 + \xi_2 / \xi_2^k)(1 + \xi_3 / \xi_3^k) / 8,$$

В (3.4.7) x_i^k, ξ_i^k – координаты узлов в базисах x, ξ ; N_k – функции формы. Компоненты скорости деформаций $\dot{\epsilon}_{ij}$ в КЭ аппроксимируются линейными функциями:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^0 + \dot{\epsilon}_{ij}^1 \xi_1 + \dot{\epsilon}_{ij}^2 \xi_2 + \dot{\epsilon}_{ij}^3 \xi_3 \quad (3.4.8)$$

где $\dot{\epsilon}_{ij}^0$ – значения компонент скорости деформаций в центре КЭ (безмоментные составляющие), а $\dot{\epsilon}_{ij}^k = \partial \dot{\epsilon}_{ij} / \partial \xi_k = \text{const}$ – их градиент (мо-

ментные составляющие). Чтобы не завышать сдвиговую жесткость элемента, в (8) учитываются только компоненты $\dot{\epsilon}_{ij}^k$, соответствующие изгибающим и крутящим моментам в теории оболочек.

Интегрирование по пространственным переменным в (3.4.1) выполняется с применением квадратурных формул. Напряжения, определенные в локальном базисе конечного элемента, заменяются статически эквивалентными узловыми силами, которые проецируются в общую систему координат. Дискретный аналог уравнений движения записываются в виде:

$$[M] \{\ddot{U}\} = \{F\}, \quad (3.4.9)$$

где $[M]$ – диагональная матрица масс; $\{\ddot{U}\}, \{F\}$ – векторы, составленные из ускорений узлов КЭ-сетки и результирующих узловых сил в общей системе координат. Система обыкновенных дифференциальных уравнений (3.4.9) интегрируется по явной конечно-разностной схеме типа «крест». Изложенная конечно-элементная методика реализована в рамках вычислительной системы (ВС) «Динамика-3».

3. Сопоставление и анализ результатов расчетов и экспериментов.

Диаграмма деформирования для стали 3, полученная на универсальной испытательной машине ZWICK-Z030, приведена на рис. 3.4.3 сплошной линией. Для анализа влияния аппроксимации диаграммы деформирования на точность определения критической нагрузки проведены расчеты с применением теории течения с линейным изотропным упрочнением. Рассмотрены следующие варианты:

- 1) пунктирная линия на рис. 3.4.2 – аппроксимирует начальный участок экспериментальной диаграммы деформирования при $\chi \leq 0,3\%$;
- 2) штриховая линия – аппроксимирует экспериментальную диаграмму деформирования при $\chi \geq 10\%$.

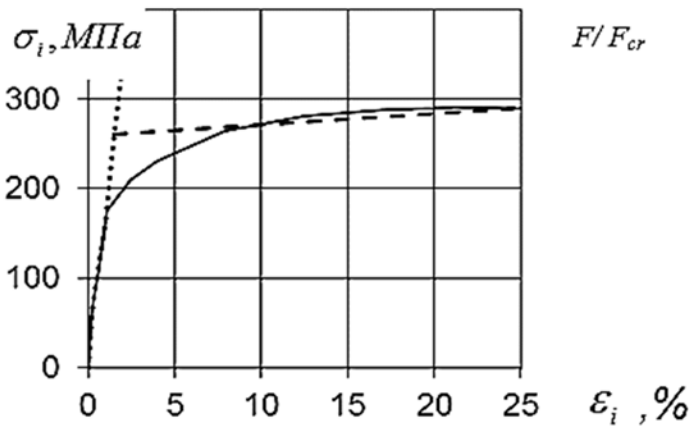


Рис. 3.4.3

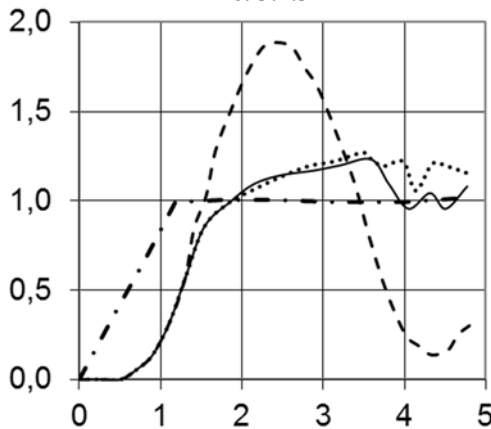


Рис. 3.4.4

Рассматриваемая задача имеет две плоскости симметрии. Для снижения вычислительных затрат в расчетах рассматривалась $\frac{1}{4}$ часть конструкции и задавались краевые условия, устраняющие перемещения граничных узлов оболочки по нормали к плоскостям симметрии. Поскольку моментная схема МКЭ является аналогом теории оболочек типа С.П. Тимошенко для численного решения задачи применялась сетка с одним слоем конечных элементов по толщине оболочки. Всего сетка расчетной области насчитывала 4000 конечных элементов. Для повышения точности описания выпучивания оболочки применялось локальное сгущение конечно-элементной сетки в ее средней части.

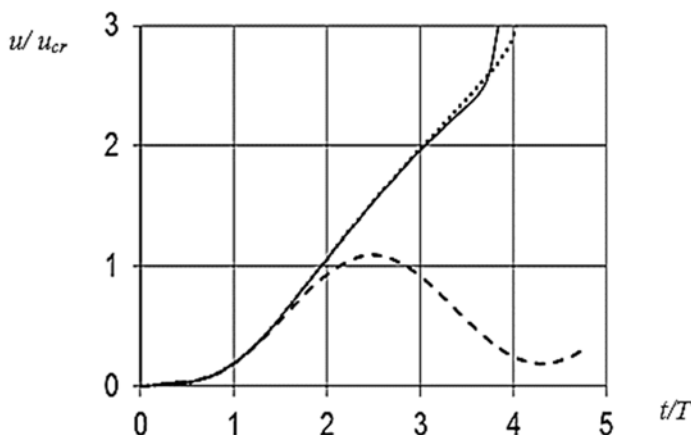


Рис. 3.4.5

По предварительным расчетам период T упругих изгибных колебаний рассматриваемой оболочки по нижней форме составляет, примерно, 12,5 мс. Воздействие домкрата на нагружающее устройство моделировалось в расчетах усилием F_D , изменение во времени которого приведено штрихпунктирной линией на рис.3.4.4.

Результаты численного решения задачи представлены на рис. 3.4.2б, 3.4.4–3.4.7. На рис. 3.4.2б изображено распределение интенсивности пластической деформации в зоне потери устойчивости оболочки в остаточном положении. Графики на рис. 3.4.4–3.4.7 характеризуют зависимость от безразмерного времени t/T следующих параметров.

А. Контактной силы F_{kont} между оболочкой и нагружающим устройством, определенной в расчете с применением нелинейной диаграммы деформирования (сплошная линия на рис. 3.4.4) и вариантов 1,2 линейной аппроксимации диаграммы деформирования (пунктирная и штриховая линии соответственно на рис. 3.4.4).

Б. Прогиба u/u_{cr} оболочки в центре зоны образования гофров, полученного из численного решения задачи (рис. 3.4.5). Обозначения на рис. 3.4.5 соответствуют обозначениям на рис. 3.4.4.

В. Продольных σ_{11} (сплошные линии) и окружных σ_{22} (пунктирные линии) напряжений в области первой складки, отнесенных к значению предела текучести $\sigma_T(0)$ при $\chi = 0$. Цифрами 1,2 на рис. 3.4.6 помечены графики, полученные на внутренней и внешней поверхностях оболочки соответственно;

Г. Продольной компоненты пластической деформаций ε^P_{11} в центре первой вмятины (рис.7); определенной в пяти точках по толщине h оболочки: 1 – $x_3 = -h/2$ (внутренняя поверхность оболочки), 2 – $x_3 = -h/4$, 3 – $x_3 = 0$, 4 – $x_3 = h/4$, 5 – $x_3 = h/2$.

Согласно результатам численного решения задачи действие заданной нагрузки F_D порождает при $t/T \approx 2$ пластические деформации в центре оболочки между опорами нагружающего устройства. В последующем в этой области происходит потеря устойчивости оболочки, сопровождаемая образованием локальных поперечных вмятин (рис. 3.4.2). Не приводя результатов, отметим, что при снижении на 2% ($\approx 0,1$ кН) максимальной величины силы F_D , действующей на нагружающее устройство, потери устойчивости оболочки по расчетным данным не происходит.

Поскольку время T_F нарастания нагрузки F_D , моделирующей действие домкрата, было сравнительно невелико ($\approx 1,2T$) на результатах расчетов сказались динамические эффекты. В частности максимальное значение контактной силы $F_{конт}$ между нагружающим устройством и оболочкой на 20% превышает значение критической нагрузки F_{cr} , что связано с изгибными колебаниями оболочки. С увеличением времени T_F в 5 раз расхождение $F_{конт}$ и F_{cr} уменьшается до 10%, однако время численного решения задачи соответственно увеличивается, что затрудняет проведение многовариантного компьютерного моделирования.

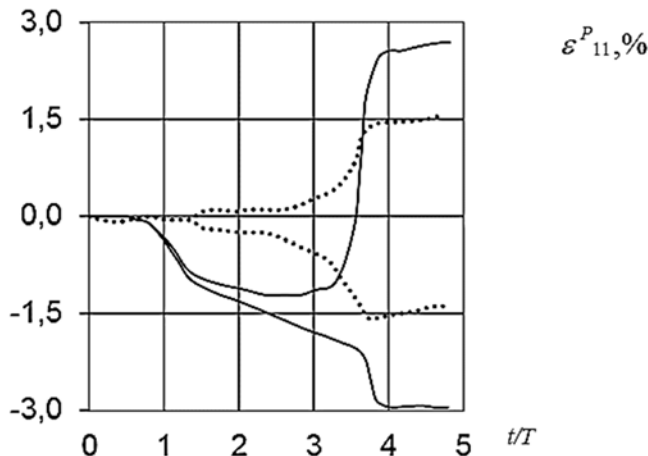


Рис. 3.4.6

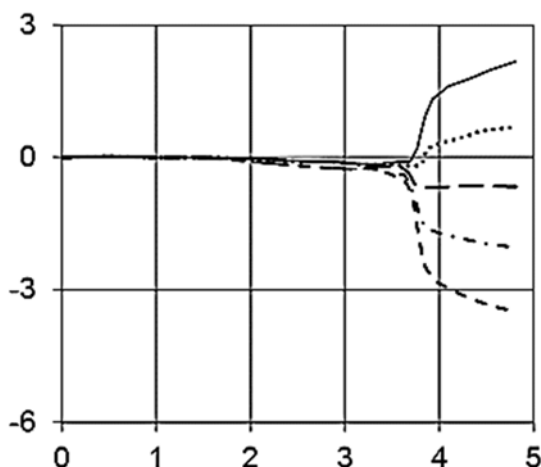


Рис. 3.4.7

Качественно остаточная картина складкообразования, полученная в расчете, соответствует экспериментальным данным (рис. 3.4.2). Их расхождение по форме и расположению складок обусловлено тем, что при численном решении задачи с учетом ее симметрии рассматривалась $\frac{1}{4}$ часть исследуемой конструкции с заданием соответствующих граничных условий.

В зоне складкообразования преобладающими являются продольные напряжения σ_{11} (рис.3.4.6). На внутренней поверхности оболочки в зоне первой вмятины на закритической стадии напряжения меняют знак (рис. 3.4.6), сжимающие напряжения переходят в растягивающие) и возрастают окружные растягивающие напряжения. Изменение продольных и окружных компонент тензора напряжений происходит не пропорционально. В процессе разгрузки продольные напряжения в области складки вновь достигают предела текучести. На внешней поверхности оболочки продольные и окружные напряжения в этой же зоне остаются сжимающими. Следовательно, образование вмятины на оболочке происходит при наличии пластических деформаций и приводит к росту в этой области изгибающих моментов в условиях сложного напряженного состояния. Несмотря на значительные локальные формоизменения оболочки, максимальные продольные деформации в области складок на рассмотренном этапе нагружения по расчетным данным не превышают 5%, а сдвиговые деформации 0,03%.

Хорошее согласование результатов расчета и эксперимента по критической нагрузке (пунктирная линия на рис. 4) наблюдается также при применении в расчетах модели пластичности с линейным изотропным упрочнением, если ее параметры определены по начальному участку экспериментальной диаграммы деформирования при $\chi \leq 0,3\%$. Если же эти параметры соответствуют участку диаграммы деформирования при $\chi \geq 10\%$, цилиндрическая оболочка не теряет устойчивости (штриховая линия на рис. 3.4.4, 3.4.5).

Выводы:

Вычислительная модель качественно правильно и с приемлемой точностью описывает упругопластическое деформирование и потерю устойчивости тонкостенной цилиндрической оболочки с сыпучим наполнителем при изгибе. Моментная схема МКЭ при малых деформациях поперечного сдвига позволяет решать задачи устойчивости тонкостенных упругопластических оболочек на сетке с одним слоем конечных элементов по толщине. При численном исследовании потери устойчивости оболочек в упругопластической области необходимо применять модель пластичности с нелинейным упрочнением, так как критическая нагрузка и закритическое деформирование оболочки существенно зависит от текущего касательного модуля.

ГЛАВА 4. ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ, ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ И ЗАКРИТИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ БОЛЬШЕГАБАРИТНЫХ ЦИСТЕРН ДЛЯ ТРАНСПОРТИРОВКИ СЫПУЧИХ МАТЕРИАЛОВ

Рассматривается задача деформирования и потери устойчивости большегабаритных емкостей для автомобильной транспортировки сыпучих материалов малой плотности (цемента, зерна и т. д.).

Исследуемая конструкция представляет собой тонкостенную оболочку. При разгрузке она предварительно нагружается внутренним давлением 0,1 МПа и наклоняется на угол 40,290 (рис. 4.1.1–4.1.3).



Рис. 4.1.1

Для этого один торец цистерны шарнирно закрепляется на раме, а другой поднимается телескопическим устройством. Под действием весовой нагрузки корпус емкости при подъеме изгибается. Этот процесс может сопровождаться образованием пластических деформаций в центральной области и потерей устойчивости. Поэтому для обоснования соответствия

проектируемой конструкции требованиям нормативных документов необходимо решение трехмерной геометрически и физически нелинейной задачи устойчивости замкнутой оболочки вращения заполненной сыпучим материалом с учетом моментности напряженно-деформированного состояния (НДС) оболочки.

Наиболее вероятные области потери устойчивости, где возникают наибольшие напряжения, это средняя часть цилиндрической оболочки и места крепления опорных устройств на торцах цистерн.

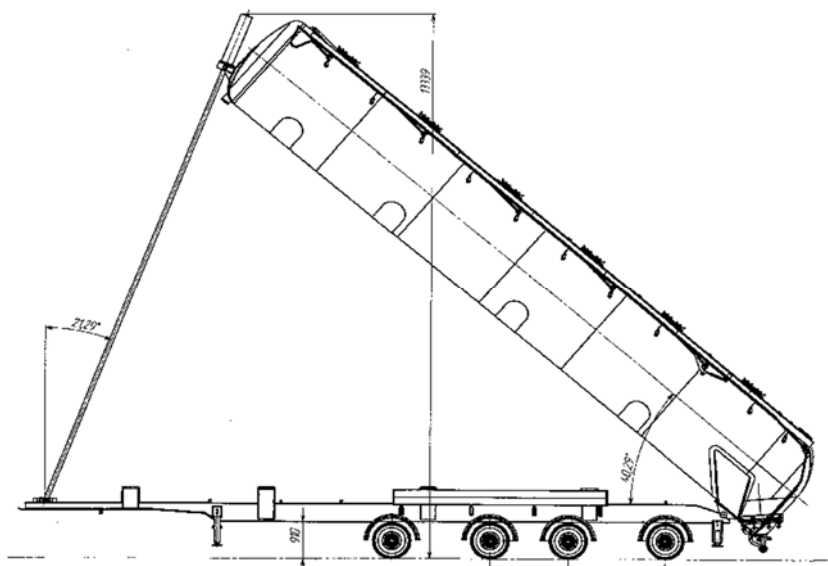


Рис. 4.1.2

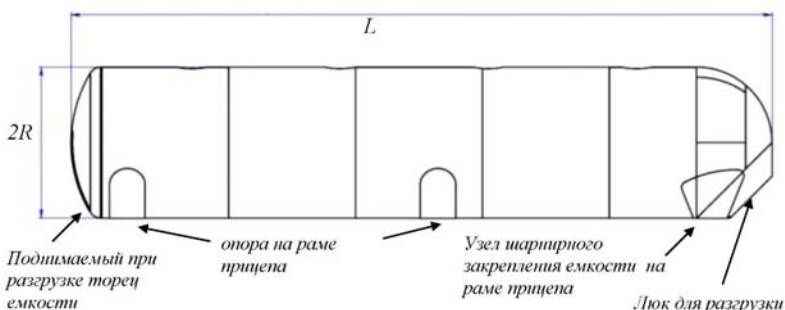


Рис. 4.1.3

4.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКОЙ ВЕСОВОЙ НАГРУЗКИ, ПРИВОДЯЩЕЙ К ПОТЕРЕ УСТОЙЧИВОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБЕЧАЙКИ ЦИСТЕРНЫ

В расчетах емкость моделировалась замкнутой цилиндрической оболочкой ($h = 0,5$ см, $R/h = 255$, $L/R = 12,5$), которая на торцах опиралась на неподвижные, недеформируемые плиты. Оболочка выполнена из сплава АМг5, имеющего следующие механические характеристики: плотность $\rho = 2,65 \text{ г/см}^3$, модуль упругости $E = 63 \text{ ГПа}$, коэффициент Пуассона $\mu = 0,32$, предел текучести $\sigma_T = 0,146 \text{ ГПа}$, модуль кинематического упрочнения $g = 0,2088 \text{ ГПа}$.

Для моделирования квазистатического режима нагружения изменение внутреннего давления во времени при решении задачи в динамической постановке задается формулой

$$p = \begin{cases} p_0 \times t / t_0, & t \leq t_0 \\ p_0, & t > t_0 \end{cases} \quad (4.1.1)$$

где $p_0 = 1$ ат. Для уменьшения влияния динамической составляющей, время нарастания давления t_0 принимается не менее двух-трех периодов колебаний цистерны по низшей форме.

Предполагается, что емкость полностью заполнена сыпучим материалом. Распределение весовой нагрузки вдоль оси вращения оболочки принимается равномерным, а в поперечном сечении изменение давления P_φ по повороту задается формулой:

$$P_\varphi = P_1 \times \sin(\varphi / 2), \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi \quad (4.1.2)$$

Значение P_1 определяется из условия:

$$\int_0^L \int_0^{2\pi} P_\varphi d\varphi dx = P_0 \quad (4.1.3)$$

где $P_0 = 400$ кН – допускаемый вес сыпучего груза. Изменение весовой нагрузки во времени задавалось формулой:

$$P = \begin{cases} 0, & t \leq t_0 \\ k \times P_\varphi \times (t - t_0) / (t_1 - t_0), & t_0 \leq t \leq t_1 \\ k \times P_\varphi, & t > t_1 \end{cases} \quad (4.1.4)$$

где k – коэффициент запаса. Величины t_0 , t_1 в формулах (4.1.1)–(4.1.4) определялись исходя из частотного анализа и в дальнейшем корректировались в соответствии с результатами численных экспериментов.

Результаты решения задачи приведены на рис. 4.1.4–4.1.9. На рис. 4.1.4 изображены формы тонкостенной конструкции на различных этапах нагружения, определяемых отношением F/P весовой нагрузки к допустимому весу груза. На рис. 4.1.5–4.1.9 приводятся графики изменения в зависимости от F/P следующих параметров:

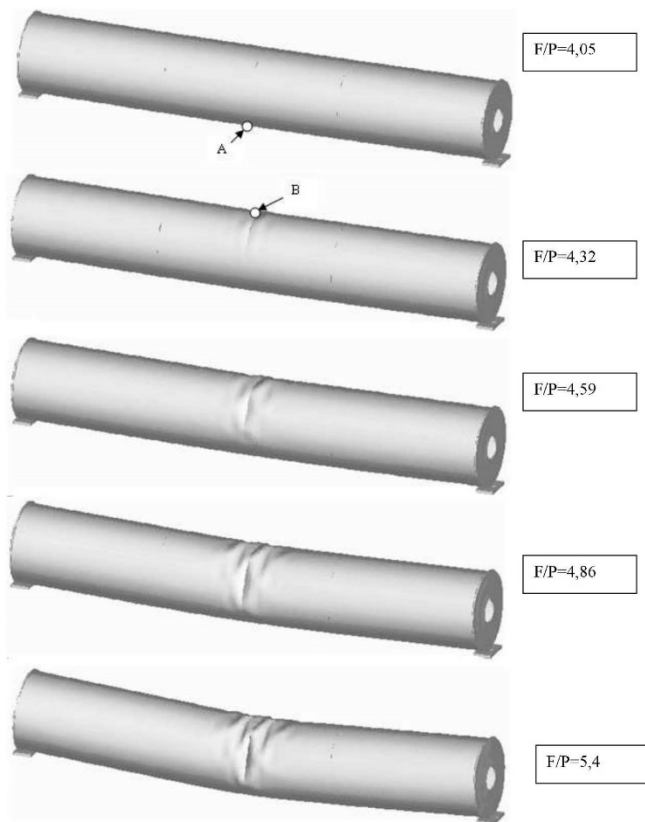


Рис. 4.1.4

– параметра складкообразования (отклонение вертикальной координаты узлов конечно элементной сетки цистерны от среднего значения в зоне образования гофров)

$$DR = \sum_{i=1}^N |y_i - y_S| / y_S, \quad y_S = \sum_{i=1}^N y_i / N \quad (4.1.5)$$

– скорости вертикального смещения и смещения цистерны в точке А (рис. 3.1.4, 3.1.5); (см. рис. 4.1.4);

- кинетической энергии конструкции;
- продольных и окружных напряжений на лицевых поверхностях цилиндрической оболочки в конечных элементах А и В (см. рис. 4.1.4), отнесенные к пределу текучести.

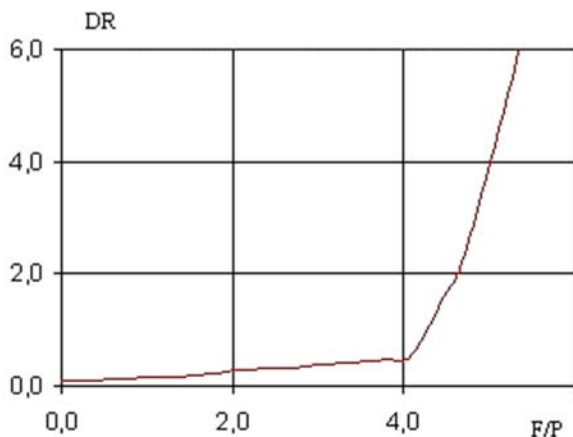


Рис. 4.1.5

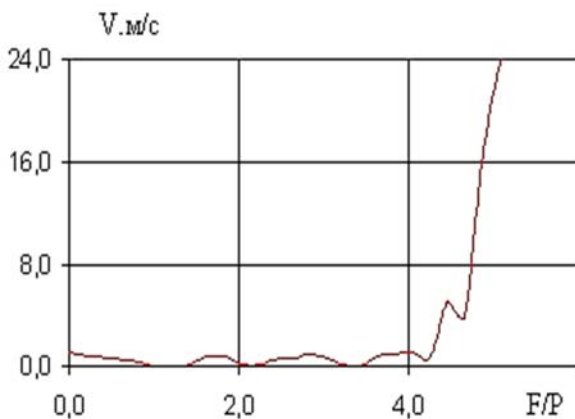


Рис. 4.1.6

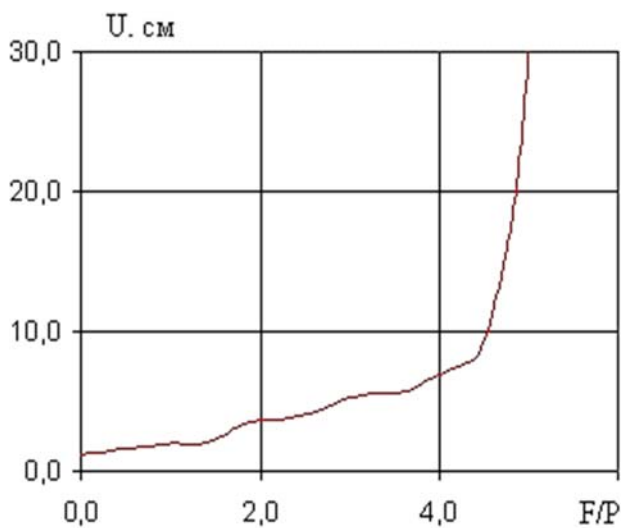


Рис. 4.1.7

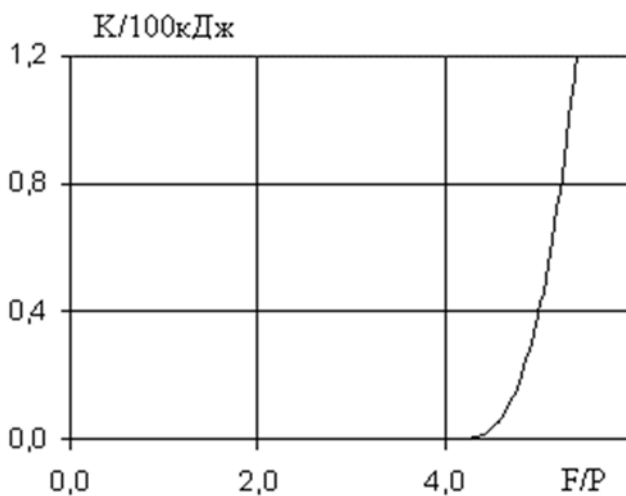


Рис. 4.1.8

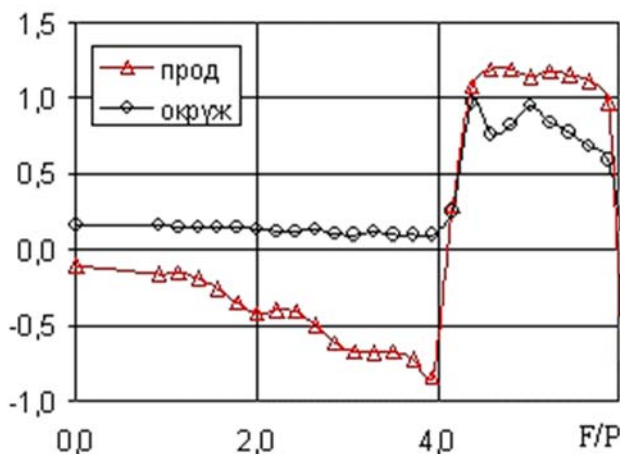


Рис. 4.1.9

Анализ результатов расчета показывает следующее.

А. При достижении весовой нагрузкой значения равного 4,2 допустимого проектом веса груза в средней части цилиндрической обечайки образуются две поперечные складки. В последующем увеличение весовой нагрузки приводит к расширению этой зоны и увеличению числа складок.

Б. На графиках зависимости от весовой нагрузки параметра DR складкообразования, кинетической энергии, перемещения и скорости перемещения цилиндрической оболочки в точке А потеря устойчивости отмечается резким увеличением соответствующих параметров. Контактная сила на опорах, несмотря на увеличение весовой нагрузки, в момент образования гофров претерпевает некоторый спад.

В. Продольные напряжения в зоне гофров в момент потери устойчивости меняют знак (сжимающие напряжения переходят в растягивающие). При этом их величина превышает предел текучести, что свидетельствует о возникновении пластических деформаций в этой зоне.

Таким образом, в рассматриваемой конструкции коэффициент запаса k для критической нагрузки составляет 4,2 к допустимому весу перевозимого груза. Принимая во внимание результаты верификационных расчетов (см. главу 3), можно сделать вывод – представленная в проекте цистерна не теряет устойчивости в процессе подъема для разгрузки при соблюдении рекомендуемой технологии: а) допустимый вес не превышает 400 кН, б) перед разгрузкой цистерна нагружается внутренним избыточным давлением 0,1 МПа.

4.2. АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ЗАПОЛНИТЕЛЯ И ВНУТРЕННЕГО ДАВЛЕНИЯ НА ВЕЛИЧИНУ КРИТИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ

Для анализа влияния внутреннего избыточного давления на деформирование корпуса цистерны был проведен расчет при воздействии только весовой нагрузки. Предполагалось цистерна полностью заполнена сыпучим материалом. Изменение весовой нагрузки от пространственных координат и времени описывалось теми же формулами, что и в предыдущем параграфе.

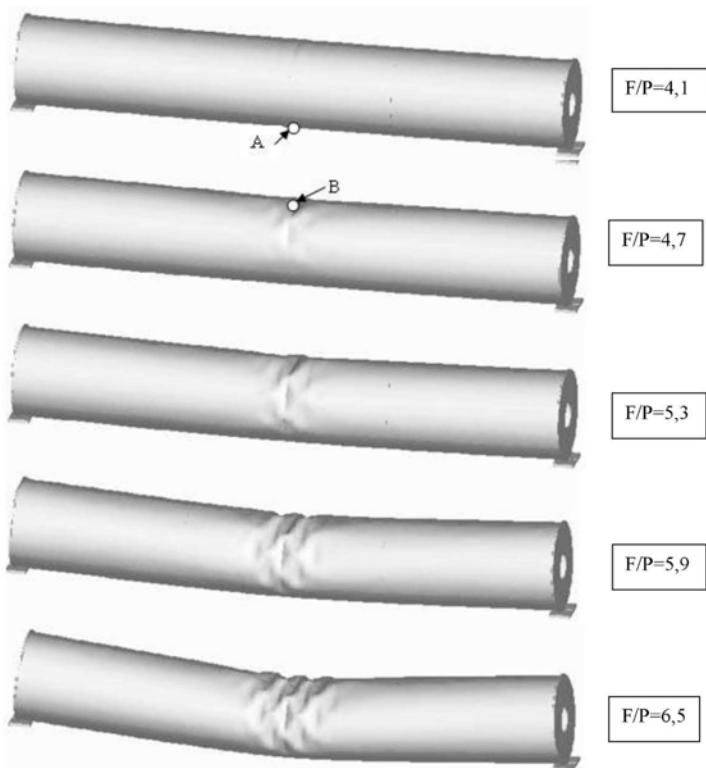


Рис. 4.2.1

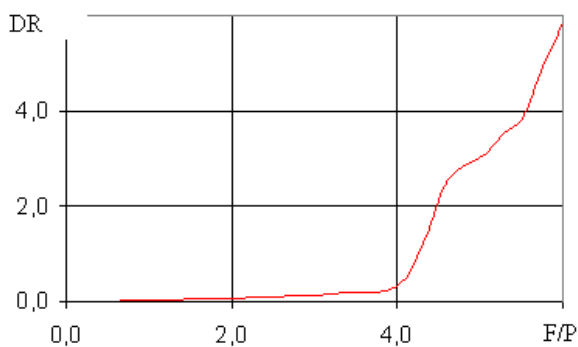


Рис. 4.2.2 а

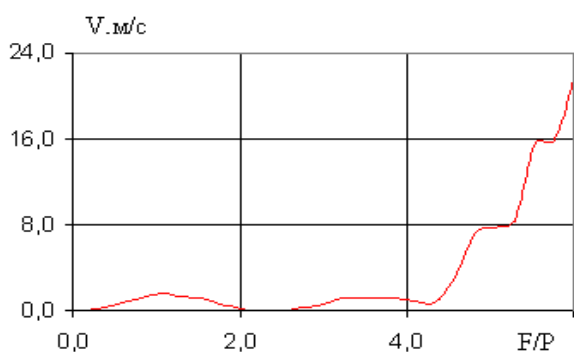


Рис. 4.2.2 б

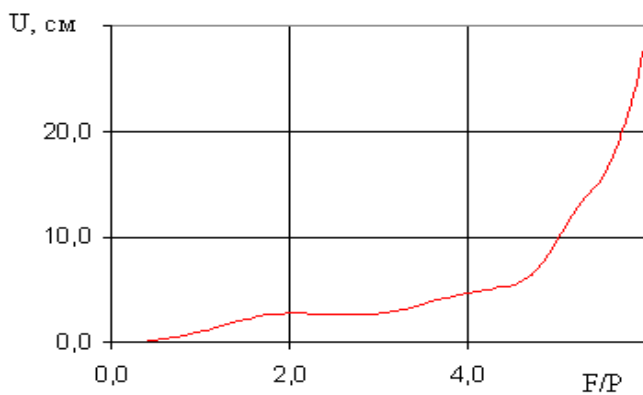


Рис. 4.2.3

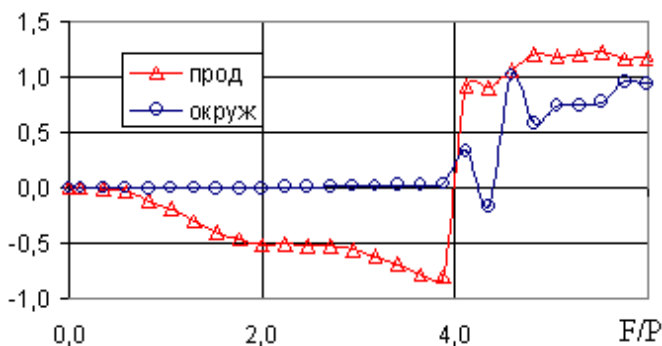


Рис. 4.2.4

Результаты решения задачи приведены на рис. 4.2.1–4.2.4 в виде расчетной кинограммы (рис. 4.2.1) процесса деформирования конструкции и графиков изменения характерных параметров в зависимости от весовой нагрузки (рис. 4.2.2–4.2.4). На рис. 4.2.2–4.2.4 сохранены обозначения параграфа 4.1.

Сопоставляя результаты расчетов на рис. 4.1.1–4.1.9 и рис. 4.2.1–4.2.4 можно сказать, для полностью заполненной цистерны внутреннее избыточное давление $=0,1$ МПа незначительно влияет на величину критической нагрузки, хотя и вносит изменения в процесс складкообразования (изменяются размер зоны гофров и их величина).

Иная картина получается в случае, если цистерна заполнена на половину и весовая нагрузка приложена только на нижней половине цилиндрической обечайки цистерны. Результаты расчетов с избыточным давлением $0,1$ МПа и при его отсутствии представлены на рис. 4.2.5–4.2.8. На рис. 4.2.8 изображено центральное поперечное сечение оболочки на различных стадиях нагружения. Из этих рисунков видно при таком нагружении отсутствие избыточного внутреннего давления приводит к изменению НДС цилиндрической оболочки и существенно снижает величину критической нагрузки. При этом сначала ($F/P \approx 1,76$) происходит изменение поперечного сечения в средней части цилиндрической оболочки, а затем ($F/P \approx 4,1$) на ней образуются локальные гофры в верхней сжимаемой зоне цилиндрической оболочки. Отметим, что при избыточном внутреннем давлении 1 ат формоизменение корпуса конструкции в рассматриваемом варианте задачи отличается: зона образования складок становится шире, но глубина складок меньше. Однако, судя по графикам изменения продольных напряжений и параметра складкообразования величина критической весовой нагрузки при этом практически не меняется. Таким образом, величина критической весовой нагрузки при наличии избыточного

внутреннего давления мало зависит от взаимодействия цилиндрической оболочки и транспортируемого груза в верхней половине корпуса емкости.

Избыточное внутреннее
давления отсутствует

Избыточное внутреннее
давлением 1 ат

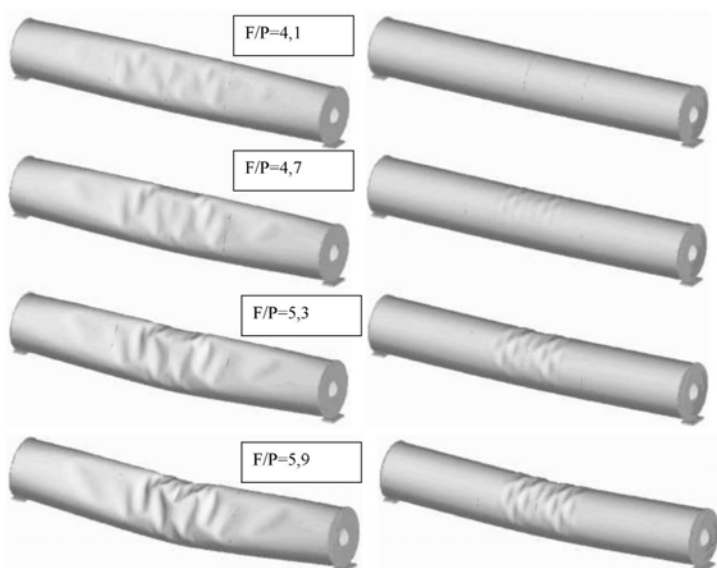


Рис. 4.2.5

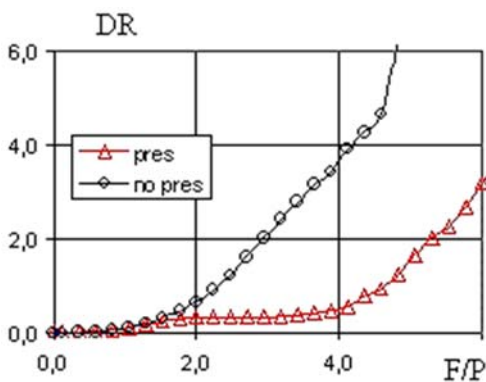


Рис. 4.2.6

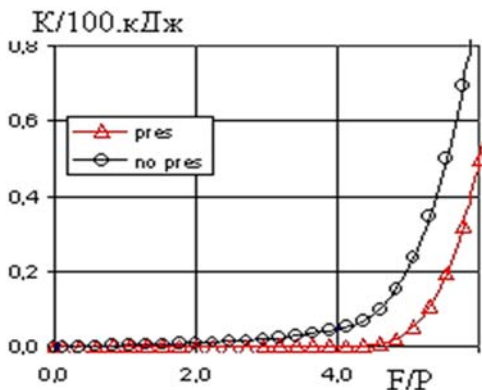


Рис. 4.2.7

Для проверки правильности определения критической весовой нагрузки был проведен расчет при следующем варианте нагружения:

– внутреннее избыточное давление в емкости нарастает до 0,1 МПа по формуле (4.1.2);

– далее задается весовая нагрузка на нижней половине цилиндрической оболочки, изменение во времени которой определяется формулой

$$\begin{cases} P = 0, & t \leq t_1, \\ P = k \times P_\varphi \times (1 - \cos(\pi t / \Delta t)) / 2, & t_1 \leq t \leq t_2, \\ P = P_\varphi, & t_2 \leq t \end{cases} \quad (4.2.1)$$

где $t_1 = 30$ мс, $t_2 = 200$ мс, $k = 4$ – коэффициент запаса, P_φ – распределение весовой нагрузки (4.1.4) в поперечном сечении нижней половины цилиндрической оболочки.

Как показал анализ результатов, корпус цистерны в этом случае не теряет устойчивости, что свидетельствует о правильности определения критической весовой нагрузки. Однако следует обратить внимание на то, продольные растягивающие напряжения в конечном элементе, отмеченном на рис.4.2.1 точкой А достигли предела текучести и в этой области можно ожидать возникновения пластических деформаций, что не допускается проектом.

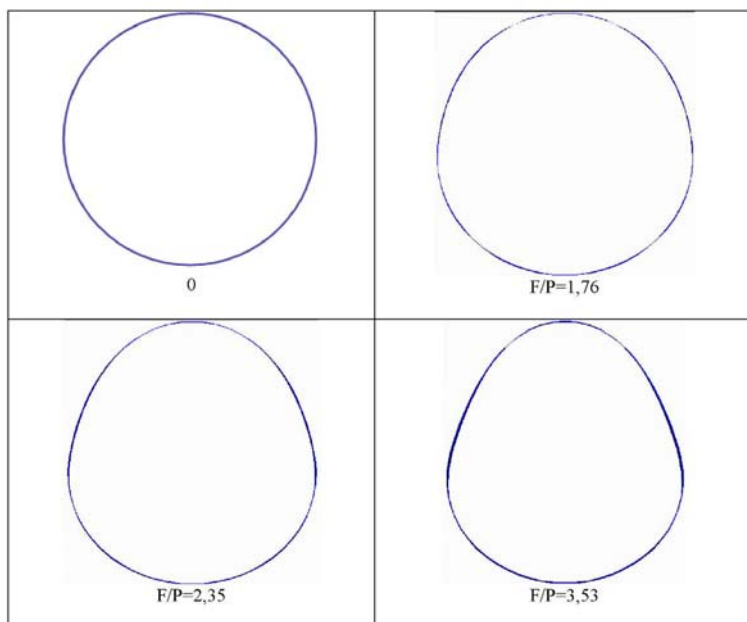


Рис.4.2.8

4.3. ИССЛЕДОВАНИЕ ВЫПУЧИВАНИЯ ТОРЦЕВОЙ ПОЛУСФЕРИЧЕСКОГО ДНИЩА И ЕГО ВЛИЯНИЯ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ЦИСТЕРНЫ

Для анализа прочности и устойчивости корпуса цистерны в зоне крепления штока телескопического подъемного устройства были проведены расчеты с полусферической оболочкой на поднимаемом торце.

Согласно проектного решения цистерны для транспортировки сыпучих материалов (рис. 4.1.1, 4.1.2) на торце оболочки моделируется узел крепления штока и торцевой поверхности (рис. 4.3.1). Поскольку отношение диаметра оболочки к ее толщине составляет, примерно, 500, предполагалось, что деформируемостью узла крепления можно пренебречь. Исходя из этого, узел крепления штока на торце цистерны задавался по упрощенной схеме, адекватно передающей усилия от штока на торцевую оболочку.

Нагружение цистерны осуществлялось внутренним давлением и весовой нагрузкой в соответствии с формулами (4.1.1–4.1.4). Выполнены два варианта расчетов. Первый вариант – моделирование упрощенной схемы

передачи усилия через шток на торцевую поверхность цистерны. Вторым вариантом – моделирование круглой тонкостенной пластины на поднимаемом торце цистерны и задание опоры на нижнюю часть торца оболочки.

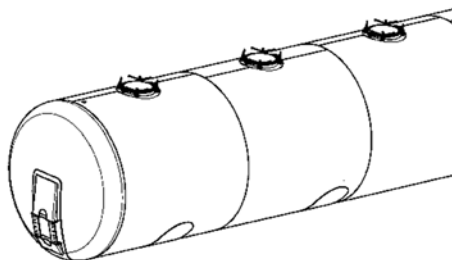


Рис. 4.3.1

Полученные результаты представлены в виде расчетных кинограмм процесса деформирования оболочки (рис. 4.3.2) и графиков изменения параметра складкообразования DR в зависимости от весовой нагрузки (рис. 4.3.3).

Как показали результаты расчетов, при весовой нагрузке равной, примерно, 2-м допустимым весам перевозимого груза на полусферической оболочке поднимаемого торца цистерны образуется вмятина. С последующим увеличением весовой нагрузки вмятина углубляется, расширяется и при 4-кратном превышении весовой нагрузкой допустимого веса груза на торце цистерны образуются складки. Далее возникают и развиваются складки в средней части цилиндрической оболочки корпуса (рис. 4.3.2).

Судя по графикам изменения параметра складкообразования DR (рис. 4.3.3), критическое значение весовой нагрузки в обоих вариантах задачи составляет, примерно, 4 допустимых веса перевозимого груза. Полученные результаты соответствуют приведенным в параграфе 4.1. Это позволяет предположить, что форма оболочек на торцах цистерны слабо влияет на выпучивание цилиндрической оболочки в средней части корпуса.

Дополнительные расчеты показали, что увеличение внутреннего избыточного давления до 0,2 МПа существенно уменьшает формоизменение конструкции на поднимаемом торце, но не приводит к увеличению критической нагрузки, при которой цилиндрическая оболочка корпуса теряет устойчивость.

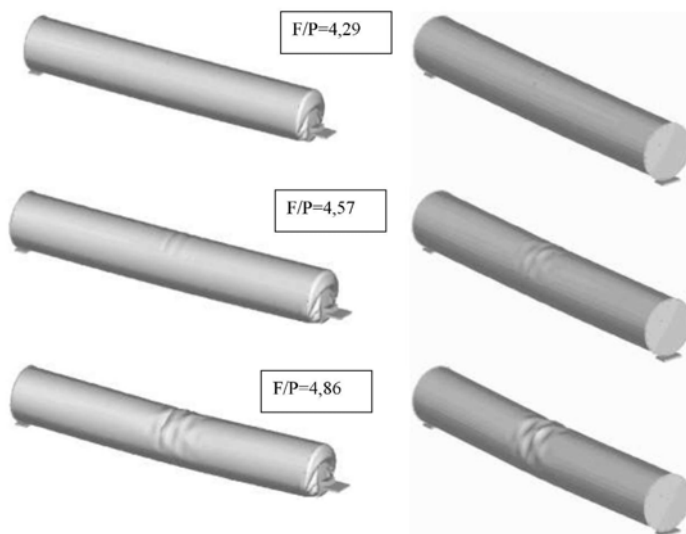


Рис. 4.3.2

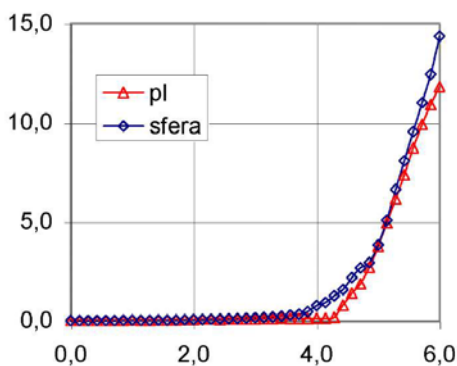


Рис. 4.3.3

4.4. АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ДЛИНЫ ЦИСТЕРНЫ ДЛЯ ТРАНСПОРТИРОВКИ СЫПУЧИХ МАТЕРИАЛОВ НА КРИТИЧЕСКУЮ НАГРУЗКУ ПРИ ИЗГИБЕ

Для сравнения были проведены численные исследования деформирования и потери устойчивости замкнутой цилиндрической оболочки $L/R =$

9,28, $R/h = 255$, $h = 0,5$ см (длина оболочки уменьшена в 1,35 раза). Допустимый вес транспортируемого груза в этом случае равен 296 кН. Рассматривалось два варианта нагружения оболочки: а) весовая нагрузка P и б) внутреннее давление P_{in} плюс весовая нагрузка P . Предполагалось, что весовая нагрузка P приложена на нижней половине оболочки и равномерно распределена вдоль оси вращения.

Результаты решения задачи приведены на рис. 4.4.1–4.4.6. На рис. 4.4.1, 4.4.2 изображены формы тонкостенной конструкции в различные моменты времени, полученные при первом и втором вариантах нагружения.

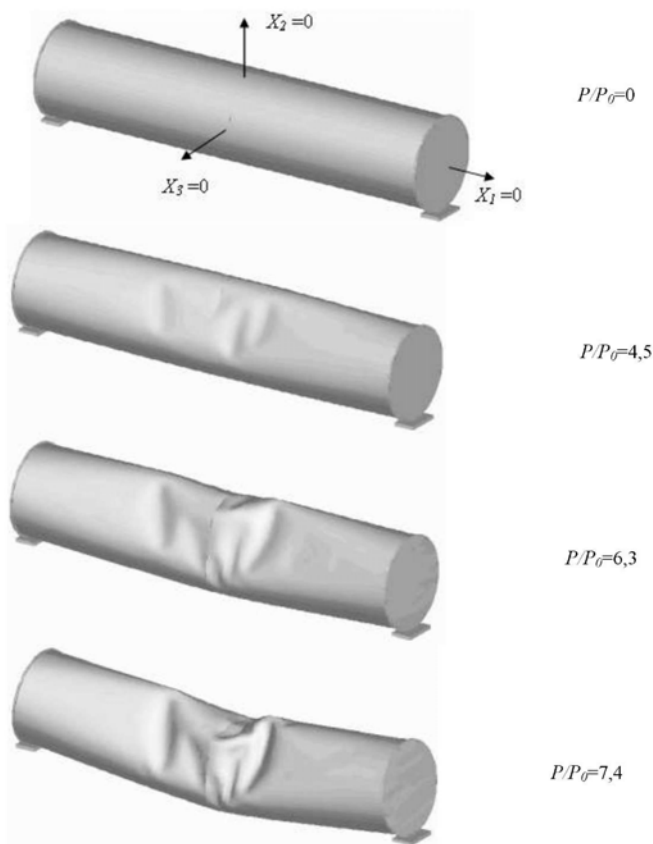


Рис. 4.4.1

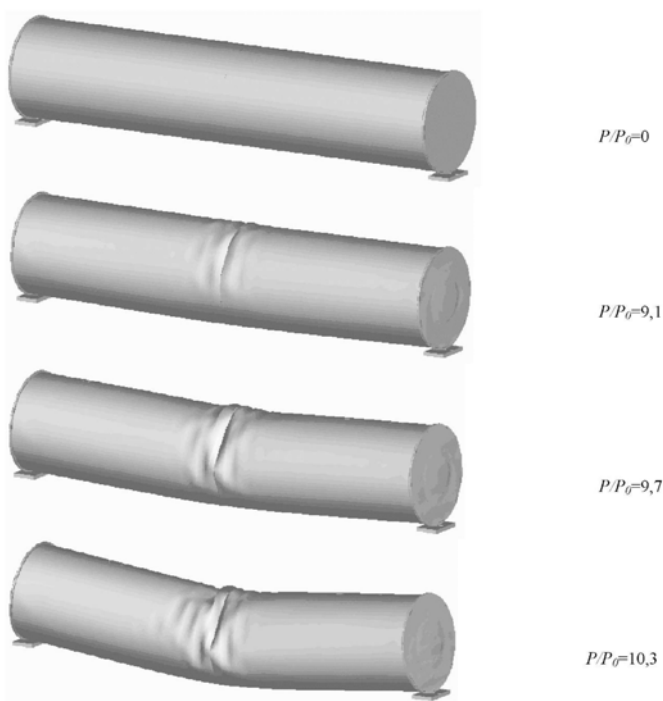


Рис. 4.4.2

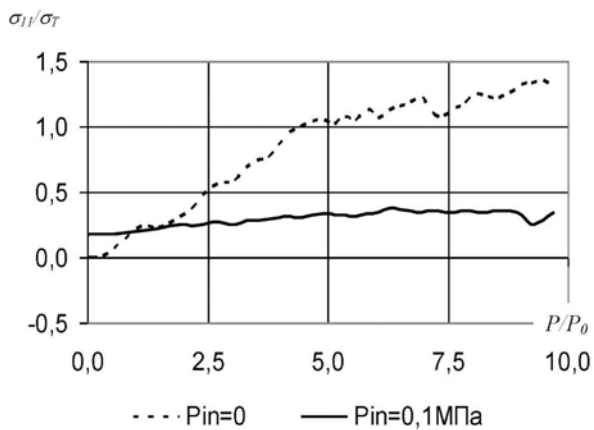


Рис. 4.4.3

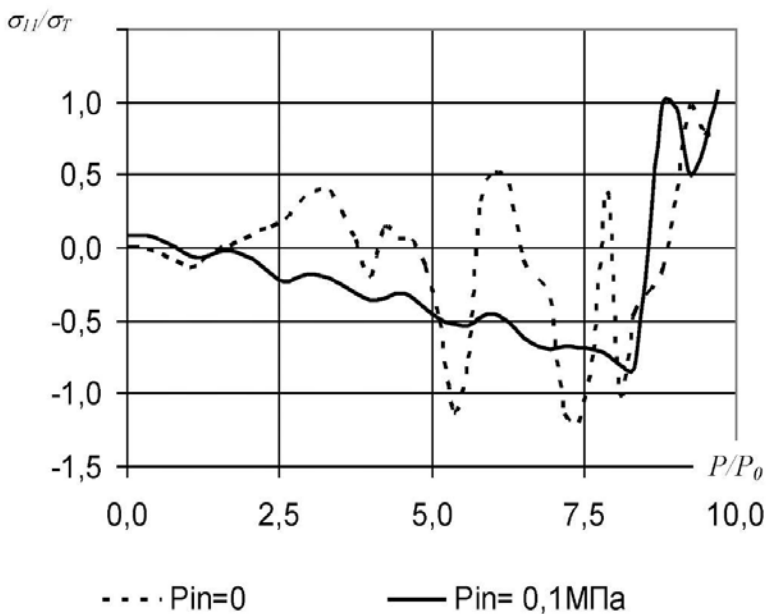


Рис. 4.4.4

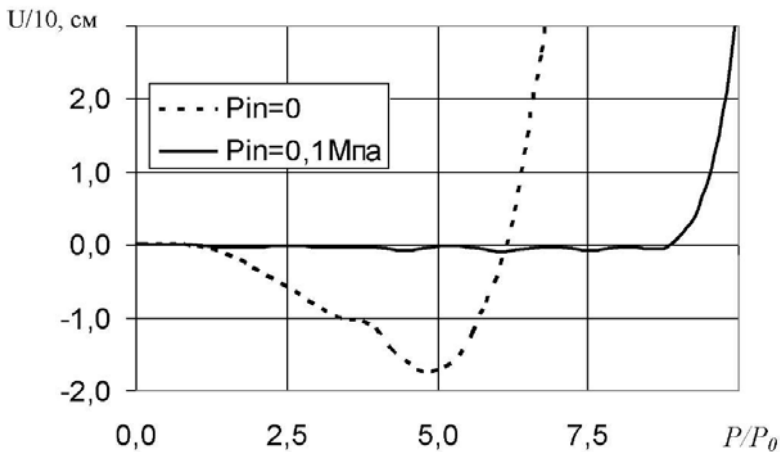


Рис. 4.4.5

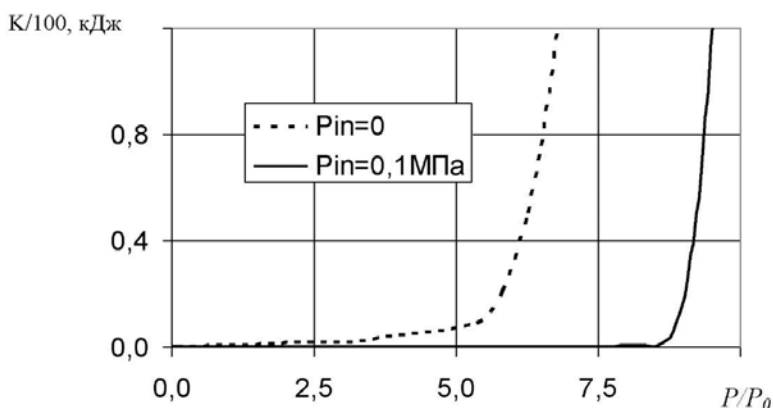


Рис. 4.4.6

Таблица 4.4.1

	$L/R = 9,28$	$L/R = 12,5$
$P_{in}=0$	5	2
$P_{in}=0,1\text{МПа}$	8,8	4

На рис. 4.4.3–4.4.6 сравниваются графики зависимости от весовой нагрузки P , отнесенной к допустимому весу груза P_0 , следующих параметров:

– продольных напряжений на внешней поверхности цилиндрической оболочки в конечных элементах, начальные координаты центров которых равны $X_1 = X_3 = 0, X_2 = -R$ (рис. 4.4.3) и $X_1 = X_3 = 0, X_2 = R$ (рис. 4.4.4) соответственно;

– прогиба оболочки в точке $X_1 = X_3 = 0, X_2 = R$ (рис. 4.4.5);

– кинетической энергии оболочки (рис. 4.4.6).

В таблице 4.4.1 сопоставляются значения коэффициента запаса $k = F/P$ для рассматриваемых вариантов нагружения.

В первом варианте задачи на начальном этапе нагружения происходит изменение формы поперечного сечения оболочки в центральной части. Как и в параграфе 4.2 поперечное сечение оболочки приобретает со временем каплевидную форму. При значении нагрузки $P \approx 3P_0$ в средней части цилиндрической оболочки образуются вертикальные складки (рис. 4.4.1). Последующее нагружение приводит к увеличению числа складок и их размеров. При $P/P_0 \approx 5$ в верхней части оболочки образуется поперечная горизонтальная вмятина. Со временем она увеличивается и приводит к общей потере устойчивости оболочки.

В нижней части оболочки растягивающие продольные напряжения в центральном поперечном сечении превышают предел текучести, что приводит к появлению пластических деформаций. Продольные напряжения в зоне гофров после потери устойчивости меняют знак (сжимающие напряжения переходят в растягивающие). При этом их величина также достигает предела текучести.

Таким образом, в первом варианте задачи (действует только весовая нагрузка) коэффициент запаса $k = P_c / P_0$ (отношение критической нагрузки к допустимому весу перевозимого груза) цистерны равен 5.

При комбинированном нагружении весовой нагрузкой и внутренним давлением (второй вариант задачи) значение критической нагрузки увеличивается в 1,76 раза и коэффициент запаса k становится равным 8,8. Зона складкообразования сужается и размеры складок уменьшаются. Нижняя растягиваемая часть оболочки деформируется упруго (рис. 4.4.3). Амплитуда колебаний продольных напряжений в зоне складкообразования до потери устойчивости существенно уменьшается (рис. 4.4.4).

Как видно из таблицы 4.4.1, уменьшение длины оболочки в 1,35 раза увеличивает значение критической нагрузки более чем в 2 раза.

Выводы:

1. Рассматриваемая цистерна, заполненная на 100% сыпучим материалом, при отсутствии внутреннего давления выдерживает распределенную поперечную нагрузку, превышающую в 4 раза допускаемый проектом вес, а цистерна, загруженная наполовину, теряет устойчивость при двукратном превышении допустимого веса груза.

2. При полной загрузке цистерны сыпучим материалом влияние внутреннего давления 0,1 МПа на величину критической нагрузки в рассматриваемой задаче незначительно (ее изменение не превышает 5%). При неполной загрузке цистерны сыпучим материалом внутреннее давление существенно влияет на устойчивость оболочки. В частности, для проектируемой цистерны, загруженной на 50%, при внутреннем давлении 0,1 МПа критическая нагрузка при изгибе увеличивается в 2 раза.

3. С учетом результатов верификационных расчетов можно сказать, что представленная в проекте цистерна не теряет устойчивости в процессе подъема для разгрузки при соблюдении рекомендуемой технологии: а) транспортируемый вес не превышает 400 кН, б) перед разгрузкой цистерна нагружается внутренним избыточным давлением 0,1 МПа.

4. Форма оболочек на торцах цистерны слабо влияет на величину критической нагрузки и форму выпучивания цилиндрической оболочки в средней части корпуса.

5. Увеличение внутреннего избыточного давления от 0,1 МПа до 0,2 МПа уменьшает формоизменение конструкции на поднимаемом

торце, но мало влияет на величину критической нагрузки, при которой происходит потеря устойчивости цилиндрической оболочки корпуса.

6. Уменьшение длины цилиндрической оболочки корпуса в 1,35 раза увеличивает значение критической нагрузки более чем в 2 раза.

4.5. СПОСОБ ПРИБЛИЖЕННОГО РАСЧЕТА НА УСТОЙЧИВОСТЬ ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ ИЗГИБЕ ТОНКОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК СРЕДНЕЙ ДЛИНЫ, ЗАПОЛНЕННЫХ СЫПУЧИМ МАТЕРИАЛОМ

Простого, приближенного метода расчета нет. Поэтому разработка способа приближенного расчета на устойчивость при изгибе тонкостенных цилиндрических оболочек, заполненных сыпучим материалом, является весьма актуальной, необходимой для производства.

Цель расчета – разработка способа приближенного расчета на устойчивость при изгибе тонкостенных цилиндрических оболочек, заполненных сыпучим материалом.

Приближенный расчет на устойчивость тонкостенных цилиндрических оболочек

В работе [33] для расчета критического напряжения σ_{cr} пустых оболочек рекомендуется зависимость:

$$\sigma'_{cr} = (0,22 \div 0,30) \cdot E \cdot \frac{h}{R}, \quad (4.5.1)$$

где E – модуль упругости материала оболочки, h – толщина стенки, R – радиус образца. Коэффициент равный 0,30 принимается для оболочек средней длины, коэффициент 0,22 – для более длинных оболочек.

По формуле (4.5.1) рассчитаем критическое напряжение для пустого образца первой серии экспериментов (таблица 4.5.1).

$$\sigma'_{cr} = 0,30 \cdot E \cdot \frac{h}{R} = 0,30 \cdot 0,7 \cdot 10^5 \cdot \frac{0,1}{32,8} = 64 \text{ МПа}.$$

Критическая сила равна:

$$F_{cr} = \frac{\sigma'_{cr} \cdot W}{l} = \frac{64 \cdot 0,34 \cdot 10^{-6}}{135 \cdot 10^{-3}} = 0,161 \text{ кН},$$

где W – осевой момент сопротивления поперечного сечения образца, l – длина образца.

$$W = \pi \cdot h \cdot R^2 = 3,14 \cdot 0,1 \cdot 32,8^2 \cdot 10^{-6} = 0,34 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

В таблице 4.5.1 для этих образцов экспериментально получена критическая сила $F_{cr} = 0,153кН$, численным расчетом определена критическая сила $F_{cr} = 0,160кН$.

Расчеты по формуле (4.5.1) и численные расчеты дают одинаковые значения критической нагрузки. Следовательно, формулу (4.5.1) можно использовать для расчета критического напряжения.

В заполненных сыпучим материалом оболочках на σ_{cr} влияют весовая нагрузка и противодействие сыпучего материала образованию вмятин.

Напряжение от весовой нагрузки определяется по зависимости [178]:

$$\sigma_1 = \frac{M}{W}, \quad M = \frac{q \cdot l^2}{2} \quad (4.5.2)$$

где q – равномерно распределенная весовая нагрузка на оболочку, M – изгибающий момент в поперечном сечении в месте потери устойчивости от весовой нагрузки для нашего случая.

Сыпучий материал создает давление на внутреннюю поверхность оболочки в зоне образования вмятины равное [179]:

$$P = \rho \cdot g \cdot H \quad (4.5.3)$$

где ρ – насыпная плотность, H – высота сыпучего материала, $g = 9,8 м/с^2$.

Считая, до потери устойчивости напряженное состояние безмоментным, противодействующая нагрузка создает меридиональное напряжение в оболочке [178]:

$$\sigma_2 = \frac{P \cdot D}{4 \cdot h} = \frac{P \cdot R}{2 \cdot h} = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot R}{2 \cdot h} \quad (4.5.4)$$

Потеря устойчивости происходит в упругости, тогда критическое напряжение равно:

$$\sigma_{cr} = \sigma'_{cr} + \sigma_1 + \sigma_2 = (0,22 \div 0,30) \cdot E \cdot \frac{h}{R} + \frac{M}{W} + \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot R}{2 \cdot h} \quad (4.5.5)$$

Проверим справедливость формулы (4.5.5). Для этого используем результаты наших экспериментов и численных расчетов [191]–[195], выпишем их в таблицу 4.5.1. В таблице 4.5.1 даны размеры образцов, схемы нагружения, критические нагрузки и критические напряжения для пустых и заполненных железным порошком на 90% объема образцов. Материал образцов алюминиевый сплав 3004 в состоянии Н19.

Таблица 4.5.1

№ серии экспериментов	Размеры образцов (R, h, L) мм	Критическая нагрузка F_{cr} , кН				
		Пустые		Загрузка 90%		Увеличение F_{cr} , %
		Эксперимент	Числен расчет	Эксперимент	Числен расчет	
1	32,80 0,10 135	0,153	0,160	0,215	0,223	40,5
2	32,80 0,10 270	0,060	0,063	0,070	0,075	16,7
3	41,65 0,12 165	0,262	0,269	0,341	0,349	30,0
4	32,80 0,10 145	0,140	–	0,144		9,3

Таблица 4.5.1. Продолжение

№ серии экспериментов	Критическое напряжение σ_{cr} , МПа					
	Пустые		Загрузка 90%			
	Эксперимент	Числен. расчет	Эксперимент	Числен. расчет	Расчет по формуле 4.5.5	Расхождение экспер. и числен. расчета по формуле 4.5.5, %
1	45,0 ÷ 60,0	63,5	85,4	88,5	69,3	18,8
2	–	50,0	55,6	59,3	56,6	1,8
3	57,5	68,0	86,0	88,0	66,8	22,3
4	64,0	–	64,7	–	69,5	7,4

Таблица 4.5.2

Тип засыпки	Плотность ρ , г/см ³	Критическая нагрузка F_{cr} , кН	Критическое экспериментальное напряжение σ_{cr} , МПа	По формуле (4.5.5) σ_{cr} , МПа	Расхождение σ_{cr} , %
Железный порошок	2,62	0,215	85,4	69,30	18,8
Медный порошок	3,54	0,198	78,0	70,38	9,7
Речной песок	1,52	0,163	64,7	66,90	3,4

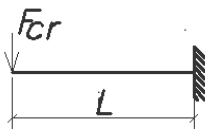


Рис. 4.5.2. Схема нагружения экспериментов №1–3

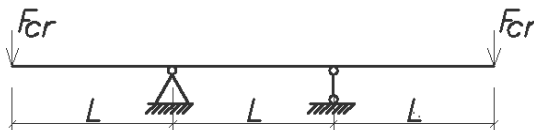


Рис. 3. Схема нагружения экспериментов №4

Эксперимент 1

Расчет для первой серии образцов

Размеры образцов и схемы нагружения приведены в таблице 4.5.1.

Отношение $\frac{l}{R} = \frac{135}{32,8} = 4,1$, $\frac{h}{R} = \frac{0,10}{32,8} = 0,003$, поэтому образец можно

отнести к оболочкам средней длины. Критическое напряжение для пустого образца рассчитаем по формуле (4.5.1):

$$\sigma_{cr}' = 0,30 \cdot E \cdot \frac{h}{R} = 0,30 \cdot 0,7 \cdot 10^5 \cdot \frac{0,1}{32,8} = 64 \text{ МПа},$$

где $E = 0,7 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ – модуль упругости материала образцов.

Равномерно распределенная весовая нагрузка q равна:

$$q = \frac{m}{l} = \frac{12,9 \cdot 10^{-6}}{135 \cdot 10^{-3}} = 0,0956 \cdot 10^{-3} \frac{\text{МН}}{\text{м}},$$

где $m = 12,9 \cdot 10^{-6} \text{ МН}$ – масса загрузки.

Осевой момент сопротивления:

$$W = \pi \cdot h \cdot R^2 = 3,14 \cdot 0,1 \cdot 32,8^2 \cdot 10^{-9} = 0,34 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

По формуле (4.5.2):

$$\sigma_1 = \frac{q \cdot l^2}{2 \cdot W} = \frac{0,0956 \cdot 10^{-3} \cdot 135^2 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 0,34 \cdot 10^{-6}} = 2,56 \text{ МПа}.$$

По формуле (4.5.4):

$$\sigma_2 = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot R}{2 \cdot h} = \frac{2,62 \cdot 10^{-2} \cdot 10 \cdot 64 \cdot 10^{-3} \cdot 32,8 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 0,1 \cdot 10^{-3}} = 2,75 \text{ МПа},$$

где $\rho = 2,62 \cdot 10^{-2} \text{ МН/м}^3$ – плотность железного порошка,
 $H = 64 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ – высота загрузки.

По формуле (4.5.5) критическое напряжение:

$$\sigma_{cr} = \sigma'_{cr} + \sigma_1 + \sigma_2 = 64 + 2,56 + 2,75 = 69,3 \text{ МПа}.$$

Расхождение между экспериментальным значением $\sigma_{cr} = 85,4 \text{ МПа}$ и рассчитанным значением $\sigma_{cr} = 69,3 \text{ МПа}$ составляет 18,8%. Численным расчетом получено напряжение $\sigma_{cr} = 88,5 \text{ МПа}$. Критическая поперечная нагрузка у заполненных железным порошком образцов на 40,5% больше, чем у пустых образцов (табл. 4.5.1).

Эксперимент 2

Расчет для второй серии образцов

Отношение $\frac{l}{R} = \frac{270}{32,8} = 8,2$, поэтому образец можно отнести к длин-

ным оболочкам.

Критическое напряжение для пустого образца рассчитаем по формуле (4.5.1):

$$\sigma'_{cr} = 0,22 \cdot E \cdot \frac{h}{R} = 0,22 \cdot 0,7 \cdot 10^5 \cdot \frac{0,1}{32,8} = 47 \text{ МПа}.$$

Равномерно распределенная весовая нагрузка q равна:

$$q = \frac{m}{l} = \frac{23 \cdot 10^{-6}}{270 \cdot 10^{-3}} = 0,0852 \cdot 10^{-3} \frac{\text{МН}}{\text{м}},$$

где $m = 23 \cdot 10^{-6} \text{ МН}$ – масса загрузки железного порошка.

По формуле (4.5.2):

$$\sigma_1 = \frac{q \cdot l^2}{2 \cdot W} = \frac{0,0852 \cdot 10^{-3} \cdot 270^2 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 0,34 \cdot 10^{-6}} = 9,1 \text{ МПа}.$$

По формуле (4.5.4): $\sigma_2 = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot R}{2 \cdot h} = 0,5 \text{ МПа}.$

По формуле (4.5.5) критическое напряжение:

$$\sigma_{cr} = \sigma'_{cr} + \sigma_1 + \sigma_2 = 47 + 9,1 + 0,5 = 56,6 \text{ МПа}.$$

Экспериментальное значение $\sigma_{cr} = 55,6 \text{ МПа}$. Расхождение составляет 1,8%. Критическая поперечная нагрузка у заполненных железным порошком образцов на 16,7 % больше, чем у пустых образцов.

Расчет для третьей серии экспериментов

Результаты расчетов приведены в таблице 4.5.1.

Эксперимент 4

Расчет для четвертой серии экспериментов.

Образцы размерами $R = 32,8 \text{ мм}$, $h = 0,10 \text{ мм}$, $L = 145 \text{ мм}$ (см. табл. 4.5.1) загружены на 90% объема железным порошком, насыпной плотностью $\rho = 2,62 \cdot 10^{-2} \text{ МН/м}^3$.

Объем

$$V = \pi \cdot R^2 \cdot 3 \cdot L = 3,14 \cdot 32,8^2 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 145 \cdot 10^{-3} = 0,00147 \text{ м}^3.$$

Объем занимаемый порошком $V_1 = 0,9 \cdot V = 0,00132 \text{ м}^3$.

Масса загрузки:

$$m = \rho \cdot V_1 = 2,62 \cdot 10^{-2} \cdot 0,00132 = 0,00346 \cdot 10^{-3} \text{ МН}.$$

Распределенная весовая

$$q = \frac{m}{3 \cdot L} = \frac{0,00346 \cdot 10^{-2}}{3 \cdot 145 \cdot 10^{-3}} = 0,08 \cdot 10^{-3} \text{ МН/м}.$$

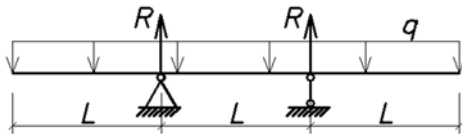


Рис. 4.5.4. Расчетная схема к эксперименту

Из предыдущих расчетов $\sigma'_{cr} = 64 \text{ МПа}$,

$$M = 0,375 \cdot q \cdot l^2 = 0,375 \cdot 0,08 \cdot 10^{-3} \cdot 0,145^2 = 0,63 \cdot 10^{-6} \text{ МН} \cdot \text{м}$$

$$\text{По формуле (4.5.2): } \sigma_1 = \frac{M}{W} = \frac{0,63 \cdot 10^{-6}}{0,34 \cdot 10^{-6}} = 1,85 \text{ МПа}.$$

По формуле (4.5.4):

$$\sigma_2 = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot R}{2 \cdot h} = \frac{2,62 \cdot 10^{-2} \cdot 10 \cdot 64 \cdot 10^{-3} \cdot 32,8}{2 \cdot 0,1} = 2,7 \text{ МПа}.$$

По формуле (4.5.5) критическое напряжение:

$$\sigma_{cr} = \sigma'_{cr} + \sigma_1 + \sigma_2 = 64 + 1,85 + 2,7 = 68,6 \text{ МПа}.$$

Из таблицы 4.5.1 экспериментальное значение $\sigma_{cr} = 64,7 \text{ МПа}$. Расхождение составляет 6%. Весовая нагрузка увеличивает критическую нагрузку на 30%. Результаты расчетов показывают, что формула (4.5.5) позволяет рассчитывать критическое напряжение для оболочек различных геометрических размеров.

Нами выполнены эксперименты для определения критического напряжения на консольно закрепленных образцах первой серии (таблица 4.5.1), нагруженных на 90 % объема медным порошком и речным песком. С каждым типом порошка испытывались по 8–10 образцов. Результаты экспериментов приведены в таблице 4.5.2.

Эксперимент 5

Выполним расчет σ'_{cr} по формуле (4.5.5) для образцов, нагруженных медным порошком, имеем:

$$\sigma'_{cr} = 0,3 \cdot E \cdot \frac{h}{R} = 0,3 \cdot 0,7 \cdot 10^5 \cdot \frac{0,1}{32,8} = 64 \text{ МПа}.$$

Объем загрузки образца: $V_1 = 0,00041 \text{ м}^3$.

Равномерно распределенная весовая нагрузка:

$$q = \frac{\rho \cdot V_1}{l} = \frac{3,54 \cdot 10^{-2} \cdot 0,41 \cdot 10^{-3}}{0,135} = 0,1 \cdot 10^{-3} \frac{\text{МН}}{\text{м}}.$$

По формуле (4.5.2): $\sigma_1 = \frac{q \cdot l^2}{2 \cdot W} = \frac{0,1 \cdot 10^{-3} \cdot 0,135^2}{2 \cdot 0,34 \cdot 10^{-6}} = 2,68 \text{ МПа}.$

По формуле (4.5.4):

$$\sigma_2 = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot R}{2 \cdot h} = 3,54 \cdot 10^{-2} \cdot 10 \cdot 64 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{32,8}{2 \cdot 0,1} = 3,7 \text{ МПа}.$$

По формуле (4.5.5) критическое напряжение:

$$\sigma_{cr} = \sigma'_{cr} + \sigma_1 + \sigma_2 = 64 + 2,68 + 3,7 = 70,38 \text{ МПа}.$$

Экспериментальное значение $\sigma_{cr} = 78,0 \text{ МПа}$. Расхождение составляет 9,7 %. Весовая нагрузка увеличивает критическое напряжение на 10%.

Эксперимент 6

Для образцов, нагруженных речным песком, получим: $\sigma'_{cr} = 64 \text{ МПа}$.

Равномерно распределенная весовая нагрузка

$$q = \frac{\rho \cdot V_1}{l} = \frac{1,52 \cdot 10^{-2} \cdot 0,41 \cdot 10^{-3}}{0,135} = 0,048 \cdot 10^{-3} \frac{\text{МН}}{\text{м}}.$$

По формуле (4.5.2): $\sigma_1 = \frac{q \cdot l^2}{2 \cdot W} = \frac{0,048 \cdot 10^{-3} \cdot 0,135^2}{2 \cdot 0,34 \cdot 10^{-6}} = 1,3 \text{ МПа}.$

По формуле (4.5.4):

$$\sigma_2 = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot R}{2 \cdot h} = 1,52 \cdot 10^{-2} \cdot 10 \cdot 64 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{32,8}{2 \cdot 0,1} = 1,6 \text{ МПа}.$$

По формуле (4.5.5) критическое напряжение:

$$\sigma_{cr} = \sigma_{cr}' + \sigma_1 + \sigma_2 = 64 + 1,3 + 1,6 = 66,9 \text{ МПа}.$$

Экспериментальное значение $\sigma_{cr} = 64,7 \text{ МПа}$. Расхождение составляет 3,4%.

Результаты расчетов экспериментов 1,4 и 5 показывают, что критическое напряжение можно рассчитывать для оболочек, заполненных различными сыпучими материалами.

Эксперимент 7

Используя условия подобия, рассчитаем несущую способность изготавливаемых на производстве автоцистерн. Критические нагрузки для модели и натуре связаны соотношением 1.18 [96]:

$$F_{cr} = \frac{F_{cr}'}{\mu \cdot \alpha_3^2 \cdot \left(\frac{\alpha_1 \cdot \alpha_3}{\alpha_2^2}\right)^{1/4}}, \quad (4.5.6)$$

где F_{cr}' – критическая поперечная сила модели, F_{cr} – критическая поперечная сила натуре.

Коэффициенты подобия:

$$\mu = \frac{E'}{E}, \quad \alpha_1 = \frac{R'}{R}, \quad \alpha_2 = \frac{l'}{l}, \quad \alpha_3 = \frac{h'}{h}.$$

Параметры E' , R' , l' , h' относятся к модели.

Рассчитаем критическую силу, действующую на свободный конец консольно закрепленной стальной цистерны заводских размеров. Цистерна загружена медным порошком на 90 % объема.

$$R = 1,2 \text{ м}, \quad h = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}, \quad l = 4,5 \text{ м}, \quad E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}, \\ \rho = 3,54 \cdot 10^{-2} \text{ МН/м}^3.$$

Модельный образец из алюминиевого сплава первой серии (таблица 4.5.1) имеет размеры:

$$R' = 32,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}, \quad h' = 0,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}, \quad l' = 135 \cdot 10^{-3} \text{ м}, \\ E' = 0,7 \cdot 10^5 \text{ МПа}.$$

Коэффициенты подобия равны:

$$\mu = \frac{E'}{E} = \frac{0,7 \cdot 10^5}{2,1 \cdot 10^5} = 0,333, \quad \alpha_1 = \frac{R'}{R} = \frac{32,8 \cdot 10^{-3}}{1,2} = 0,0273,$$

$$\alpha_2 = \frac{l'}{l} = \frac{135 \cdot 10^{-3}}{4,5} = 0,03, \quad \alpha_3 = \frac{h'}{h} = \frac{0,1 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-3}} = 0,02.$$

Рассчитаем критическое напряжение для цистерны по формуле (4.5.5):

$$\sigma_{cr} = 0,3 \cdot E \cdot \frac{h}{R} + \frac{q \cdot l^2}{2 \cdot W} + \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot R}{2 \cdot h},$$

$$\sigma'_{cr} = 0,3 \cdot E \cdot \frac{h}{R} = 0,3 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-3}}{1,2} = 262,5 \text{ МПа}.$$

Объем, занимаемый порошком $V_1 = 20,35 \text{ м}^3$.

Равномерно распределенная весовая нагрузка равна:

$$q = \frac{\rho \cdot V_1}{l} = \frac{3,54 \cdot 10^{-2} \cdot 20,35}{4,5} = 0,16 \frac{\text{МН}}{\text{м}}.$$

По формуле (4.5.2): $\sigma_1 = \frac{q \cdot l^2}{2 \cdot W} = \frac{0,16 \cdot 4,5^2}{2 \cdot 0,0226} = 71 \text{ МПа},$

где $W = \pi \cdot h \cdot R^2 = 3,14 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 1,2^2 = 0,0226 \text{ м}^3$.

По формуле (4.5.4):

$$\sigma_2 = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot R}{2 \cdot h} = \frac{3,54 \cdot 10^{-2} \cdot 10 \cdot 2,2 \cdot 1,2}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 93,4 \text{ МПа},$$

где $H = 2,2 \text{ м}$.

По формуле (4.5.5) критическое напряжение:

$$\sigma_{cr} = \sigma'_{cr} + \sigma_1 + \sigma_2 = 262,5 + 71 + 93,4 = 427 \text{ МПа}.$$

Критический изгибающий момент равен:

$$M_{cr} = \sigma_{cr} \cdot W = 427 \cdot 0,0226 = 9,65 \text{ МН} \cdot \text{м} \quad (4.5.7)$$

По-другому согласно расчетной схемы:

$$M_{cr} = F_{cr} \cdot l + \frac{q \cdot l^2}{2},$$

отсюда

$$F_{cr} = \frac{M_{cr} - \frac{q \cdot l^2}{2}}{l} = \frac{9,65 - 1,6}{4,5} = 1,79 \text{ МН} \quad (4.5.8)$$

По формуле (4.5.6) подсчитаем критическую силу:

$$F_{cr}' = \frac{F_{cr}'}{\mu \cdot \alpha_3^2 \left(\frac{\alpha_1 \cdot \alpha_3}{\alpha_2^2} \right)^{1/4}} = \frac{0,198 \cdot 10^{-3}}{0,333 \cdot 0,02^2 \cdot \left(\frac{0,0273 \cdot 0,02}{0,03^2} \right)^{1/4}} = 1,69 \text{ МН}.$$

Экспериментальное значение $F_{cr}' = 0,198 \cdot 10^{-3} \text{ МН}$ (таблица 4.5.2).

Для цистерны расхождение критических нагрузок двух экспериментов составляет 5,9%.

Эксперимент 8

Другой пример расчета. Примем цистерну следующих размеров:

$$R = 0,5 \text{ м}, h = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}, l = 2,0 \text{ м}, E = 0,7 \cdot 10^5 \text{ МПа}.$$

Материал цистерны алюминиевый сплав. Загружена цистерна железным порошком на 90% объема насыпной плотностью $\rho = 2,62 \cdot 10^{-2} \text{ МН/м}^3$.

$$\text{Объем цистерны } V = \pi \cdot R^2 \cdot L = 3,14 \cdot 0,5^2 \cdot 2 = 1,57 \text{ м}^3.$$

$$\text{Объем загрузки } V_1 = 0,9 \cdot 1,57 = 1,413 \text{ м}^3.$$

$$\text{Масса порошка } m = \rho \cdot V_1 = 2,62 \cdot 10^{-2} \cdot 1,413 = 0,037 \text{ МН}.$$

Распределенная весовая нагрузка:

$$q = \frac{m}{L} = \frac{0,037}{2} = 0,0185 \text{ МН / м}.$$

Осевой момент сопротивления:

$$W = \pi \cdot h \cdot R^2 = 3,14 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5^2 = 0,00157 \text{ м}^3$$

Критическое напряжение рассчитаем по формуле (1):

$$\sigma_{cr}' = 0,3 \cdot E \cdot \frac{h}{R} = 0,3 \cdot 0,7 \cdot 10^5 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-3}}{0,5} = 92,4 \text{ МПа}.$$

$$\text{По формуле (4.5.2): } \sigma_1 = \frac{q \cdot l^2}{2 \cdot W} = \frac{0,0185 \cdot 4}{2 \cdot 0,00157} = 23,5 \text{ МПа}.$$

По формуле (4.5.4):

$$\sigma_2 = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot R}{2 \cdot h} = \frac{2,62 \cdot 10^{-2} \cdot 10 \cdot 0,9 \cdot 0,5}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 29,5 \text{ МПа},$$

где $H = 0,9 \text{ м}$.

По формуле (4.5.5) критическое напряжение:

$$\sigma_{cr} = \sigma_{cr}' + \sigma_1 + \sigma_2 = 92,4 + 23,5 + 29,5 = 145,4 \text{ МПа}.$$

Критический изгибающий момент равен:

$$M_{cr} = \sigma_{cr} \cdot W = 145,4 \cdot 0,00157 = 0,228 \text{ МН} \cdot \text{м}.$$

Критическая нагрузка F_{cr} определяется из условия:

$$M_{cr} = F_{cr} \cdot l + \frac{q \cdot l^2}{2},$$

отсюда

$$F_{cr} = \frac{M_{cr} - \frac{q \cdot l^2}{2}}{l} = \frac{0,228 - 0,5 \cdot 0,0185 \cdot 4}{2} = \frac{0,228 - 0,037}{2} = 0,0955 \text{ МН}.$$

В качестве результатов экспериментов модельного образца примем результаты первой серии из таблицы 4.5.1. Образец нагружен железным пошком на 90 % объема.

Модельный образец из алюминиевого сплава первой серии (таблица 4.5.1) имеет размеры: $R' = 32,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $h' = 0,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $l' = 135 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $E' = 0,7 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, $F'_{cr} = 0,215 \cdot 10^{-3} \text{ МН}$, $\rho = 2,62 \cdot 10^{-2} \text{ МН/м}^3$

Коэффициенты подобия:

$$\mu = \frac{E'}{E} = 1, \quad \alpha_1 = \frac{R'}{R} = \frac{32,8 \cdot 10^{-3}}{0,5} = 0,0656,$$

$$\alpha_2 = \frac{l'}{l} = \frac{135 \cdot 10^{-3}}{2} = 0,0675, \quad \alpha_3 = \frac{h'}{h} = \frac{0,1 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}} = 0,05$$

$$F_{cr} = \frac{F'_{cr}}{\mu \cdot \alpha_3^2 \left(\frac{\alpha_1 \cdot \alpha_3}{\alpha_2^2} \right)^{1/4}} = \frac{0,215 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 0,05^2 \cdot \left(\frac{0,0656 \cdot 0,05}{0,0675^2} \right)^{1/4}} = \frac{0,215}{0,0023} = 0,0935 \text{ МН}.$$

Экспериментальное значение $F'_{cr} = 0,215 \cdot 10^{-3} \text{ МН}$.

Расхождение двух расчетов составляет 2,1%.

Эксперимент 9

Выполним расчет на устойчивость подъемной автоцистерны, численный расчет которого выполнен в работе [194]. Цистерна подъемная из алюминиевого сплава АМГ-5 имеет размеры: $R = 1,275 \text{ м}$, $h = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $l = 16 \text{ м}$, $E = 0,7 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

Отношение $\frac{l}{R} = \frac{16}{1,275} = 12,5$ – длинная оболочка.

Масса загрузки $m = P_0 = 0,4 \text{ МН}$, $\sigma_T = 146 \text{ МПа}$ – предел текучести материала.

Численными расчетами в работе [194] получено $\sigma_{cr} = 116 \text{ МПа}$.

Равномерно распределенная весовая нагрузка равна:

$$q = \frac{m}{l} = \frac{0,4}{16} = 0,025 \frac{\text{МН}}{\text{м}}.$$

Осевой момент сопротивления:

$$W = \pi \cdot h \cdot R^2 = 3,14 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 1,275^2 = 0,0255 \text{ м}^3.$$

Критическое напряжение рассчитаем по формуле (4.5.1):

$$\sigma'_{cr} = 0,22 \cdot E \cdot \frac{h}{R} = 0,22 \cdot 0,7 \cdot 10^5 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-3}}{1,275} = 60,4 \text{ МПа}.$$

Определим изгибающий момент M в опасном сечении, на середине длины цистерны от весовой нагрузки. Расчетная схема рисунок 4.5.5.

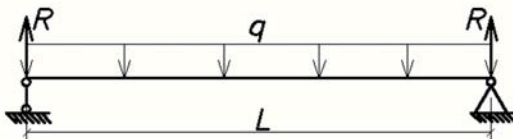


Рис. 4.5.5. Расчетная схема к эксперименту 9

Изгибающий момент:

$$M = R \cdot \frac{l}{2} - q \cdot \frac{l^2}{8} = \frac{q \cdot l^2}{4} - \frac{q \cdot l^2}{8} = \frac{q \cdot l^2}{8} = \frac{0,025 \cdot 16^2}{8} = 0,8 \text{ МН} \cdot \text{м}$$

$$\sigma_1 = \frac{M}{W} = \frac{0,8}{0,0255} = 31,4 \text{ МПа}$$

$$\sigma_2 = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot R}{2 \cdot h} = 0,0054 \cdot 10 \cdot 2 \cdot \frac{1,275}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 14 \text{ МПа}$$

Объем: $V = \pi \cdot R^2 \cdot l = 3,14 \cdot 1,275^2 \cdot 16 = 81,7 \text{ м}^3$.

Объем оболочки, заполненной на 90%:

$$V_1 = 0,9 \cdot V = 0,9 \cdot 81,7 = 73,5 \text{ м}^3.$$

Плотность $\rho = \frac{m}{V} = 2,62 \cdot 10^{-2} \text{ МН/м}^3$.

По формуле (4.5.5) критическое напряжение:

$$\sigma_{cr} = \sigma'_{cr} + \sigma_1 + \sigma_2 = 60,4 + 31,4 + 14 = 105,8 \text{ МПа}.$$

Расхождение между σ_{cr} рассчитанного по формуле (4.5.5) и численным расчетом составляет 8,8%. Условие устойчивости выполняется. Весовая нагрузка увеличивает критическое напряжение для цистерны на 75%.

Можно написать условие устойчивости тонкостенных цилиндрических цистерн, загруженных сыпучим материалом:

$$\sigma = (0,22 \div 0,3) \cdot E \cdot \frac{h}{R} + \frac{M}{W} + \rho \cdot g \cdot H \cdot \frac{R}{2h} \leq \frac{\sigma_{cr}}{n} \quad (4.5.9)$$

где n – коэффициент запаса устойчивости.

Пользуясь условием устойчивости (4.5.9) можно подсчитать критическую длину цистерны или другие размеры, если известно будет σ_{cr} и коэффициент запаса устойчивости n .

Методика расчета справедлива в пределах применимости формулы (4.5.1).

Выводы:

1. Критическое напряжение можно посчитать по формуле (4.5.5).
2. Критический изгибающий момент подсчитывается по формуле (4.5.7).
3. Критическая поперечная сила подсчитывается по формуле (4.5.8).
4. Загруженный в цистерны сыпучий материал увеличивает значение критической нагрузки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Разработаны экспериментальные установки и методика экспериментального исследования устойчивости заполненной сыпучим материалом замкнутой цилиндрической оболочки при изгибе.

2. На базе метода конечных элементов (МКЭ), явной схемы интегрирования по времени, метода продолжения по параметру, в качестве которого используется время, и программного комплекса «Динамика-3» разработана вычислительная модель упругопластического изгиба, потери устойчивости и закритического поведения оболочечных конструкций большого габаритных цистерн для транспортировки сыпучих материалов в трехмерной геометрически и физически нелинейной постановке.

3. Проведены численные и экспериментальные исследования устойчивости оболочек вращения, заполненных сыпучим материалом, при изгибе. Осуществлена верификация разработанной вычислительной модели на полученных экспериментальных данных. Как показал анализ результатов разработанная вычислительная модель качественно правильно и количественно удовлетворительно описывает потерю устойчивости и упругопластическое выпучивание цилиндрических оболочек с сыпучим наполнителем при изгибе. Заполнитель уменьшает влияние начальных несовершенств на критическую нагрузку и выпучивание оболочки, приводит к сближению расчетов и экспериментов.

4. Проведен численный анализ процессов деформирования и предельных состояний оболочечных конструкций большого габаритных цистерн для транспортировки сыпучих материалов при изгибе. Определена критическая нагрузка при которой цистерна теряет устойчивость. Исследовано влияние загруженности, внутреннего давления и длины цистерны на ее устойчивость. Показано, что внутреннее давление повышает величину критической нагрузки при неполной загрузке цистерны. Локальная потеря устойчивости торцевых полусферических оболочек цистерны мало влияет на устойчивость цилиндрической оболочки корпуса и величину критической нагрузки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абросимов Н.А. Нелинейные задачи динамики конструкций / Н.А. Абросимов, В.Г. Баженов, А.И. Кибец, А.И. Садырин, Д.Т. Чекмарев // Математическое моделирование. – 2000. – Т. 12. – №6. – С. 47–50.
2. Абросимов Н.А. Нелинейные задачи динамики композитных конструкций: Монография / Н.А. Абросимов, В.Г. Баженов. – Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2002. – 400 с.
3. Абросимов Н.А. Исследование динамического деформирования упруго-пластических сферических оболочек при тепловом ударе / Н.А. Абросимов, В.Г. Баженов // Изв. АН СССР. МТТ. – 1978. – №1. – С. 139–143.
4. Алфутов Н.А. О влиянии граничных условий на значение верхнего критического давления цилиндрической оболочки // Расчеты на прочность. – М., 1965. – Вып. II. – С. 349–363.
5. Алфутов Н.А. Энергетический критерий устойчивости упругих тел, не требующий определения начального напряженно-деформированного состояния / Н.А. Алфутов, Л.И. Балабух // Прикл. матем. и механ. – 1968. – Т. 32. – №4. – С. 703–707.
6. Андреев Л.В. Устойчивость оболочек при неосесимметричной деформации / Л.В. Андреев, Н.И. Обадан, А.Г. Лебедев. – М.: Наука, 1988. – 208 с.
7. Артемьева А.А. Верификация конечно-элементного решения трехмерных нестационарных задач упругопластического деформирования, устойчивости и закритического поведения оболочек / А.А. Артемьева, В.Г. Баженов, А.И. Кибец, П.В. Лаптев, Д.В. Шошин // Вычислительная механика сплошных сред. – 2010. – Т. 3. – №2. – С. 5–14.
8. Асадуллин Г.Э. Упругая устойчивость консольных конических и цилиндрических оболочек при изгибе / Г.Э. Асадуллин, А.В. Саченков // Теория пластин и оболочек. – Казань, 1971. – Вып. I. – С. 3–10.
9. Баженов В.Г. Нелинейные задачи динамики тонкостенных конструкций при импульсных воздействиях // Прикл. пробл. прочности и пластичности: Всесоюз. межвуз. сб. Горьк. Ун-т. – 1981. – Вып. 18. – С. 57–66.
10. Баженов В.Г. Оценки устойчивости явной конечно-разностной схемы «крест» решения нестационарных задач теории упругости и теории оболочек / В.Г. Баженов, Д.Т. Чекмарев // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Алгоритмизация и автоматизация решения задач упругости и пластичности: Всесоюз. межвуз. сб. / Горьк. ун-т. – Горький, 1984. – С. 15–22.
11. Баженов В.Г. Численное исследование нестационарных процессов деформации упругопластических оболочек // Проблемы прочности. – 1984. – №11. – С. 51–54.

12. Баженов В.Г. О консервативном сглаживании разрывных волн напряжений в МКЭ / В.Г. Баженов, С.В. Зефилов // Вестник ННГУ. Сер. Механика. – 2001. – Вып. 1. – С. 166–173.

13. Баженов В.Г. Численное моделирование нестационарных процессов ударного взаимодействия деформируемых элементов конструкций / В.Г. Баженов, А.И. Кибец, И.Н. Цветкова // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 1995. – №2. – С. 20–26.

14. Баженов В.Г. Численное моделирование трехмерных задач нестационарного деформирования упругопластических конструкций методом конечных элементов / В.Г. Баженов, А.И. Кибец // Изв. РАН. МТТ. – 1994. – №10. – С. 52–57.

15. Баженов В.Г. Теоретическое и экспериментальное исследование потери устойчивости и закритического поведения тонкостенной цилиндрической оболочки при изгибе / В.Г. Баженов, А.И. Кибец, М.В. Петров, Д.В. Шошин, Т.Г. Федорова // Проблемы прочности и пластичности. Межвуз. сб. – Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2009. – Вып. 71. – С. 77–83.

16. Баженов В.А. Упругопластическое деформирование тонкостенных цилиндрических сосудов / В.А. Баженов, Е.А. Гоцуляк, А.И. Оглобля // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Численное моделирование физико-механических процессов: Всесоюз. межвуз. сб. / Горьк. ун-т. – Горький, 1989. – С. 28–35.

17. Баженов В.Г. Вариационно-разностный метод решения двумерных задач динамики упругопластических оболочек / В.Г. Баженов, А.П. Шинкаренко // Прикладные проблемы прочности и пластичности. – Горький: ГГУ, 1976. – Вып. 3. – С. 14–21.

18. Баженов В.Г. Численные методы решения нестационарных задач динамики тонкостенных конструкций / В.Г. Баженов, Д.Т. Чекмарев // Известия РАН, МТТ. – 2001. – №5. – С. 35–49.

19. Бердников Ю.Н. Об одном приближенном решении задачи устойчивости цилиндрической оболочки при неоднородном поперечном давлении / Ю.Н. Бердников, Б.К. Галихманов // Прочность конструкций. – Уфа, 1980. – №4. – С. 58–61.

20. Билобран Б.С. Несущая способность тонкостенной кривой трубы при изгибе за пределом упругости // Пробл. прочности. – 1984. – №12. – С. 77–80.

21. Билобран Б.С. Экспериментальные исследования чистого изгиба труб за пределом упругости // Изв. вузов. Машиностроение. – 1984. – №4. – С. 3–6.

22. Бойко Д.В. Исследование нелинейного деформирования и устойчивости некруговых цилиндрических оболочек при поперечном изгибе / Д.В. Бойко, Л.П. Железнов, В.В. Кабанов. – М.: Механика твердого тела, 2012. – №2. – С. 59–67.

23. Бойко Д.В. Исследование нелинейного деформирования и устойчивости подкрепленных овальных цилиндрических оболочек при комбинированном нагружении изгибающим моментом и краевой поперечной силой / Д.В. Бойко, Л.П. Железнов, В.В. Кабанов. – М.: Механика твердого тела, 2012. – № 3. – С. 47–53.
24. Бондарь В.С. Пластичность. Непропорциональные нагружения / В.С. Бондарь, В.В. Даншин. – М.: Изд-во МГТУ «МАМИ», 2008. – 218 с.
25. Бубнов И.Г. Труды по теории пластин. – М.: Гос. изд-во техн.-теор. лит-ры, 1953. – 423 с.
26. Бэбкок Ч.Д. Эксперименты по устойчивости оболочек // Тонкостенные оболочечные конструкции: теория, эксперимент и проектирование / Пер. с англ.; ред. Э.И. Григолюк. – М.: Машиностроение, 1980. – С. 355–379.
27. Валишвили Н.В. Методы расчета оболочек вращения на ЭЦВМ. – М.: Машиностроение, 1976. – 278 с.
28. Васин Р.А. Динамические зависимости между напряжениями и деформациями / Р.А. Васин, В.С. Ленский, Э.В. Ленский // Проблемы динамики упругопластических сред. – М.: Мир, 1975. – С. 7–38.
29. Васин Р.А. Об экспериментальном исследовании функционалов пластичности в теории упругопластических процессов / Р.А. Васин // Пластичность и разрушение твердых тел. – М., 1988. – С. 40–57.
30. Власов В.З. Общая теория оболочек и ее приложения в технике. – М.: Гостехиздат, 1949. – 784 с.
31. Вольмир А.С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек. – М.: Наука, 1972. – 432 с.
32. Вольмир А.С. Соппротивление материалов: Учебник для вузов / А.С. Вольмир, Ю.П. Григорьев, А.И. Станкевич. – М.: Дрофа, 2007. – 591 с.
33. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. – М.: Физматгиз, 1967. – 984 с.
34. Ворovich И.И. Математические проблемы нелинейной теории полых оболочек. – М.: Наука, 1989. – 376 с.
35. Выборнов В.Г. Экспериментальное исследование рационального подкрепления цилиндрических оболочек при действии локальных нагрузок / В.Г. Выборнов, Ю.Г. Коноплев, И.Г. Коноплев // Исследования по теории пластин и оболочек. – Изд-во Казанского ун-та, 1975. – №11. – С. 174–180.
36. Вычислительный комплекс «Динамика-3». Научно-технический центр по ядерной и радиационной безопасности. Аттестационный паспорт программного средства. Регистрационный паспорт аттестации ПС №325 от 18.04.2013.

37. Галеркин Б.Г. Напряжение и перемещения в круговом цилиндрическом трубопроводе / Б.Г. Галеркин, Я.И. Перельман // Известия ВНИИТ. – 1940. – Т. 28. – С. 23–25.

38. Галеркин Б.Г. Упругие тонкие плиты. – М.: Госстройиздат, 1933. – 371 с.

39. Галимов К.З. Основы нелинейной теории тонких оболочек. – Казань: Изд-во Казанского ун-та, 1975. – 325 с.

40. Ганеева М.С. Нелинейный изгиб и устойчивость эллипсоидальной оболочки, взаимодействующей с жидкостью / М.С. Ганеева, В.Е. Моисеева, З.В. Скворцова // Вычислительная механика сплошных сред. – 2011. – Т. 4. – №3. – С. 32–40.

41. Годунов С.К. Разностные схемы / С.К. Годунов, В.С. Рябенский. – М.: Наука, 1973. – 400 с.

42. Голованов А.И. Введение в метод конечных элементов статики тонких оболочек / А.И. Голованов, М.С. Корнишин. – Казань, 1989. – 269 с.

43. Голованов А.И. Метод конечных элементов в статике и динамике тонкостенных конструкций / А.И. Голованов, О.Н. Тюленева, А.Ф. Шигабудинов. – М.: Физматлит, 2006. – 391 с.

44. Гольденвейзер А.Л. Теория упругих тонких оболочек / А.Л. Гольденвейзер. – М.: Гостехиздат, 1953. – 544 с.

45. Горшков А.Г. Аэрогидроупругость конструкций / А.Г. Горшков, В.И. Морозов, А.Т. Пономарев, Ф.Н. Шклярчук. – М.: Физматлит, 2000. – 592 с.

46. Григолюк Э.И. Теоретические и экспериментальные исследования устойчивости оболочек за пределами устойчивости // Итоги науки и техники. Механика. Устойчивость и пластичность. – М.: ВИНТИ. – 1966. – С. 7–81.

47. Григолюк Э.И. Устойчивость оболочек / Э.И. Григолюк, В.В. Кабанов. – М.: Наука, 1978. – 360 с.

48. Григолюк Э.И. Устойчивость круговых цилиндрических оболочек / Э.И. Григолюк, В.В. Кабанов // Итоги науки. Механ. тверд. деформ. тел. 1967. – М.: ВИНТИ, 1969. – 348 с.

49. Гудрамович В.С. Устойчивость упругопластических оболочек. – Киев: Наук. Думка, 1987. – 216 с.

50. Даревский В.М. Устойчивость консольной цилиндрической оболочки при изгибе поперечной силой с кручением и внутренним давлением // Прочность цилиндрических оболочек: Сб. ст. – М.: Оборонгиз, 1959. – №29. – С. 72–94.

51. Добряков А.А. Влияние нормального давления на устойчивость цилиндрической оболочки, нагруженной поперечной силой и изгибающим моментами // Некоторые вопросы механики. – М.: Оборонгиз, 1962. – С. 33–50.
52. Дресвянников В.И. О численной реализации нелинейных уравнений динамики упруго-пластических оболочек // Прикладные проблемы прочности и пластичности: Всесоюз. межвуз. сб. / Горьк. ун-т. – Горький, 1976. – Вып. 3. – С. 82–90.
53. Железнов Л.П. Нелинейное деформирование и устойчивость подкрепленных эллиптических цилиндрических оболочек, нагруженных внутренним давлением, при кручении и изгибе / Л.П. Железнов, В.В. Кабанов, Д.В. Бойко. – М.: Прикладная механика и техническая физика, 2010. – №3. – С. 158–164.
54. Железнов Л.П. Исследование нелинейного деформирования и устойчивости дискретно подкрепленных эллиптических цилиндрических оболочек при поперечном изгибе / Л.П. Железнов, В.В. Кабанов, Д.В. Бойко. – М.: Прикладная механика и техническая физика, 2012. – Т. 53. – №2. – 2012. – С. 111–114.
55. Жигалко Ю.П. Расчет тонких упругих цилиндрических оболочек на локальные нагрузки / Ю.П. Жигалко // Исследования по теории пластин и оболочек. – Изд-во Казанского ун-та, 1966. – №4. – С. 3–41.
56. Зайденберг А.И. Прочность и жесткость цилиндрической оболочки на упругом основании / А.И. Зайденберг // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1985. – №7. – С. 34–37.
57. Зубчанинов В.Г. Устойчивость и пластичность. В 2 т. Т. 1. Устойчивость – М.: Физматлит, 2007. – 448 с.
58. Зубчанинов В.Г. Устойчивость и пластичность. В 2 т. Т. 2. Пластичность. – М.: Физматлит, 2008. – 36 с.
59. Ильгамов М.А. Прочность, устойчивость и динамика оболочек с упругим наполнителем / М.А. Ильгамов, В.А. Иванов, Б.В. Гулин. – М.: Наука, 1977. – 331 с.
60. Ильгамов М.А. Расчет оболочек с упругим наполнителем / М.А. Ильгамов, В.А. Иванов, Б.В. Гулин. – М.: Наука, 1987. – 260 с.
61. Ильгамов М.А. Экспериментальное исследование устойчивости консольно закрепленной цилиндрической оболочки под действием поперечной силы и внутреннего давления // Исследования по теории пластин и оболочек. – Изд-во Казанского ун-та, 1964. – №2. – С. 186–191.
62. Ильющин А.А. Механика сплошной среды. – М.: Изд-во МГУ, 1990. – 310 с.
63. Ильющин А.А. Упруго-пластические деформации полых цилиндров / А.А. Ильющин, П.М. Огибалов. – М.: Из-во Моск. ун-та, 1960. – 227 с.

64. Ильюшин А.А. Пластичность. Основы общей математической теории. – М.: Изд-во АН СССР, 1963. – 272 с.
65. Кабанов В.В. Нелинейное деформирование и устойчивость подкрепленных цилиндрических оболочек при изгибе / В.В. Кабанов, С.В. Астрахарчик // Пространственные конструкции в Красноярском крае. – Красноярск: КИСИ, 1985. – С. 75–83.
66. Кабанов В.В. Нелинейное деформирование и устойчивость круговой цилиндрической оболочки, заполненной жидкостью / В.В. Кабанов, Л.П. Железнов // Пространственные конструкции в Красноярском крае. – Красноярск, 1989. – С. 89–98.
67. Кабанов В.В. Нелинейное деформирование и устойчивость подкрепленной шпангоутами консольной круговой цилиндрической оболочки при поперечном изгибе / В.В. Кабанов, Л.П. Железнов // Прикладная механика. – 1988. – Т. 24. – №12. – С. 50–55.
68. Кабанов В.В. Устойчивость круговой цилиндрической оболочки при изгибе силой через накладку / В.В. Кабанов, Л.П. Железнов // Прикладная механика. – 1989. – №25. – С. 8–15.
69. Казаков Д.А. Моделирование процессов деформирования и разрушения материалов и конструкций: Монография / Д.А. Казаков, С.А. Капустин, Ю.Г. Коротких. – Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 1999. – 226 с.
70. Казанцев В.А. Устойчивость консольных круговых цилиндрических оболочек при действии локальной поверхностной поперечной нагрузки / В.А. Казанцев, Г.Р. Фавзиев. – Казань, 1983. – 36 с.
71. Кан С.Н. Устойчивость оболочек / С.Н. Кан, К.Е. Бырсан, О.А. Алифанова. – Харьков: Изд-во Харьк. ун-та, 1970. – 154 с.
72. Капустин С.А. О применении неявных схем для исследования нестационарного поведения криволинейных стержней с учетом геометрической нелинейности / С.А. Капустин, А.Ю. Латухин // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Алгоритмизация и автоматизация решения задач упругости и пластичности. – Горький, 1980. – С. 68–75.
73. Капустин С.А. Точность численного интегрирования в конечных элементах с сирендиповой аппроксимацией поля перемещений / С.А. Капустин, А.Ю. Латухин, А.Е. Прок, Ю.А. Чурилов // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Исследование и оптимизация конструкций. – Горький, 1987. – С. 77–85.
74. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. – М.: Наука, 1969. – 420 с.
75. Клайн С. Теория приближенного подобия. Моделирование / Пер. с англ. – М.: Мир, 1968. – 302 с.
76. Кнетс И.В. Основные современные направления в математической теории пластичности. – Рига: Зинатне, 1971. – 147 с.

77. Коновалов Ю.В. Изгиб бесконечной цилиндрической оболочки // Приклад. матем. и механ. – 1940. – Т. 4. – № 5–6 – С. 35–54.

78. Коноплев Ю.Г. Модель термогиперупругости и ее применение к исследованию потери устойчивости раздуваемых пластин. I / Ю.Г. Коноплев, А.В. Конохов // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. – Казань: Казанский государственный технический университет им. А.Н. Туполева, 2006. – №3. – С. 12–16.

79. Коноплев Ю.Г. Модель термогиперупругости и ее применение к исследованию потери устойчивости раздуваемых пластин. II / Ю.Г. Коноплев, А.В. Конохов // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. – Казань: Казанский государственный технический университет им. А.Н. Туполева, 2006. – №4. – С. 7–13.

80. Коноплев Ю.Г. Экспериментальное исследование задачи о действии сосредоточенной силы на цилиндрическую оболочку / Ю.Г. Коноплев // Исследования по теории пластин и оболочек. – Изд-во Казанского ун-та, 1966. – №4. – С. 83–90.

81. Коноплев Ю.Г. Моделирование колебаний консольной подкрепленной цилиндрической оболочки оболочку / Ю.Г. Коноплев, А.В. Саченков, В.З. Майстренко // Исследования по теории пластин и оболочек. – Изд-во Казанского ун-та, 1984. – Т. 2. – №17. – С. 128–133.

82. Коноплев Ю.Г. Исследование напряженного состояния круговой цилиндрической оболочки с жесткой площадкой загрузки / Ю.Г. Коноплев, А.В. Саченков // Исследования по теории пластин и оболочек. – Казань, 1966. – Вып. 4. – С. 65–83.

83. Коноплев Ю.Г. Теоретико-экспериментальный метод в задачах устойчивости цилиндрических оболочек эллиптического сечения / Ю.Г. Коноплев, А.В. Саченков // Исследования по теории пластин и оболочек. – Казань. Изд-во Казанского ун-та, 1984. – Вып. 17. – Ч. 1. – С. 135–152.

84. Коробейников С.Н. Нелинейное деформирование твердых тел. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000. – 262 с.

85. Коротких Ю.Г. Уравнения состояния вязкоупруго-пластических сред с повреждениями / Ю.Г. Коротких, И.А. Волков. – М.: Физматлит, 2008. – 424 с.

86. Коц В.М. Экспериментальное исследование устойчивости цилиндрических оболочек с учетом начальных несовершенств / В.М. Коц, Д.Е. Липовский // Труды VI Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластин. – М., 1966.

87. Кролл Дж.Г.А. Метод уменьшенной жесткости в теории выпучивания гладких оболочек и классический анализ устойчивости (обзор) / Дж.Г.А. Кролл, Г.Д. Гавриленко // Проблемы прочности. – 1999. – №2. – С. 45–66.

88. Кукуджанов В.Н. Численное моделирование динамических процессов деформирования и разрушения упругопластических сред // Успехи механики. – Т. 8. – №4. – 1985. – С. 21–65.

89. Кукуджанов В.Н. Численное решение неоднородных задач динамики твердого деформируемого тела / В.Н. Кукуджанов, В.И. Кондауров // Проблемы динамики упругопл. сред. – М.: Мир, 1975. – С. 39–85.

90. Курант Р. О разностных уравнениях математической физики / Р. Курант, Фридрихс, Г. Леви // Успехи математических наук. – 1940. – Вып. 8. – С. 112–125.

91. Левитас В.И. Большие упруго-пластические деформации материалов при высоком давлении. – Киев: Наукова думка, 1987. – 232 с.

92. Лукаш П.А. Влияние различных параметров замкнутой тонкой цилиндрической оболочки на ее напряженное и деформированное состояние / П.А. Лукаш, А.Б. Абазов // Вопросы строительства и архитектуры. – Нальчик. 1975. – Вып. 3. – С. 286–291.

93. Лурье А.И. Нелинейная теория упругости. – М.: Наука, 1986. – 512 с.

94. Ляв А. Математическая теория упругости. – М.; Л.: ОНТИ, 1935.

95. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. – М.: Наука, 1980. – 535 с.

96. Моссаковский В.И. Моделирование несущей способности цилиндрических оболочек / В.И. Моссаковский, Л.И. Маневич, А.М. Мильцин. – Киев: Наукова Думка, 1977. – 141 с.

97. Муштари Х.М. Об области применимости приближенной теории оболочек Кирхгофа-Лява // ПММ. – 1947. – Т. 11. – №5. – С. 517–520.

98. Муштари Х.М. Нелинейная теория упругих оболочек / Х.М. Муштари, К.З. Галимов. – Казань, 1957. – 431 с.

99. Мяченков В.И. Устойчивость ортотропных оболочек вращения, находящихся под действием осесимметричных нагрузок // Инж. журнал. Механика твер. тела. – 1968. – №1. – С. 106–113.

100. Назаров А.Г. О механическом подобии твердых деформируемых тел (К теории моделирования). – Ереван. Изд-во АН Армянской ССР, 1965. – 354 с.

101. Нерубайло Б.В. Локальные задачи прочности цилиндрических оболочек / Б.В. Нерубайло. – М.: Машиностроение, 1983. – 248 с.

102. Нерубайло Б.В. К расчету цилиндрической оболочки на локальную нагрузку / Б.В. Нерубайло, В.А. Сибиряков // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1970. – №6. – С. 57–60.

103. Нигул У.К. О применимости приближенных теорий при переходных процессах деформации круговых цилиндрических оболочек // Тр. VI Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластинок. – М.: Наука, 1966. – С. 593–599.

104. Никулин М.В. Экспериментальное исследование прочности цилиндрических оболочек при действии локальных нагрузок / М.В. Никулин // Прочность и динамика авиационных двигателей: науч. труды. – М.: Машиностроение, 1966. – Вып. 3. – С. 3–32.
105. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек / В.В. Новожилов. – Л.: Судпромгиз, 1962. – 344 с.
106. Нох В.Ф. СЭЛ – совместный эйлера-лагранжев метод для расчета нестационарных двумерных задач. // Вычислительные методы в гидродинамике. – М.: Мир, 1967. – С. 128–184.
107. Оден Дж. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред. – М.: Мир, 1976. – 464 с.
108. Охлопков Н.Л. К вопросу проверки физической достоверности частных вариантов теории пластичности при сложном деформировании / Н.Л. Охлопков // Устойчивость и пластичность при сложном нагружении. – Тверь: ТГТУ, 1994. – С. 46–49.
109. Паймушин В.Н. Крутильные, изгибные и изгибно-крутильные формы потери устойчивости цилиндрической оболочки при комбинированных видах нагружения // Изв. РАН. МТТ. – 2007. – №3. – С. 125–136.
110. Паймушин В.Н., Шалашилин В.И. О соотношениях теории деформаций в квадратичном приближении и проблемы построения уточненных вариантов геометрически нелинейной теории слоистых элементов конструкций // ПММ. – 2005. – Т. 69. – Вып. 5. – С. 861–881.
111. Пикуль В.В. Современное состояние теории оболочек и перспективы ее развития // МТТ. – 2000. – №2. – С. 153–168.
112. Плетникова Е.Д. Устойчивость корпуса цилиндрической круговой герметической кабины под действием изгиба и внутреннего давления // Тр. МАП. – 1949. – №667.
113. Погорелов А.В. Геометрические методы в теории устойчивости тонких оболочек (обзор) / А.В. Погорелов, В.И. Бабенко // Прикл. механика. – 1992. – Т. 28. – №1. – С. 3–22.
114. Поздеев А.А. Большие упругопластические деформации: теория, алгоритмы, приложения / А.А. Поздеев, П.В. Трусов, Ю.И. Няшин. – М.: Наука, 1986. – 232 с.
115. Программный продукт «Пакет прикладных программ для решения трехмерных задач нестационарного деформирования конструкций, включающих массивные тела и оболочки, «Динамика-3» (ППП «Динамика 3»): Сертификат соответствия Госстандарта России №РОСС RU.ME20.H00338.
116. Рихтмайер Р. Разностные методы решения краевых задач / Р. Рихтмайер, К. Мортон. – М.: Мир, 1972. – 418 с.
117. Румшиский Л.З. Математическая обработка результатов экспериментов. – М.: Наука, 1971. – 192 с.

118. Садырин А.И. Применение треугольных сеток к решению динамических упругопластических задач // Прикладные проблемы прочности и пластичности, Статика и динамика деформируемых систем: Всесоюз. межвуз. сб. – Горьк. ун-т, 1983. – С. 39–46.

119. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1983. – 616 с.

120. Самарский А.А. Разностные схемы газовой динамики / А.А. Самарский, Ю.П. Попов. – М.: Наука, 1975. – 352 с.

121. Саченков А.В. Теоретико-экспериментальный метод исследования устойчивости пластин и оболочек // Исследования по теории пластин и оболочек. – Казань: КГУ, 1970. – Вып. 617. – С. 391–433.

122. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. – М.: Гостехиздат, 1954. – 296 с.

123. Теоретические основы и конструирование численных алгоритмов задач математической физики / Под ред. К.И. Бабенко. – М.: Наука, 1979. – 295 с.

124. Тимошенко С.П. Устойчивость стержней, пластин и оболочек. – М.: Наука, 1971. – 808 с.

125. Угодчиков А.Г. О численных методах и результатах решения нестационарных задач теории упругости и пластичности / А.Г. Угодчиков, В.Г. Баженов, А.И. Рузанов // Численные методы механики сплошной среды / СО АН СССР. – Новосибирск, 1985. – Т. 16. – №4. – С. 129–149.

126. Уилкинс М. Конечно-разностная схема для решения задач, зависящих от трех пространственных координат и времени / М. Уилкинс, С. Френч, М. Сорем // Численные методы в механике жидкостей. – М.: Мир, 1973. – С. 115–119.

127. Цурков И.С. Об изгибе замкнутой цилиндрической оболочки сосредоточенной силой // Инженерный сборник. – 1960. – Т. 27. – С. 114–123.

128. Цурков И.С. Упругое напряженное состояние произвольно нагруженной замкнутой цилиндрической оболочки / И.С. Цурков // Известия АН СССР: отдел тех. наук. – 1951. – №2. – С. 87.

129. Черных К.Ф. Теория больших упругих деформаций / К.Ф. Черных, З.Н. Литвиненкова. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1988. – 256 с.

130. Шагивалеев К.Ф. Теория расчета сочлененных замкнутых цилиндрических оболочек: Дис. ... д-ра техн. наук. – Саратов: Саратов. государ. тех. ун-т, 2006.

131. Шалашилин В.И. Метод продолжения решения по параметру и наилучшая параметризация в прикладной математике и механике / В.И. Шалашилин, Е.Б. Кузнецов. – М.: Эдиториал УРСС, 1999. – 224 с.

132. Шаринов И.Л. Напряженное состояние цилиндрической консольной оболочки при действии сосредоточенной нормальной силы, приложенной к свободному краю / И.Л. Шаринов // Инженерный журнал. – 1965. – Т. 5. – Вып. 2. – С. 284–292.
133. Шепелевич Н.И. Экспериментально-теоретические исследования прочности круговых цилиндрических оболочек при действии кольцевой радиальной нагрузки / Н.И. Шепелевич // Эффективные строительные конструкции производственных зданий: Сб. науч. тр. / Ин-т стр-ва и архитектуры Госстроя БССР. – Минск, 1986. – С. 59–65.
134. Шклярчук Ф.Н. Расчет осесимметричных колебаний оболочек вращения с жидкостью методом конечных элементов / Ф.Н. Шклярчук, Ч. Рей // Вестник московского авиационного института. – 2012. – Т. 9. – №5. – С. 197–204.
135. Шклярчук Ф.Н. Расчет неосесимметричных колебаний оболочек вращения с жидкостью методом конечных элементов / Ф.Н. Шклярчук, Ч. Рей // Вестник Московского авиационного института. – 2013. – Т. 20. – №2. – С. 49–58.
136. Штерн Б.М. Экспериментальное исследование деформированного состояния тонких цилиндрических оболочек / Б.М. Штерн // Исслед. по строит. конструкциям строит. механике. – Томск: Томск. ун-т, 1987. – С. 158–160.
137. Almroth B.O. Influence of edge condition on the stability of axially compressed cylindrical shell. AIAA Journal. – 1966. – Vol. 4. – №1. – P. 134–140.
138. Altukher G.M., Evlanov V.V. Nonaxisymmetrical longitudinal – transverse bending of cylindrical shells under the combined influence of pure bending and pressure / Strength of Materials. – 1982. – Т. 13. – №10. – С. 1277–1282.
139. ANSYS 8.1 Theory Reference ANSYS. Документация.
140. Arbocz J., Babcock C.D. Experimental investigation of the effect of general imperfections on the buckling of cylindrical shells. NASA CR-1163. – 1968.
141. Axelrad E.L. Shell theory and its specialized branches / E.L. Axelrad // Int.J. Solids and struct. – 2000. – 37. №10. – С. 1425–1451.
142. Bathe K.-Y. Finite element procedures. – New Jersey: Upper Saddle River «Prentice Hall», 1996. – 1037 p.
143. Belytschko T., Liu W.K., Moran B. Nonlinear finite elements for continua and structures. – New York: John Wiley & Sons, 2000. – 600 p.
144. Brazier L. On the flexure of thin cylindrical shells and other thin sections. Proc. Roy. Soc., 1927. – Vol. A116. – №773. – P. 104–114.
145. Bushnell D. Stress buckling and vibration of prismatic shells // AIAA Journal, 1971. – V. 9. – №10. – P. 2004–2013.
146. Donnell L.H. A new theory for the buckling of thin cylindrical under axial compression and bending. Trans. ASME. 1934. – 56. – P. 795–806.
147. Fairbairn W. On the resistance of tubes to collapse. Philos. Trans. Roy. Soc. London. 1858. – Vol. 148. – P. 389–414.

148. Flugge W. Die stabilitat der Kreiszyinderschale. Ing.-Arch., 1932. – Bd. 3. – №5. – S. 463–506.
149. Gilevski W., Radwanska M. A survey of finite element models for the analysis of modertely thick shell // Finite Element in Analysis and Design 9. – 1991. – P. 1–21.
150. Harding J.E., Onoufriou T. Behaviour of ring-stiffened cylindrical members amaged by local denting. J Construct Steel Res 1995. – 33 (3). – P. 237–57.
151. Houliara S., Karamanos S.A. Stability of long transversely-isotropic elastic cylindrical shells under bending //International Journal of Solids and Structures. – 2010. – T. 47. – №1. – C. 10–24.
152. Hutchinson J.W., Koiter W.T. Postbuckling theory. Appl. Mech. Rev. – 1970. – 23. – P. 1353–1366.
153. Imperial E.F. The criterion of elastic instability of thin duralumin tubes subjected to bending. M.S. Thesis, Univ. California, Dept. Mech. – Engng. 1932.
154. Karman T. Über die Formänderung dünnwandiger Rohre. VDI-Zeitschrift. 1911. Bd. 55. №45. S. 1889–1895; The collected works. Vol. 1. London, Butterworths, 1956. – P. 304–320.
155. Li L.-Y., Kettle R. Nonlinear bending response and buckling of ring-stiffened cylindrical shells under pure bending / International Journal of Solids and Structures. – 2002. – T. 39. – №3. – P. 765–781.
156. Lilly W.E. The desing of struts. Engineering. 1908. – Vol. 85. – P. 37.
157. Lundquist E.E. Strength tests of thin-walled duralumin tubes in pure bending. NACA. Rept. 1933. – №479.
158. Lundquist E.E. Strength tests of thin-walled duralumin cylinders in combined transverse shear and bending. NACA. Techn. Note. – 1935. – №523.
159. Mallock A. Note on the instability of tubes subjected to end pressure and on the folds in a flexible material. Proc. Roy. Soc. 1908. – Vol. 81. – №A-549. – P. 388–393.
160. Mathon C., Limam A. Experimental collapse of thin cylindrical shells submitted to internal pressure and pure bending / Thin-Walled Structures. – 2006. – T. 44. – №1. – P. 39–50.
161. Mossman R.W., Robinson R.G. Bending tests of metal monocoque fuselage construction. NACA. Techn. Note. – 1930. – №357.
162. Pauchard Ludovic. Deformasion des coques elastiques / Pauchard Ludovic, Pomeau Yves, Rica Sergio // C.r. Acad. sii. Ser. 2. Fasc. 1. – 1997. – 324, №7. – P. 411–418.
163. Rhode R.V., Lundquist E.E. Strength tests on paper cylinders in compression, bending and shear. NASA. Techn. Note. 1931. – № 370.
164. Ricles J.M., Bruin M.W. Evaluation of analysis methods for response prediction of ent-damaged tubular steel bracing members. In: 30th international offshore technology conference, Houston, Texas, 4–7 May 1998, Vol. 2: Pattern & marine system design. Richardson, Texas. OTC 8735, 1998. – P. 215–28.

165. Sharma S.P. Experimental analysis of a long continuous cylindrical shell / S. P. Sharma, B.K. Goyal, A. Singr // *Indian Concrete J.* – 1966. – Vol. 40. – №4. – P. 149–151.

166. Suer H.S., Harris L.A., Skene W.T., Benjamin R.J. The bending stability of thin-walled unstiffened circular cylinders including the effects of internal pressure. *J. Aeronaut. Sci.*, 1958. – Vol. 25. – №5. – P. 281–287.

167. Tin-loi Francis, Pulmano Victor A., Thambiratnam Davad. Bifurcation analysis for axisymmetric loaded cylindrical shells // *Comput and Struct.* – 1990. – 34 №2.

168. Vrabia M., Ibanessu Mihaela, Jerca St. Linear finite elements applied to the design of axisymmetric cylindrical shells // *Bul. Inst. Politehn Iasi*, see 6-1996-42.

169. Walker A.C., McCall S. Experimental investigation of damaged stiffened cylindrical shells. *J Thin-Walled Struct* 1998. – 30 (1–4). – P. 79–94.

170. Weingarten V.I. Effect of internal pressure on the buckling of circular cylindrical shells under bending. *J. Aero/Space Sci.*, 1962. – Vol. 29. – №7. – P. 804–807.

171. Yan W., Ying J., Chen W.Q. The behavior of angle-ply laminated cylindrical shells with viscoelastic interfaces in cylindrical bending // *Composite Structures.* – 2007. – T. 78. – №4. – C. 551–559.

172. Yao J.C. An Analytical and Experimental study of Cylindrical Shells under Localised Impact Loads / J.C. Yao // *The Aeronautical Quarterly.* – 1966. – V. 17. – C. 72–82.

173. Zeinoddini M., Harding J.E., Parke G.A.R. Axially pre-loaded steel tubes subjected to lateral impacts (a numerical simulation) / *International Journal of Impact Engineering.* – №35. – 2008. – P. 1267–1279.

174. Zeinoddini M., Harding J.E., Parke G.A.R. Dynamic behaviour of axially pre-loaded tubular steel members of offshore structures subjected to impact damage. *J Ocean Eng* 1999. – 26. – P. 963–78.

175. Zeinoddini M., Harding J.E., Parke G.A.R. Effect of impact damage on the capacity of tubular steel members of offshore structures. *J Mar Struct* 1998. – 11 (4–5). – P. 141–158.

176. Zeinoddini M., Parke G.A.R., Harding J.E. Behaviour of axially pre-loaded steel tubes subjected to lateral impacts (an experimental study). *J Impact Eng* 2002. – 27 (6). – P. 669–90.

177. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. *The finite element method.* – Oxford: Butterworth-Heinemann, 2000. – V. 1. – 689 p.; V. 2. – 459 p.

178. Дарков А.В. Сопротивление материалов / А.В. Дарков, Г.С. Шпиро. – М.: Высшая школа, 1989. – 624 с.

179. Цытович Н.А. Механика грунтов. – М.: Высшая школа, 1983. – 288 с.

Опубликованные работы Т.Г. Федоровой

180. Баженов В.Г. Теоретическое и экспериментальное исследование потери устойчивости и закритического поведения тонкостенной цилиндрической оболочки при изгибе / В.Г. Баженов, А.И. Кибец, М.В. Петров, Т.Г. Федорова, Д.В. Шошин // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. – Н. Новгород: Изд-во ННГУ. – 2009. – Вып. 71. – С. 77–83.

181. Баженов В.Г. Исследование деформирования, потери устойчивости и закритического поведения замкнутой цилиндрической оболочки, заполненной жидкой или сыпучей средой / В.Г. Баженов, А.И. Кибец, М.В. Петров, Т.Г. Федорова, Д.В. Шошин // XXIII Международной конференции: Математическое моделирование в механике деформируемых тел и конструкций. Методы граничных и конечных элементов (28 сентября – 01 октября 2009). – СПб., 2009. – С. 26–27.

182. Николаева А.Г. Исследование потери устойчивости гладких и подкрепленных цилиндрических оболочек при изгибе / А.Г. Николаева, М.В. Петров, Т.Г. Федорова // XXXVIII неделя науки СПбГПУ: Материалы международной научно-практической конференции (30 ноября – 5 декабря 2009 г.). – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2009. – Ч. IV. – С. 36–37.

183. Баженов В.Г. Расчетно-экспериментальное исследование деформирования, потери устойчивости и закритического поведения тонкостенной оболочки, заполненной грунтом / В.Г. Баженов, А.И. Кибец, М.В. Петров, Т.Г. Федорова, Д.В. Шошин // Проблемы нелинейной механики деформируемого твердого тела: Труды Второй международной конференции (8–11 декабря 2009 г.). – Казань: Казан. гос. ун-т, 2009. – С. 51–52.

184. Баженов В.Г. Экспериментально-теоретическое исследование нелинейного деформирования и потери устойчивости оболочек вращения при изгибе / В.Г. Баженов, А.И. Кибец, М.В. Петров, Т.Г. Федорова, Д.В. Шошин, А.А. Артемьева // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. – Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2010. – Вып. 72. – С. 80–85.

185. Петров М.В. Экспериментальное исследование потери устойчивости тонкостенных оболочек, заполненных сыпучим материалом, при изгибе / М.В. Петров, Т.Г. Федорова // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Механика. – Н. Новгород: Изд-во ННГУ им. Н.И. Лобачевского, 2011. – №4 (5). – С. 2420–2422.

186. Артемьева А.А. Численное и экспериментальное исследование процессов упругопластического деформирования, потери устойчивости и закритического поведения оболочек вращения при квазистатическом и динамическом нагружении / А.А. Артемьева, М.С. Баранова, М.Ю. Втюрина, А.И. Кибец, Е.Ю. Тихонова, Т.Г. Федорова // Материалы XVII международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» имени А.Г. Горшкова (Ярополец, 14–18 февраля 2011 г.). – М., 2011. – С. 17–19.

187. Баженов В.Г. Конечно-элементное моделирование упругопластического выпучивания незамкнутых сферических оболочек при сжатии / В.Г. Баженов, А.А. Артемьева, А.И. Кибец, Е.Г. Гоник, Т.Г. Федорова, Д.В. Шошин // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. – Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2012. – Вып. 74. – С. 84–91.

188. Баженов В.Г. Конечно-элементное решение задачи устойчивости и закритического поведения автоцистерн для транспортировки сыпучих грузов / В.Г. Баженов, Е.Г. Гоник, А.И. Кибец, Ю.И. Кибец, Ю.В. Павленкова, М.В. Петров, Т.Г. Федорова // Прикладные проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. – Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2013. – Вып. 75 (1). – С. 56–62.

189. Артемьева А.А. Численное и экспериментальное исследование процессов упругопластического деформирования, потери устойчивости и закритического поведения оболочек вращения при квазистатическом и динамическом нагружениях / А.А. Артемьева, Е.Г. Гоник, А.И. Кибец, М.В. Петров, Д.В. Шошин, Т.Г. Федорова // Труды математического центра им. Н.И. Лобачевского. Лобачевские чтения – 2012: Материалы XI молодежной научной школы-конференции (1–6 ноября 2012 г.). – Казань: Изд-во Казан. матем. об-ва, 2012. – Т. 45. – С. 212–216.

190. Баженов В.Г. Численное исследование процессов деформирования, потери устойчивости и закритического поведения упругопластических оболочек вращения при квазистатических и динамических нагружениях / В.Г. Баженов, А.И. Кибец, Е.Г. Гоник, М.Н. Жестков, Т.Г. Федорова // Материалы XIX международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» имени А.Г. Горшкова (Ярополец, 18–22 февраля 2013 г.). – М.: Изд-во: ООО «ТР-принт», 2013. – С. 23–26.

191. Петров М.В. Проблемы устойчивости большегабаритных автоцистерн для перевозки сыпучих материалов / М.В. Петров, А.И. Кибец, Т.Г. Федорова, И.А. Фролова // Новое в архитектуре, проектировании строительных конструкций и реконструкции: Материалы VIII Всероссийской (II Международной) конференции. – 2014. – С. 168–177.

192. Петров М.В. Экспериментальное исследование потери устойчивости тонкостенных оболочек при чистом изгибе / М.В. Петров, Т.Г. Федорова, Е.Г. Гоник // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Сер. Механика предельного состояния. – 2015. – №2 (24). – С. 119–125.

193. Баженов В.Г. Устойчивость и закритическое поведение большегабаритных цистерн для транспортировки сыпучих грузов / В.Г. Баженов, Е.Г. Гоник, А.И. Кибец, М.В. Петров, Т.Г. Федорова // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2015. – №5. – С. 34–40.

194. Bazhenov V.G. Stability and supercritical behavior of large-size tankers for transportation of loose goods / V.G. Bazhenov, E.G. Gonik, A.I. Kibets, M.V. Petrov, T.G. Fedorova // *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. – 2015. – Т. 44. – №5. – С. 422–427.

195. Bazhenov V.G. Stability and supercritical behaviour of thin-walled cylindrical shell with discrete aggregate in bending / V.G. Bazhenov, E.G. Gonik, A.I. Kibets, M.V. Petrov, T.G. Fedorova, I.A. Frolova // *Materials Physics and Mechanics*. 2016. – Т. 28. – №1–2. – С. 16–20.

196. Гоник Е.Г. Экспериментальное исследование потери устойчивости консольно закрепленных цилиндрических тонкостенных оболочек при поперечном изгибе / Е.Г. Гоник, М.В. Петров, Т.Г. Федорова // *Проблемы прочности и пластичности*. – 2016. – Т. 78. – №2. – С. 228–235.

197. Гоник Е.Г. Конечно-элементное моделирование взаимодействия упругопластического сыпучего наполнителя с оболочкой при изгибе / Е.Г. Гоник, Т.Г. Федорова // Тезисы докладов V международного научного семинара «Динамическое деформирование и контактное взаимодействие тонкостенных конструкций при воздействии полей различной физической природы» / Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет). – 2016. – С. 51–53.

198. Федорова Т.Г. Экспериментальное исследование предельного состояния цилиндрических тонкостенных оболочек, заполненных сыпучим материалом, при изгибе / Т.Г. Федорова, М.В. Петров // *Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ2016)* / Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет). – 2016. – С. 395–397.

199. Петров М.В. Экспериментальное определение давления сыпучей среды на внутреннюю стенку цилиндрической оболочки / М.В. Петров, Т.Г. Федорова, Е.Г. Гоник // *Новое в архитектуре, проектировании строительных конструкций и реконструкции: Материалы III Международной (IX Всероссийской) конференции*. – 2016. – С. 119–123.

200. Петров М.В. Исследование устойчивости консольно закрепленных цилиндрических тонкостенных оболочек при чистом изгибе / М.В. Петров, Е.Г. Гоник, Т.Г. Федорова // *Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Сер. Механика предельного состояния*. – 2017. – №1 (31). – С. 105–113.

201. Гоник Е.Г. Влияние аппроксимации диаграммы деформирования на критические нагрузки при поперечном изгибе цилиндрической оболочки / Е.Г. Гоник, А.И. Кибец, М.В. Петров, Т.Г. Федорова, И.А. Фролова // *Проблемы прочности и пластичности*. – 2017. – Т. 79. – №2. – С. 169–181.

202. Баженов В.Г. Экспериментальное и теоретическое исследование упругопластического выпучивания цилиндрических оболочек, заполненных сыпучим материалом, под действием поперечной силы / В.Г. Баженов, Е.Г. Гоник, А.И. Кибец, М.В. Петров, Т.Г. Федорова, И.А. Фролова // Ученые записки Казанского университета. Сер. Физико-математические науки. – 2017. – Т. 159. – №3. – С. 282–295.

203. Петров М.В. Анализ научно-исследовательских работ по теме: «Устойчивость тонкостенных оболочек, заполненных сыпучим материалом, при изгибе» / М.В. Петров, Т.Г. Федорова, Б.В. Михайлов // Современные вопросы механики и сплошных сред 2017: Сборник статей по материалам конференции (круглого стола) с международным участием. – 2017. – С. 76–90.

204. Гоник Е.Г. Исследование упругопластического изгиба и потери устойчивости оболочек вращения с учетом контактного взаимодействия с сыпучим наполнителем / Е.Г. Гоник, А.И. Кибец, М.В. Петров, Т.Г. Федорова, И.А. Фролова // Динамические и технологические проблемы механики и конструкций и сплошных сред: Материалы XXIII международного симпозиума им. А.Г. Горшкова. – 2017. – С. 57–59.

205. Федорова Т.Г. Влияние заполнения тонкостенных оболочек различными сыпучими материалами на устойчивость при изгибе / Т.Г. Федорова, Е.Г. Гоник, М.В. Петров // Материалы XX Юбилейной Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным системам (ВМСППС-2017). – 2017. – С. 332–333.

206. Гоник Е.Г. Влияние геометрических размеров тонкостенных оболочек, заполненных сыпучим материалом, на устойчивость при изгибе / Е.Г. Гоник, М.В. Петров, Т.Г. Федорова, И.А. Фомичев // Материалы X Всероссийской конференции и по механике деформируемого твердого тела. – 2017. – С. 170–173

207. Петров М.В. Устойчивость при изгибе тонкостенных оболочек, заполненных различными сыпучими материалами / М.В. Петров, Е.Г. Гоник, Т.Г. Федорова // Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Сер. Механика предельного состояния. – 2017. – №4 (34). – С. 52–58.

208. Федорова Т.Г. Изменение формы поперечных сечений тонкостенных цилиндрических оболочек при изгибе / Т.Г. Федорова, М.В. Петров // Материалы XII Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (NPNJ2018). – 2018. – С. 457–459.

209. Федорова Т.Г. Экспериментальное изучение влияния геометрических параметров на устойчивость тонкостенных цилиндрических оболочек, заполненных сыпучим материалом, при изгибе поперечной силой / Т.Г. Федорова, М.В. Петров, Е.Г. Гоник, Н.Г. Пфаненштиль // Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Сер. Механика предельного состояния. – 2018. – №3 (37). – С. 62–73.

210. Баженов В.Г. Экспериментальное исследование упругопластического выпучивания подкрепленных цилиндрических оболочек с наполнителем под действием поперечных сил / В.Г. Баженов, А.И. Кибец, М.В. Петров, Т.Г. Федорова, Е.Г. Гоник // Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Сер. Механика предельного состояния. – 2018. – №3 (37). – С. 90–98.

211. Петров М.В. Способ приближенного расчета на устойчивость при поперечном изгибе тонкостенных цилиндрических оболочек средней длины, заполненных сыпучим материалом / М.В. Петров, Т.Г. Федорова, Е.Г. Гоник, Н.Г. Пфаненштиль // Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Сер. Механика предельного состояния. – 2018. – № 4 (38). (в печати)

212. Петров М.В. Влияние несовершенств геометрии тонкостенных цилиндрических оболочек, заполненных сыпучим материалом, на их устойчивость при изгибе / М.В. Петров, Т.Г. Федорова, Б.В. Михайлов, Е.Г. Гоник, Н.Г. Пфаненштиль // Новое в архитектуре, проектировании строительных конструкций и реконструкции: Материалы IV Международной (X Всероссийской) конференции НАСКР-2018. – Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2018. (в печати)

Для заметок

Для заметок

Для заметок

Научное издание

Федорова Татьяна Георгиевна

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ
ИССЛЕДОВАНИЕ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО
ДЕФОРМИРОВАНИЯ, ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ
И ЗАКРИТИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ
ОБОЛОЧЕК С СЫПУЧИМ ЗАПОЛНИТЕЛЕМ ПРИ ИЗГИБЕ**

Монография
Чебоксары, 2018 г.

Редактор *Н.Г. Пфаненитиль*
Научный редактор *М.В. Петров*
Компьютерная верстка и правка *С.Ю. Семенова*
Дизайн обложки *Н.В. Фирсова*

Подписано в печать 21.12.2018 г.
Дата выхода издания в свет 27.12.2018 г.
Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Гарнитура Times. Усл. печ. л. 10,695. Заказ К-422. Тираж 500 экз.
Издательский дом «Среда»
428005, Чебоксары, Гражданская, 75, офис 12
+7 (8352) 655-731
info@phsreda.com
https://phsreda.com

Отпечатано в Студии печати «Максимум»
428005, Чебоксары, Гражданская, 75
+7 (8352) 655-047
info@maksimum21.ru
www.maksimum21.ru