

Руденко Виктория Алексеевна

канд. экон. наук, научный сотрудник

Афанасьев Михаил Юрьевич

д-р экон. наук, заведующий лабораторией

ФГБУН «Центральный экономико-математический институт РАН»

г. Москва

DOI 10.31483/r-32903

**ПРИМЕНЕНИЕ РАСШИРЕННОГО КЛАССА МОДЕЛЕЙ
СТОХАСТИЧЕСКОЙ ГРАНИЦЫ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИКИ
ТЕХНИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ РЕГИОНОВ РФ**

Аннотация: в данной работе представлены результаты применения расширенного класса моделей стохастической границы при анализе влияния основных факторов производства на уровень ВРП регионов РФ с развитыми обрабатывающими производствами. Представлены примеры, в которых следует отказаться от классической предпосылки о независимости компонент.

Ключевые слова: копула-функции, стохастическая граница, техническая эффективность регионов РФ, зависимость компонент.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №17-02-00272 А.

В соответствии с [2] в данном исследовании будем рассматривать двухфакторную модель стохастической производственной функции.

$R_i = \beta_0 \cdot K_i^{\beta_1} \cdot L_i^{\beta_2} \cdot e^{V_i - U_i}$, $i = 1, \dots, n$. R_i – объем ВРП i -ого региона (в млн руб.), K_i – стоимость основных фондов i -ого региона (на конец года, в млн руб.), L_i – численность его экономически активного населения (в тыс. человек), n – число анализируемых субъектов РФ. Случайная величина V_i имеет полунормальное распределение $N^+(0, \sigma_V^2)$, а величина U_i – усеченное в нуле нормальное $N^+(\mu, \sigma_U^2)$. Расширенный класс моделей стохастической границы предполагает отказ от классической предпосылки о независимости компонент V_i и U_i .

Возможную зависимость компонент будем описывать с помощью аппарата копула-функций [3; 5] на примере нормальной копулы.

В работе [1] приведен пример формирования групп регионов, однородных по основным характеристикам структуры ВРП, и рассмотрены 5 соответствующих групп: G1 («Базовая») – регионы с равномерно развитой промышленностью, G2 («Добывающие») – регионы с развитой добывающей промышленностью, G3 («Обрабатывающие») – регионы с развитыми обрабатывающими производствами, G4 («Сельскохозяйственные») – с развитым сельским хозяйством и G5 («Развивающиеся») – регионы с развивающимся сельским хозяйством. Подробный список регионов, входящих в каждую группу, приведен в [1].

При проведении анализа влияния факторов производства на объем ВРП в 2013–2016 гг. были рассмотрены соответствующие данные и получены оценки в обычном и расширенном классах моделей стохастической границы для каждой группы регионов. В качестве примера в таблицах 1–4 приведены оценки, полученные в группе G3.

Таблица 1

Оценки параметров моделей в 2013 г.

	M_1 Обычная модель	M_r Модель с копулой
<i>Оценки коэффициентов при факторах производства</i>		
$\ln K$	0.325	0.328
$\ln L$	0.748	0.745
<i>const</i>	31.43	31.41
<i>Оценки параметров компонент ошибки</i>		
μ	-1.281	-1.262
σ_V	0.088	0.084
σ_U	0.052	0.049
r (параметр норм. копулы)		-0.146
гип. об отсутствии неэфф-ти	не отвергается	не отвергается
Логарифм функции правдоподобия	12.12	12.39

Как видно из таблицы 1, использование нормальной копулы позволяет увеличить значение функции правдоподобия. Кроме того, проведенные в ходе

исследования вычисления показывают, что с его помощью удается расширить диапазон значений технических эффективностей.

Таблица 2

Оценки параметров моделей в 2014 г.

	M_1 Обычная модель	M_r Модель с копулой
<i>Оценки коэффициентов при факторах производства</i>		
$\ln K$	0.363	0.364
$\ln L$	0.661	0.66
$const$	36.52	36.51
<i>Оценки параметров компонент ошибки</i>		
μ	0	-0.076
σ_v	0.084	0.083
σ_u	0.144	0.147
r (параметр норм. копулы)		-0.168
гип. об отсутствии неэфф-ти	не отвергается	не отвергается
Логарифм функции правдоподобия	12.57	12.83

Таблица 3

Оценки параметров моделей в 2015 г.

	M_1 Обычная модель	M_r Модель с копулой
<i>Оценки коэффициентов при факторах производства</i>		
$\ln K$	0.431	0.433
$\ln L$	0.556	0.555
$const$	30.57	30.55
<i>Оценки параметров компонент ошибки</i>		
μ	-0.105	-0.094
σ_v	0.071	0.07
σ_u	0.018	0.021
r (параметр норм. копулы)		0.022
гип. об отсутствии неэфф-ти	не отвергается	не отвергается
Логарифм функции правдоподобия	14.6	14.73

Результаты, приведенные в таблицах 1–3, соответствующих 2013–2015 гг., свидетельствуют о тенденции снижения вклада трудовых ресурсов и увеличения вклада основных фондов в рассматриваемой модели производственной функции с течением времени. При этом во всех случаях не отвергается гипотеза об отсутствии неэффективности, а использование нормальной копулы несущественно увеличивает значение функции правдоподобия. Таким образом, использование расширенного класса моделей в данных случаях (в соответствие со схемой спецификации, приведенной в [3; 4]) не является целесообразным.

Однако оценки, полученные при построении классической модели по данным 2016 года (таблица 4), свидетельствуют об изменении указанной выше тенденции. Кроме того, отвергается гипотеза об отсутствии неэффективности.

Таблица 4

Оценки параметров моделей в 2016 г.

	M_1 Обычная модель	M_r Модель с копулой
<i>Оценки коэффициентов при факторах производства</i>		
$\ln K$	0.400	0.402
$\ln L$	0.603	0.601
<i>const</i>	36.23	36.2
<i>Оценки параметров компонент ошибки</i>		
μ	0	0.019
σ_v	0.0001	0.0093
σ_u	0.073	0.078
r (параметр норм. копулы)		0.324
гип. об отсутствии неэфф-ти	отвергается	отвергается
Логарифм функции правдоподобия	22.63	24.12

Наилучшей моделью в соответствии со спецификацией, приведенной в [3; 4], в 2016 году следует признать модель M_r с копулой. Кроме того, как и в предыдущие годы, использование нормальной копулы позволяет лучше раскрыть неэффективность, расширив диапазон значений эффективностей каждого региона. Таким образом, использование копула-функции с целью получения более корректных оценок в данном случае является обоснованным. Однако стоит

отметить, что в связи с высокой степенью согласованности оценок, полученных по обеим моделям, для проведения исследований, не требующих высокой точности оценок, можно ограничиться классическими моделями.

Список литературы

1. Айвазян С.А. Модели производственного потенциала и оценки технологической эффективности регионов РФ с учетом структуры производства / С.А. Айвазян, М.Ю. Афанасьев, А.В. Кудров // Экономика и математические методы. – 2016. – №1 (52). – С. 28–44.
2. Айвазян С.А. Исследование зависимости случайных составляющих остатков в модели стохастической границы / С.А. Айвазян, М.Ю. Афанасьев, В.А. Руденко // Прикладная эконометрика. – 2014. – №2(34). – С. 3–18.
3. Благовещенский Ю.Н. Основные элементы теории копул // Прикладная эконометрика. – 2012. – №2(26). – С. 113–130.
4. Rudenko V.A. Specification scheme of the stochastic production function for assessment of technical efficiency of the regions in the Russian Federation // Russian Journal of Mathematical Research. Series A, 2018, №4(1), P. 38–47.
5. Rudenko V.A., Aivazyan S.A., Afanasyev M.Y. (2017) Specification of a stochastic production function model in the extended class of stochastic frontier models // Modeling of artificial Intelligence, Vol. 4, №1, pp. 21–28.