

**Т. Г. Корчагина  
Р. А. Яфизова**

**Реализация интерактивной  
дидактической поддержки  
студентов технического  
колледжа в процессе  
математической подготовки**

**Т. Г. Корчагина  
Р. А. Яфизова**

**РЕАЛИЗАЦИЯ ИНТЕРАКТИВНОЙ ДИДАКТИЧЕСКОЙ  
ПОДДЕРЖКИ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКОГО КОЛЛЕДЖА  
В ПРОЦЕССЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ**

Учебно-методическое пособие

Чебоксары  
Издательский дом «Среда»  
2025

УДК 51(07)  
ББК 74.262.21  
К70

***Рецензенты:***

д-р пед. наук, канд. физ.-мат. наук,  
профессор кафедры высшей математики  
ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский горный университет  
императрицы Екатерины II»

*А. В. Дорофеев;*  
канд. пед. наук, преподаватель ГБПОУ «Октябрьский  
нефтяной колледж им. С.И. Кувыкина»  
*Г. Ф. Ахметшина*

**Корчагина Т. Г.**

**К70      Реализация интерактивной дидактической поддержки  
студентов технического колледжа в процессе  
математической подготовки : учебно-методическое  
пособие / Т. Г. Корчагина, Р. А. Яфизова. – Чебоксары:  
Среда, 2025. – 60 с.**

**ISBN 978-5-907965-41-6**

Учебно-методическое пособие «Реализация интерактивной дидактической поддержки студентов технического колледжа в процессе математической подготовки» разработано для студентов специальности 09.02.07 «Информационные системы и программирование» и 25.02.08 «Эксплуатация беспилотных авиационных систем». Освоение материалов данного методического пособия позволит сформировать систему знаний и умений, необходимых для успешного решения практико-ориентированных математических задач, благодаря внедрению интерактивных элементов в образовательный процесс.

УДК 51(07)  
ББК 74.262.21

ISBN 978-5-907965-41-6  
DOI 10.31483/a-10731

© Корчагина Т. Г., Яфизова Р. А., 2025  
© ИД «Среда», оформление, 2025

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	4
1. Формы обучения студентов СПО с использованием интерактивных методов.....	6
1.1. Интерактивные и активные методы обучения .....	6
1.2. Методические занятия с применением интерактивной дидактической поддержки обучающихся .....	13
1.3. Использование компьютерного моделирования для формирования профессиональных компетенций студентов технических колледжей.....	15
2. Практические работы по дисциплине «Математика» с использованием интерактивной дидактической поддержки .....	19
Практическая работа №1. Применение аналитической геометрии.....	19
Практическая работа №2. Применение методов математического анализа при изучении изменения температуры окружающей среды .....	25
Практическая работа №3. Применение линейной алгебры в криптографии .....	29
Практическая работа №4. Дифференциальные уравнения. Моделирование процесса охлаждения .....	32
Практическая работа №5. Множества и их приложения .....	36
Практическая работа №6. Комплексные числа и функции.....	41
Практическая работа №7. Комбинаторика в повседневной жизни.....	44
Практическая работа №8. Комбинаторика и теория вероятности в повседневной жизни.....	45
Практическая работа №9. Дискретная случайная величина и ее числовые характеристики.....	47
Практическая работа №10. Задачи математической статистики. Понятия о выборке, выборочных распределениях и их графических изображениях, числовых характеристиках выборки .....	49
Практическая работа №11. Векторы в пространстве.....	53
Список литературы.....	56

## **Введение**

Настоящее методическое пособие адресовано преподавателям, желающим интегрировать интерактивные элементы в свои занятия. Оно представляет собой систему интерактивной методической поддержки, направленную на создание более динамичной и вовлеченной учебной среды. В пособии содержатся практические занятия с учетом интерактивных дидактических средств. Способствующие активному обучению, развитию критического мышления и сотрудничества студентов.

Принципы, заложенные в Федеральные государственные образовательные стандарты третьего поколения, акцентируют внимание на развитии компетенций у обучающихся. Эффективная реализация этого подхода требует применения активных и интерактивных методов обучения, которые активизируют познавательную деятельность студентов и формируют как общие, так и профессиональные компетенции.

Методическое пособие ориентировано на занятия по математике с использованием интерактивной дидактической поддержки в контексте проведения практических работ по основным темам. Оно позволит преподавателям определить наиболее эффективные методы, способствующие активизации учебно-познавательных действий студентов и формированию профессиональных компетенций. Включает в себя конкретную учебную и методическую информацию по применению активных и интерактивных форм ведения занятий по математике и междисциплинарным предметам. Особое внимание уделяется реализации компетентностного подхода в соответствии с требованиями государственных стандартов третьего поколения.

Применение материалов данного пособия предоставит преподавателям следующие возможности.

1. Освоить современные методы организации интерактивного обучения.
2. Разработать и внедрить активные и интерактивные формы занятий, направленные на развитие компетенций студентов.
3. Увеличить эффективность образовательного процесса в соответствии с современными требованиями образования.

Интерактивное обучение, как ключевой элемент достижения поставленных целей, демонстрирует соответствие современным требованиям, акцентируя развитие компетенций обучающихся. К основным принципам, способствующим применению интерактивного обучения, относятся.

1. Компетентностный подход, который фокусируется на формировании у обучающихся знаний, навыков и компетенций, необходимых для успешного выполнения профессиональных задач.

2. Активное обучение, провоцирующее участие студентов в образовательном процессе и поддерживающее суть интерактивного обучения.

3. Индивидуализация обучения, позволяющая адаптировать образовательный процесс к индивидуальным особенностям студентов.

4. Использование современных образовательных технологий, включая интерактивные платформы и онлайн-ресурсы.

Принципы и требования современных стандартов образования создают условия для внедрения интерактивных технологий и интеграций их в образовательный процесс. Интерактивная дидактическая поддержка позволяет эффективно реализовывать компетентностный подход образования.

Таким образом, использование интерактивной дидактической поддержки не только способствует глубокому усвоению материала, но и формирует междисциплинарные связи и универсальные профессиональные компетенции, такие как умение принимать обоснованные решения, организовывать собственную деятельность и использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной сфере.

## **1. Формы обучения студентов СПО с использованием интерактивных методов**

### **1.1. Интерактивные и активные методы обучения**

В современных условиях, когда возникают новые требования к образовательному процессу и отсутствует четкое разграничение между активными и интерактивными методами обучения, целесообразно определить каждый из этих методов.

Методы обучения представляют собой процесс взаимодействия преподавателя и студентов, в ходе которого происходит передача и усвоение знаний, умений и навыков. Их можно классифицировать на три основные группы:

Пассивный (традиционный) метод – в этом подходе обучаемый выступает в роли «объекта» обучения, воспринимая информацию посредством прослушивания и наблюдения. Студенты усваивают большой объем готовых данных, не прибегая к активному взаимодействию с одногруппниками.

Активный метод – здесь обучаемый является «субъектом» процесса обучения, что иллюстрируется такими форматами, как лекции, самостоятельная работа и творческие задания. В активных методах возникает взаимодействие между студентами и преподавателем, благодаря чему студенты становятся не только слушателями, но и активно вовлеченными участниками. Этот подход основывается на демократических принципах, в противоположность авторитарному стилю пассивного обучения.

Интерактивный метод – включает взаимодействие через моделирование жизненных ситуаций, ролевые игры и совместное решение задач. При этом осуществляется равенство всех участников: ни один из них не доминирует в процессе. Студенты активно участвуют в обучении, следуя своему индивидуальному пути [25].

Несмотря на то, что активные и интерактивные методы часто рассматриваются как схожие, между ними существуют заметные различия. Интерактивный метод можно истолковать как современный подход к активному обучению. Слово «интерактивный» (от латинского «inter», что означает взаимный, и «act», что означает действовать) подразумевает обмен и диалог между участвующими сторонами.

Таким образом, интерактивные методы направлены на углубленное взаимодействие студентов не только с преподавателем, но и между собой, что акцентирует их активное участие в образовательном процессе. В рамках интерактивных занятий роль преподавателя заключается в том, чтобы направлять действия студентов к достижению учебных целей, разрабатывая план уроков с интерактивными упражнениями и заданиями. Главное отличие интерактивных заданий от традиционных состоит в том, что они не только закрепляют ранее изученный материал, но и способствуют освоению нового [1].

Применение активного метода обучения подходит для проведения лекций. Лекция, как правило, ближе к активным методам, в то время как интерактивный метод труднее применять в данном формате обучения, поскольку он требует взаимодействия между учащимися и преподавателем [26].

В исследовании В.Н. Кругликова подчеркивается, что активное обучение представляет собой организацию образовательного процесса, направленную на максимальную активизацию учебной и познавательной деятельности учащихся. Это достигается за счет широкого применения как дидактических, так и организационно-управленческих методов активизации [5].

Помимо традиционных методов, активные формы обучения могут значительно повысить вовлеченность студентов. Различные подходы к организации лекционных занятий, классифицированные и структурированные, представлены в таблице 1.

Таблица 1

Различные подходы к организации лекционных занятий

Название лекции	Характеристика
1	2
Лекция-беседа	Включает непосредственный контакт между преподавателем и учениками, где проводятся диалоги. Преподаватель задает вопросы, чтобы определить мнения и уровень знания студентов относительно обсуждаемой темы.
Лекция-дискуссия	Предполагает свободный обмен мнениями во время изложения материала. Преподаватель активизирует обсуждение, сопоставляет разные точки зрения и направляет дискуссию в необходимое русло.



## Реализация интерактивной дидактической поддержки студентов технического колледжа в процессе математической подготовки

*Окончание таблицы 1*

<i>1</i>	<i>2</i>
Лекция с обратной связью	В начале и конце каждого раздела задаются вопросы: первый для проверки понимания, последний для оценки усвоения материала. В случае неудовлетворительных результатов преподаватель возвращается к рассматриваемому разделу, изменяя методику изложения.
Проблемная лекция	Основана на моделировании проблемных ситуаций и постановке соответствующих вопросов. Проблемные вопросы требуют размышлений, анализа и поиска новых знаний.
Программированная лекция	Предполагает, что преподаватель формулирует вопросы для студентов, которые они должны обсудить и проанализировать. Неправильные ответы затем рассматриваются для улучшения понимания материала.
Лекция-презентация	Представляет собой визуальную поддержку лекции, содержащую основные проблемные вопросы. Презентация помогает упростить восприятие информации учащимися и может включать активное задавание вопросов по слайдам для вовлечения в обсуждение

Использование наглядных материалов и презентаций является важной частью активного обучения, так как визуальная поддержка помогает улучшить усвоение информации. При подготовке слайдов стоит избегать перегруженности текста и изображений, обеспечивая четкость и ясность информации.

Интерактивные образовательные технологии представляют собой один из направлений инновационных подходов в обучении, ориентированных на активное взаимодействие обучающихся как с преподавателем, так и между собой в процессе освоения профессиональных знаний и навыков.

Ключевой характеристикой интерактивных образовательных технологий является акцент на развитие личной инициативы студентов и формирование у них стремления к приобретению новых знаний и умений. Это в значительной степени соответствует принципам компетентностного и личностно-ориентированного подходов в обучении.

Роль преподавателя в данной модели обучения заключается в функциях координатора и консультанта по возникающим вопросам и проблемам. Он создает условия, способствующие самостоятельному овладению обучающимися знаниями и умениями в рамках

познавательной деятельности через диалогическое взаимодействие. Рассмотрим различные подходы интерактивного обучения, представлены в таблице 2.

Таблица 2  
Различные подходы интерактивного обучения

Интерактивные технологии	Характеристика
1	2
Дискуссия	Дискуссия представляет собой одну из форм интерактивных образовательных технологий. Она включает в себя обсуждение и совместное исследование конкретной темы, проблемы или явления всеми участниками образовательного процесса. Проведение занятий в формате дискуссий способствует стимулированию познавательной активности обучающихся и обеспечивает более глубокое понимание новых знаний. Это достигается за счет подготовки аргументации и защиты собственной позиции по обсуждаемой теме.
Деловая игра	Деловая игра представляет собой одну из форм интерактивных образовательных технологий. Она заключается в моделировании профессиональной проблемной ситуации, разрешение которой осуществляется в ходе ролевого взаимодействия участников. В процессе игры устанавливаются определенные правила, разрабатывается сюжет, формируются команды игроков и «группы экспертов» в соответствии с заранее определенным сценарием, а также проводится оценка принятых решений. Организация деловой игры способствует развитию самостоятельной работы обучающихся, позволяя им приобретать профессиональные знания и навыки, а также решать нестандартные профессиональные задачи в условиях совместной подготовки командных решений.
Кейс-технология	Кейс-технология относится к одной из форм интерактивных образовательных технологий. Она заключается в работе обучающихся по решению задач, основанных на описании проблемной ситуации. Применение кейс-технологии способствует формированию у студентов навыков комплексного подхода к решению профессиональных и практических задач, а также стимулирует развитие критического, аналитического и творческого мышления.

## Реализация интерактивной дидактической поддержки студентов технического колледжа в процессе математической подготовки

*Продолжение таблицы 2*

<i>1</i>	<i>2</i>
Лекция с ошибками	<p>Лекция с ошибками представляет собой одну из форм интерактивных образовательных технологий.</p> <p>Она предполагает активную аналитическую работу студентов во время лекционного занятия, сосредоточенную на выявлении заранее запланированных преподавателем ошибок в содержании лекции.</p> <p>Процесс нахождения, обсуждения и исправления этих ошибок способствует углублению знаний обучающихся и более тщательному освоению учебного материала, особенно тех его аспектов, которые представляют наибольшую сложность.</p>
Мозговой штурм	<p>Метод стимулирования творческой активности является одним из наиболее распространенных подходов в различных организациях для поиска нетрадиционных решений разнообразных задач. Его применение особенно актуально в условиях тупиковых или проблемных ситуаций.</p> <p>Суть данного метода заключается в разделении этапов выдвижения и предложения идей от их критической оценки и отбора. Кроме того, для максимального задействования потенциала в процессе поиска решений используются разнообразные приемы, способствующие активации фантазии.</p>
Видеоконференция	<p>Методика интерактивного занятия в формате видеоконференции представляет собой конференцию.</p> <p>Визуализация и использование видеоконференцсвязи относятся к применению информационно-коммуникационных технологий в образовательной сфере.</p> <p>Видеоконференцсвязь представляет собой двустороннюю или многостороннюю связь, предназначенную для передачи звука и изображения.</p> <p>Она может быть использована для различных типов совещаний, где визуализация является необходимым дополнением к звуковой передаче. Участники, находясь на географически удалённых расстояниях, имеют возможность видеть и слышать друг друга.</p> <p>Видеоконференции могут проводиться как между двумя, так и множеством студий, как внутри одной страны, так и между различными государствами.</p> <p>Многосторонние конференции часто координируются сторонней организацией.</p>

*Продолжение таблицы 2*

1	2
Тренинг	<p>Метод активного обучения, ориентированный на развитие знаний, умений, навыков и социальных установок, представляет собой важный подход в образовательном процессе.</p> <p>Тренинг является одной из форм интерактивного обучения, целью которого является развитие компетентности в межличностном и профессиональном взаимодействии.</p> <p>Преимущество тренинга заключается в его способности активно вовлекать всех участников в процесс учебной деятельности.</p> <p>Существует несколько основных типов тренингов в зависимости от их направленности и целевых изменений: навыковый, психотерапевтический, социально-психологический и бизнес-тренинг.</p> <p>Навыковый тренинг сосредоточен на формировании и отработке определённых навыков. Большинство бизнес-тренингов, таких как навыки ведения переговоров, самопрезентации и техники продаж, относятся именно к этому типу.</p> <p>Психотерапевтический тренинг, наиболее корректно обозначаемый как психотерапевтическая группа, ориентирован на трансформацию сознания.</p> <p>Социально-психологический тренинг (СПТ) включает изменения как в сознании, так и в формировании навыков. Часто он нацелен на изменение социальных установок и развитие практических умений в области межличностного общения.</p>
Метод проектов	<p>Метод проектов представляет собой подход к достижению дидактических целей через тщательную разработку проблемы (технологии), который завершается конкретным, осязаемым практическим результатом, оформленным определённым образом.</p> <p>Основная цель метода проектов заключается в предоставлении учащимся возможности самостоятельно осваивать знания в процессе решения практических задач или проблем, требующих интеграции знаний из различных учебных дисциплин.</p> <p>Рассматривая метод проектов как педагогическую технологию, можно отметить, что она включает в себя комплекс исследовательских, поисковых и проблемных методов, обладающих творческим характером. В рамках реализации проекта преподаватель выполняет роли разработчика, координатора, эксперта и консультанта.</p>

## Реализация интерактивной дидактической поддержки студентов технического колледжа в процессе математической подготовки

*Продолжение таблицы 2*

1	2
Программное обучение	<p>Суть программного обучения заключается в высокой степени структурированности представляемого материала и поэтапной оценке его усвоения. Информация подается небольшими блоками, как в печатном формате, так и на экране компьютера. После изучения каждого блока учащийся выполняет задание, позволяющее продемонстрировать уровень усвоения материала. Программное обучение предоставляет учащимся возможность двигаться в собственном темпе, переход к следующему блоку осуществляется лишь после полного освоения предыдущего.</p>
Компьютерные симуляции	<p>Компьютерные симуляции являются одной из форм интерактивных образовательных технологий. Они предполагают взаимодействие обучающихся с виртуальной моделью изучаемого объекта или явления через компьютер. Использование технологии компьютерных симуляций предоставляет возможность обучающимся освоить необходимые в профессиональной деятельности программные пакеты, а также самостоятельно изучать теоретические материалы и развивать практические (профессиональные) навыки в условиях, когда доступ к реальным объектам или явлениям ограничен по различным причинам, включая экономические, временные или соображения безопасности.</p>
Компьютерное моделирование	<p>Компьютерное моделирование осуществляется с использованием специализированных компьютерных программ, работающих на одном или нескольких компьютерах, и реализующих абстрактную модель определенной системы.</p> <p>Основные положения компьютерного моделирования:</p> <p>Области применения – компьютерные модели стали стандартным инструментом математического моделирования и находят применение в таких науках, как физика, астрофизика, механика, химия, биология, экономика, социология и других.</p> <p>Цели моделирования:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– используются для получения новых знаний о моделируемом объекте;</li> <li>– применяются для приближенной оценки поведения математических систем, которые слишком сложны для аналитического исследования.</li> </ul>

	<p>Эффективность метода:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>– компьютерное моделирование является одним из наиболее эффективных методов для изучения сложных систем;</li><li>– оно включает последовательное проведение вычислительных экспериментов, целью которых является анализ, интерпретация и сопоставление результатов моделирования с реальным поведением изучаемого объекта. Основные этапы компьютерного моделирования.</li></ul> <ol style="list-style-type: none"><li>1. Постановка задачи: Определение объекта моделирования и формулирование исследовательских вопросов.</li><li>2. Разработка концептуальной модели: Выявление основных элементов системы и элементарных актов взаимодействия между ними.</li><li>3. Формализация: Переход к математической модели, создание алгоритма и написание соответствующей программы.</li><li>4. Планирование и проведение компьютерных экспериментов, а также организация и реализация вычислительных экспериментов с целью получения данных.</li><li>5. Анализ и интерпретация результатов: оценка полученных данных и сопоставление их с реальным поведением объекта для уточнения модели и корректировки последующих экспериментов</li></ol>
--	---

## **1.2. Методические занятия с применением интерактивной дидактической поддержки обучающихся**

Методические рекомендации по подготовке студентов к интерактивным занятиям следует строить по следующему алгоритму:

Подготовка занятия (требует от преподавателя не только подготовки, но и отбора заданий прикладного содержания, инструмента для его реализации)

Введение (знакомство с темой занятий, краткая история возникновения, возможное применение в выбранной специальности).

Основная часть (ход занятия включающее в себя рассказ нового материала, закрепление, решение поставленных задач и т.п. в зависимости от задач данного урока).

Заключение (включающее в себя вывод от проделанной работы, рефлексии).

## **Реализация интерактивной дидактической поддержки студентов технического колледжа в процессе математической подготовки**

---

В данных рекомендациях необходимо акцентировать внимание на следующих ключевых аспектах:

Подготовка студентов к проведению интерактивных занятий (изучение соответствующих материалов, приобретение специфических навыков, ознакомление с различными методами решения поставленных задач и т. д.).

Список литературы, который будет использоваться в процессе занятия.

Знания из каких разделов дисциплины необходимо задействовать (междисциплинарные связи).

Выбор подходящего инструментария при проведении занятия.

Процесс осуществления занятия (ход проведения, сценарий, темы для обсуждения и т. д.).

Перечислены специальные средства для использования на интерактивном занятии (информационные технологии, специализированное оборудование и др.).

Процесс проведения интерактивного занятия включает ряд правил поведения студентов.

1. Студенты должны способствовать тщательному анализу различных проблем, придерживаясь ценностей уважения и терпимости.

2. Необходимо мотивировать студентов к поиску решения, а не давать готовый алгоритм решения поставленной задачи.

Этика преподавателя включает в себя следующие моменты. Преподаватель должен:

- поощрять личный вклад студентов и свободный обмен мнениями на интерактивных занятиях;
- создавать дружелюбную атмосферу и проявлять положительные и стимулирующие реакции;
- акцентировать внимание на образовательных, целях;
- вызывать интерес, выдавать актуальные задания для студентов в выбранной специальности;
- стимулировать исследовательскую активность студентов и поиск различных решений;
- подготовить заранее вопросы для обсуждения, что поможет закрепить полученные навыки;
- не допускать отклонений от темы практического задания;

- обеспечить вовлечение максимального числа студентов в решение прикладной задачи с использованием интерактивных методов;
- не оставлять без внимания недостоверные решения, вовлекать студентов в их критический анализ;
- не спешить с ответами на вопросы, перенаправляя их самостоятельной деятельности;
- завершая занятие, нужно подводить студентов к конструктивным выводам, имеющим познавательное и практическое значение;
- необходимо добиваться удовлетворенности большинства участников, благодарить студентов за активную работу, выделять тех, кто внес вклад в решение практической работы;
- демонстрировать высокий уровень профессионализма и глубокое знание материалов учебной программы;
- важно продемонстрировать владение интерактивными инструментами и грамотное владение профессиональными приложениями;
- быть коммуникабельным, проявляя навыки взаимодействия с каждым студентом и проявляя интерес к их мнению;
- необходимо предвидеть возможные трудности в усвоении материала и прогнозировать результаты педагогического воздействия.

Отметим, что анализ и оценка проведенного занятия должны быть проведены с сопоставлением установленной в начале цели и достигнутых результатов, с выводами о проделанной работе.

### **1.3. Использование компьютерного моделирования для формирования профессиональных компетенций студентов технических колледжей**

Студенты по техническим специальностям используют свои математические знания, включая навыки работы с компьютерными технологиями. Занимаются разработкой эффективных подходов к решению профессиональных задач, связанных с естественными науками. Включая математическое и компьютерное моделирование. Успешная реализация профессиональных задач требует от выпускников наличия определённых навыков, связанных с практическими заданиями. Для достижения этой цели в процессе обучения у студентов формируются необходимые профессиональные компетенции. Эти компетенции в основном развиваются в ходе изучения специальных дисциплин естественнонаучного характера, в кото-



## **Реализация интерактивной дидактической поддержки студентов технического колледжа в процессе математической подготовки**

---

рых акцентируется внимание на методах математического и компьютерного моделирования для решения практических задач в области естествознания и техники.

Методы математического и компьютерного моделирования впоследствии применяются студентами при решении задач, возникших в ходе учебных и производственных практик, а также при выполнении выпускных квалификационных работ.

В контексте реализации принципа профессиональной направленности в техникумах значительное место отводится лабораторным работам, осуществляемым с использованием пакетов прикладных программ.

Современные вычислительные технологии и программное обеспечение позволяют эффективно решать математические задачи, минимизируя громоздкие и утомительные вычисления. Тем не менее, при решении множества инженерных задач возникает необходимость выполнения сложных числовых расчетов, что требует от специалиста наличия глубоких знаний и умений, выходящих за рамки базового использования простого калькулятора.

Лабораторные работы по математике имеют свои особенности. Для их реализации не требуется дорогостоящее и сложное оборудование, и проведение практических экспериментов обычно не является необходимым. В то же время, как уже было упомянуто, избежать рутинной работы с числами и данными не представляется возможным.

Для эффективного использования интерактивной дидактической поддержки учебного процесса, нужно придерживаться следующих принципов.

1. Четкое постановление целей.
2. Формирование поставленных задач.
3. Способы их решения.
4. Результат.
5. Рефлексия.

Примеры преподаваемых естественнонаучных дисциплин с помощью использования интерактивной дидактической поддержки. Цифровых инструментов для вычислений поставленных задач:

Дисциплина	Инструменты для изучения	Программное обеспечение для вычислений
1	2	3
Математика. Высшая математика	Графическое изображение, решение поставленных задач, симулятор решений.	GeoGebra 3D
		GeoGebra, <a href="https://www.mathway.com/ru/Graph">https://www.mathway.com/ru/Graph</a> <a href="https://www.desmos.com/calculator?lang=ru">https://www.desmos.com/calculator?lang=ru</a>
Математическое моделирование, Дискретная математика, Теория вероятности и статистика.	Программные инструменты:	<p><b>Языки программирования:</b> Python, MATLAB: профессиональный пакет для численных расчетов, визуализации данных и моделирования. R: используется в основном для статистического анализа и моделирования. C++: подходит для сложных и ресурсоемких вычислений.</p> <p><b>Среды разработки:</b> JupyterNotebook/Lab: интерактивная среда для работы с кодом, текстом и визуализацией. PyCharm, VS Code: полноценные IDE для разработки на Python и других языках.</p> <p><b>Пакеты для моделирования:</b> Simulink (MATLAB): визуальная среда для моделирования динамических систем. AnyLogic: платформа для дискретно-событийного, агентного и системно-динамического моделирования. COMSOL Multiphysics: пакет для моделирования физических процессов. NetLogo: платформа для моделирования сложных систем, основанных на взаимодействии агентов.</p>

## Реализация интерактивной дидактической поддержки студентов технического колледжа в процессе математической подготовки

*Окончание таблицы*

1	2	3
	Визуализация и анализ данных	Графические библиотеки: Matplotlib, Seaborn (Python), ggplot2 (R), используются для создания графиков, диаграмм и других видов визуализации. Инструменты для анализа данных: Pandas (Python), Excel, SQL используются для обработки и анализа данных, необходимых для построения моделей и сравнения их результатов с реальностью.
	Инструменты для создания документации и презентаций	Инструменты для создания документации и презентаций
	Дополнительные инструменты	Системы компьютерной алгебры (CAS): Maple, Mathematica позволяют выполнять символьные вычисления. Онлайн-симуляторы: различные веб-сервисы для моделирования процессов. Специализированные библиотеки и пакеты: для моделирования конкретных предметных областей, например, в биологии, экономике, финансах, физике.

Умение выполнять расчеты и использовать вычислительную технику является отличительной чертой технических специалистов. Практика показывает, что студенты часто не ведут активную работу с прикладными программами; их знания о распространённых инструментах, таких как Microsoft Excel, остаются на поверхностном уровне.

Таким образом, в процессе выполнения лабораторных работ по математике студенты, во-первых, закрепляют теоретические знания по различным разделам математических дисциплин, а во-вторых, развивают навыки работы с такими программами, как Microsoft Excel и MathCAD, Python, Java и др.

## **2. Практические работы по дисциплине «Математика» с использованием интерактивной дидактической поддержки**

### **Практическая работа №1. Применение аналитической геометрии**

Данная практическая работа включает в себя следующие темы: Прямая и плоскость в пространстве. Кривые второго порядка (конус, эллипс, гипербола).

**Задание:** спроектировать зону покрытия Wi-Fi в помещении сложной формы.

**Цель работы:** применение знаний аналитической геометрии для решения практической задачи по оптимизации расположения Wi-Fi роутеров в помещении сложной формы, с учетом кривых второго порядка и препятствий.

#### **Введение:**

Современные помещения имеют сложную форму и конфигурацию. Включают в себя не только прямые стены, но и закругленные участки, колонны, перегородки и другие препятствия. Определение оптимального расположения Wi-Fi роутеров в таких условиях является важной задачей для обеспечения стабильного и качественного покрытия. В данной работе будет использоваться аналитическая геометрия для моделирования и распространения сигнала, определения зон покрытия.

#### **Задание.**

1. Спроектируете помещение, учитывая его особенности. Изобразите план в виде многоугольника, используя прямые и кривые второго порядка (эллипсы, гиперболы) в качестве стен и перегородок. Нанесите на план препятствия (колонны, перегородки) в виде геометрических фигур (прямоугольники, круги). Сделайте эскиз помещения в масштабе (например, 1 см = 1 м).

2. Смоделируете зоны покрытия роутера: Wi-Fi роутер распространяет сигнал в виде конуса.

3. Задайте параметры конуса: угол раскрытия, радиус основания (максимальная дальность). Определите уравнение поверхности конуса в трехмерном пространстве.

4. Задайте несколько возможных точек расположения роутера (координаты) в помещении.

5. Визуализируйте зоны покрытия используя компьютерную программу (например: Python с библиотеками matplotlib, NumPy,

или GeoGebra. Плана помещения с препятствиями. Поверхности конуса для каждого положения роутера. Отобразите зоны покрытия роутеров на плане помещения (например, закрашиванием областей или контурами). Сравните зоны покрытия при разных расположениях роутеров.

6. Оптимизируйте расположение роутеров. Проанализируйте визуализации зон покрытия. Предложите оптимальное расположение роутеров, обеспечивающее максимальное покрытие всего помещения, с учетом препятствий и кривизны стен.

**Алгоритм выполнения поставленной задачи:**

«Проектирование зоны покрытия Wi-Fi в помещении сложной формы с использованием аналитической геометрии».

1. Определить контуры помещения в виде математических уравнений (линий, дуг, кривых).

2. Рассчитать радиус действия каждой AP с учетом характеристик оборудования и особенностей помещения.

3. Разместить AP в оптимальных точках помещения.

4. Проверить зону покрытия, определяя, покрывается ли каждая точка помещения сигналом от хотя бы одной AP.

5. Визуализировать зону покрытия Wi-Fi.

**Этапы выполнения работы.**

1. Подготовка данных:

– получение плана помещения (используйте реальный план помещения: архитектурный чертеж, схему). Если реального плана нет, создайте упрощенную схему помещения в виде многоугольника или комбинации геометрических фигур. Важно отобразить основные углы, выступы, перегородки. Размеры помещения должны быть указаны (или вычислены из масштаба плана);

– определение контуров помещения: нанесите на план помещения координатную сетку (x, y). Выберите удобное положение начала координат. Разбейте контур помещения на отдельные отрезки прямых, дуги окружностей и, возможно, более сложные кривые;

– для каждого участка контура определите:

Прямая линия: Запишите уравнение прямой в виде  $Ax + By + C = 0$ , определив коэффициенты A, B, C по координатам двух точек на прямой.

Дугу окружности: Запишите уравнение окружности в виде  $(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = R^2$ , определив координаты центра  $O(x_1, y_1)$  и радиус  $R$ . Также необходимо определить начальный и конечный угол дуги относительно центра окружности.

Кривая: если используются более сложные кривые (парабола, гиперболы, эллипс), запишите их уравнения в соответствующем виде.

Определение параметров Wi-Fi AP. Выберите модель Wi-Fi AP. Найдите технические характеристики AP: мощность передатчика (dBm). Важный параметр, определяющий радиус действия. Чувствительность приемника (dBm): определяет минимальный уровень сигнала, необходимый для устойчивой связи. Диаграмма направленности антенны: показывает, как сигнал распространяется в разных направлениях. В упрощенном варианте можно считать, что сигнал распространяется равномерно во всех направлениях. Оцените потери сигнала: затухание в свободном пространстве. Зависит от частоты сигнала и расстояния. Можно использовать формулу  $FSPL = 20\log_{10}(d) + 20\log_{10}(f) + 32.44$  (где  $d$  – расстояние в метрах,  $f$  – частота в МГц). Потери из-за препятствий (стены, мебель). Приблизительно оцените потери сигнала для различных типов стен и других препятствий. Например, легкая перегородка – 3dB, бетонная стена – 10dB. Рассчитайте радиус действия AP ( $R$ ) в помещении. Это сложная задача, требующая учета множества факторов. Можно использовать упрощенные модели. Упрощенная модель:  $R = k\sqrt{P}$ , где  $P$  – мощность передатчика,  $k$  – коэффициент, зависящий от характеристик помещения (чем больше препятствий, тем меньше  $k$ ).

## 2. Размещение.

– предварительное размещение: разместите AP на плане помещения. Начните с размещения AP в центре помещения, а также в наиболее удаленных и труднодоступных местах. Старайтесь располагать AP так, чтобы они перекрывали зоны друг друга. Учитывайте расположение стен и других препятствий. AP должны быть расположены так, чтобы сигнал мог беспрепятственно распространяться в большую часть помещения;

– оптимизация размещения: оцените зону покрытия для каждого AP. Для этого нарисуйте окружность радиусом  $R$  вокруг каждой AP. Визуально оцените, какие участки помещения не покрываются сигналом. Переместите AP, чтобы улучшить зону покрытия;

– используйте следующий подход: определите точки, наиболее удаленные от текущих AP. Разместите новые AP вблизи этих точек.

Переместите существующие АР, чтобы улучшить перекрытие зон покрытия.

Для любой точки помещения с координатами  $(x, y)$  проверьте, находится ли она в зоне покрытия хотя бы одной АР. Для этого подставьте координаты  $(x, y)$  в уравнение окружности каждой АР. Если хотя бы для одной АР уравнение выполняется, значит точка  $(x, y)$  покрывается сигналом. Автоматизируйте этот процесс, написав небольшую программу (например, на Python) или используя таблицу в Excel.

### 3. Визуализация и оценка результатов.

– создание карты покрытия: используйте программу для графического представления результатов (например, Python с библиотекой Matplotlib, онлайн-сервисы для создания карт Wi-Fi). Разделите помещение на небольшие ячейки (например, 1x1 метр). Для каждой ячейки: определите координаты центра ячейки  $(x, y)$ . Проверьте, покрывается ли эта ячейка сигналом хотя бы одной АР. Если ячейка покрывается, закрасьте ее одним цветом (например, зеленым). Если ячейка не покрывается, закрасьте ее другим цветом (например, красным). Вы получите карту покрытия Wi-Fi, на которой будут видны зоны хорошего и плохого сигнала;

– оценка качества покрытия. Оцените процент площади помещения, покрытой сигналом. Чем больше процент, тем лучше качество покрытия. Обратите внимание на зоны с плохим сигналом. Постарайтесь улучшить покрытие в этих зонах, переместив АР или добавив новые АР.

Проанализируйте, какие препятствия (стены, мебель) влияют на зону покрытия.

### 4. Оптимизация и тестирование.

Используйте полученную карту покрытия для дальнейшей оптимизации размещения АР. Рассмотрите возможность изменения мощности передатчика АР. Рассмотрите возможность использования антенн с разной диаграммой направленности.

### 5. Практическое тестирование:

– выполните практическое тестирование качества Wi-Fi сигнала в помещении с помощью анализатора Wi-Fi. Сравните результаты тестирования с результатами моделирования. Внесите корректировки в модель и в размещение АР, если необходимо.

6. Составьте отчет о выполненной работе, включив в него:

Цель и задачи работы.

- описание помещения и плана;
- определение контуров помещения (уравнения);
- характеристики используемых Wi-Fi AP;
- радиуса действия AP;
- описание процесса размещения AP;
- карту покрытия Wi-Fi;
- оценку качества покрытия;
- сделайте вывод.

Пример упрощенного кода на Python (для визуализации и проверки покрытия одной точки):

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
# Параметры помещения (пример)
x_min = 0
x_max = 10
y_min = 0
y_max = 8
# Параметры точки доступа (пример)
x_ap = 5
y_ap = 4
r = 3 # Радиус действия
# Координаты точки для проверки
x_test = 7
y_test = 2
# Проверка, находится ли точка в зоне покрытия
distance = np.sqrt((x_test - x_ap)**2 + (y_test - y_ap)**2)
if distance <= r:
    print("Точка находится в зоне покрытия")
    color = 'green'
else:
    print("Точка находится вне зоны покрытия")
    color = 'red'
# Визуализация (очень упрощенная)
plt.figure(figsize=(6, 5))
plt.xlim(x_min, x_max)
```



```
plt.ylim(y_min, y_max)
circle = plt.Circle((x_ap, y_ap), r, color='blue', alpha=0.2)
plt.gca().add_patch(circle)
plt.plot(x_test, y_test, marker='o', color='red', markersize=10)
plt.xlabel("X")
plt.ylabel("Y")
plt.title("Зона покрытия Wi-Fi (упрощенно)")
plt.grid(True)
plt.show()
```

Данный алгоритм является упрощенным. Реальная задача проектирования Wi-Fi сети намного сложнее и требует учета множества дополнительных факторов.

**Вывод:** сделайте вывод, как аналитическая геометрия участвовала в решении поставленной задачи.

Используемая интерактивная дидактическая поддержка.

1. Программа для графических расчетов и визуализации (Python с библиотеками matplotlib, NumPy, или GeoGebra, Desmos).
2. Инструменты для создания эскизов (карандаш, линейка, бумага или графический редактор).

## **Практическая работа №2. Применение методов математического анализа при изучении изменения температуры окружающей среды**

Данная практическая работа включает в себя следующие темы: Понятие производной функции, интегралы.

**Цель:** использовать методы математического анализа (производные, интегралы) для анализа изменения температуры окружающей среды.

**Введение:** температура окружающей среды является важным фактором, влияющим на множество аспектов нашей жизни. Моделирование и анализ изменения температуры с помощью математических методов позволяют прогнозировать погодные условия, оптимизировать энергопотребление и изучать климатические изменения. Данные о температуре будут использоваться, чтобы применить производную и интеграл, демонстрируя, как математический анализ применяется в реальной жизни.

### **Задание.**

1. Соберите данные о температуре окружающей среды в течение 24 часов (можно использовать данные реальных метеостанций в своем регионе. Представьте данные в виде таблицы: время (в часах) и соответствующая температура (в °C). Используйте интерактивную среду (например, Google Sheets, Desmos, GeoGebra или Python с matplotlib) для визуализации данных.

2. Постройте график зависимости температуры от времени. Отобразите точки данных в кривую, которая отображает данные. (возможно использовать полиномиальную аппроксимацию или сплайны).

3. Используйте интерактивную доску (например, Jamboard, Miro, или Google Slides) для совместной работы и анализа. Используя интерактивные инструменты на доске, постройте график производной температуры по времени.

4. Опишите график производной. Запишите интервалы времени, когда температура повышалась, когда убывала, максимальные и минимальные значения.

5. Используя интерактивные инструменты, рассчитайте определенный интеграл от функции температуры по времени для заданных интервалов:

- от начала измерений до полудня;
- от полудня до конца измерений;
- за весь день.

6. Используйте как аналитическое интегрирование, так и численное. Интерпретируйте значение определенного интеграла в контексте изменения температуры за заданные интервалы.

Пример выполнения поставленной задачи:

В течение суток проводились измерения температуры воздуха. Получены следующие данные, описывающие изменение температуры ( $T$ ) в градусах Цельсия в зависимости от времени ( $t$ ) в часах:

$$T(t) = -0.005t^3 + 0.15t^2 - 0.8t + 15, \text{ где:}$$

$T(t)$  – температура воздуха в градусах Цельсия в момент времени  $t$ .  
 $t$  – время в часах ( $0 \leq t \leq 24$ ).

Задание.

1. Найти скорость изменения температуры в любой момент времени ( $t$ ).
2. Определить, в какой момент времени температура воздуха возрастала наиболее быстро, а в какой – убывала наиболее быстро.
3. Вычислить среднюю температуру воздуха за сутки (от 0 до 24 часов).

Решение.

1. Нахождение скорости изменения температуры:

Скорость изменения температуры – это производная функции  $T(t)$  по времени  $t$ . Обозначим её как  $T'(t)$ .  $T(t) = -0.005t^3 + 0.15t^2 - 0.8t + 15$

$$T'(t) = -0.005 \cdot 3t^2 + 0.15 \cdot 2t - 0.8 \cdot 1 + 0$$

$$T'(t) = -0.015t^2 + 0.3t - 0.8$$

Скорость изменения температуры в любой момент времени  $t$  выражается формулой:  $T'(t) = -0.015t^2 + 0.3t - 0.8$

2. Определение моментов максимального возрастания и убывания температуры. Для нахождения максимального возрастания и убывания температуры, необходимо найти экстремумы функции  $T'(t)$ . Для этого нужно найти производную  $T'(t)$  (то есть вторую производную  $T''(t)$ ) и приравнять её к нулю.  $T'(t) = -0.015t^2 + 0.3t - 0.8$

Находим вторую производную  $T''(t)$ :

$$T''(t) = -0,015 \cdot 2 \cdot t + 0,3 = -0,03 \cdot t + 0,3$$

Приравниваем  $T''(t)$  к нулю и решим уравнение:

$$-0,03t + 0,3 = 0$$

$$0,03t = 0,3$$

$$t = 10$$

Является ли  $t = 10$  точкой максимума или минимума функции  $T'(t)$ . Для этого можно проверить знак  $T''(t)$ . Проверка знака  $T''(t)$  в окрестности  $t = 10$ :

$$T''(9) = -0,03 \cdot 9 + 0,3 = 0,03 > 0 \Rightarrow T'(t) \text{ возрастает}$$

$$T''(11) = -0,03 \cdot 11 + 0,3 = -0,03 < 0 \Rightarrow T'(t) \text{ убывает}$$

При переходе через  $t = 10$  знак  $T''(t)$  меняется с «+» на «-», то  $t=10$  – точка максимума функции  $T'(t)$ . В момент времени  $t = 10$  температура воздуха возрастала наиболее быстро.

Найдем момент времени, когда температура убывала наиболее быстро. Так как  $T'(t)$  – парабола, ветви направлены вниз (коэффициент при  $t^2$  отрицательный), то минимальное значение  $T'(t)$  достигается на границах интервала  $[0, 24]$ .

$$T'(0) = -0,015 \cdot 0^2 + 0,3 \cdot 0 - 0,8 = -0,8$$

$$T'(24) = -0,015 \cdot 24^2 + 0,3 \cdot 24 - 0,8 = -8,64 + 7,2 - 0,8 = -2,24$$

$T'(24) = -2,24 < T'(0) = -0,8$ , то в момент времени  $t = 24$  температура убывала наиболее быстро.

Вывод:

Температура воздуха возрастала наиболее быстро в момент времени  $t=10$  ч.

Температура воздуха убывала наиболее быстро в момент времени  $t = 24$  ч.

3. Вычисление средней температуры воздуха за сутки:

Средняя температура за сутки вычисляется как интеграл функции  $T(t)$  от 0 до 24, деленный на длину интервала (24 часа).

$$\text{Средняя температура} = \frac{1}{24} \int_{24}^0 T(t) dt.$$

$$\text{Средняя температура} = \frac{1}{24} \int_{24}^0 (-0,005t^3 + 0,15t^2 - 0,8t + 15) dt$$

$$\frac{1}{24} \int_{24}^0 (-0,005t^3 + 0,15t^2 - 0,8t + 15) dt = \frac{1}{24} (-0,00125t^4 + 0,05t^3 - 0,4t^2 + 15t) \Big|_{24}^0 = 406,08$$

Средняя температура  $= \frac{406,08}{24} = 16,92$  градуса Цельсия.

Дополнительные задания (для самостоятельной работы).

1. Постройте график функции  $T(t)$  и  $T'(t)$  с помощью графического калькулятора или программного обеспечения. Проанализируйте взаимосвязь между этими графиками.

2. Предположим, что функция  $T(t)$  описывает изменение температуры не за сутки, а за несколько дней. Определите день, когда средняя температура была наивысшей.

3. Найдите моменты времени, когда температура воздуха была равна средней температуре за сутки.

4. Предложите другие примеры использования методов математического анализа для изучения окружающей среды.

**Вывод:** в данной практической работе использовался метод математического анализа. Для анализа изменения температуры окружающей среды. Нашли скорость изменения температуры в любой момент времени, определили моменты максимального возрастания и убывания температуры и вычислили среднюю температуру за сутки. Данные методы позволяют получить ценную информацию о динамике изменения температуры и могут быть использованы для решения различных задач, связанных с прогнозированием погоды, климатическими исследованиями и оптимизацией работы систем отопления и кондиционирования.

Сделайте вывод как математический анализ помог вам понять динамику изменения температуры. Приведите примеры ситуаций, где анализ изменения температуры может быть полезен (например, в сельском хозяйстве, медицине, энергетике). Оцените ограничения вашей модели (например, точность данных, аппроксимация и т. п.).

**Используемая интерактивная дидактическая поддержка:** интерактивная среда для визуализации данных (Google Sheets, Desmos, GeoGebra, Python с matplotlib). Интерактивная доска (Jamboard, Miro, GoogleSlides).

### Практическая работа №3.

#### Применение линейной алгебры в криптографии

Данная практическая работа включает в себя следующие темы: матрицы, действия над матрицами, вычисление определителя.

Цель: использовать элементы линейной алгебры для шифрования и дешифрования текста.

#### Введение:

Линейная алгебра играет важную роль в криптографии, науке о защите информации. Одним из простейших примеров использования линейной алгебры в криптографии является шифр Хилла. В этой практической работе будут использоваться матрицы для шифрования и дешифрования текста.

#### Задание.

1. Подготовка текста и алфавита: выберите короткую фразу или слово, которое нужно зашифровать (например: «Я люблю математический анализ»).

2. Составьте алфавит (например, A=1, B=2, Z=26, пробел=0). Преобразуйте текст в числовой вид, используя ваш алфавит.

3. Шифрование: выберите матрицу-ключ (2x2 или 3x3) с целыми числами, которая имеет обратную матрицу (определитель не равен нулю). Запишите эту матрицу.

4. Разбейте числовую последовательность, полученную из текста, на блоки (векторы) размера, соответствующего матрице-ключу (2 или 3 числа в блоке).

5. Умножьте каждый блок (вектор) на матрицу-ключ. Результатом будет зашифрованный блок (вектор).

6. Преобразуйте зашифрованные блоки (векторы) обратно в числа, используя алфавит.

7. Запишите в отчет, как происходит умножение и какое зашифрованное сообщение получается.

8. Дешифрование: найдите обратную матрицу для матрицы-ключа. Разбейте зашифрованную числовую последовательность на блоки (векторы) того же размера, что и при шифровании.

9. Умножьте каждый зашифрованный блок (вектор) на обратную матрицу. Результатом будет расшифрованный блок (вектор).

10. Преобразуйте расшифрованные блоки (векторы) обратно в текст, используя алфавит.

11. Запишите в отчет все вычисления и расшифрованный текст.

Пример выполнения:

Выполним кодирование фразы: «Я люблю математический анализ».

**Примем следующее соответствие:**

A = 1, Б = 2, В = 3, ..., Я = 33

Пробел = 0

Преобразование текста в числовой вид. Числовое представление текста:

Я=33, пробел=0, л=13, ю=29, б=2, о=16, м=14, а=1, т=20, е=6, м=14, а=1, т=20, и=10, ч=24, е=6, с=19, к=12, и=10, й=12, а=1, н=15, а=1, л=13, и=10, з=9

Таким образом, текст преобразуется в числовую последовательность:

33, 0, 13, 29, 2, 16, 14, 1, 20, 6, 14, 1, 20, 10, 24, 6, 19, 12, 10, 1, 15, 1, 13, 10, 9

Шифрование с помощью матрицы-ключа

Матрица-ключ: рассмотрим простую матрицу 2x2. Для первого блока [33, 0]:

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 33 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 \cdot 33 + 3 \cdot 0 \\ 1 \cdot 33 + 1 \cdot 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 66 \\ 33 \end{vmatrix}$$

Разделение числовой последовательности на блоки. Число элементов в блоке соответствует размеру матрицы. Для 2x2 будем использовать пары чисел:

[33, 0], [13, 29], [2, 16], [14, 1], [20, 6], [14, 1], [20, 10], [24, 6], [19, 12], [10, 1], [15, 1], [13, 10], [9]

Умножение блоков на матрицу-ключ

Для первого блока [33, 0]:

$$K = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Зашифрованные блоки:

[66, 33]

[35, 42]

[38, 34] и т. д.

Преобразование зашифрованных блоков обратно в числа.

На основе алфавита преобразуем зашифрованные числа обратно в символы (если они попадают в диапазон):

66, 33, 35, ... (и т. д. до конца).

Запись процесса умножения и зашифрованного сообщения.

Процесс умножения:

Каждый зашифрованный блок можно записать аналогично выше, выводя каждый результат.

Дешифрование.

Обратная матрица:

Находим обратную матрицу для ключа ККК:

$$K^{-1} = \frac{1}{\Delta K} \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$$

Умножение зашифрованных блоков на обратную матрицу.

Для блока [66, 33]:

$$K^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 66 \\ 33 \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 66 \\ 33 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -66 + 99 \\ 66 - 66 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 33 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Преобразование расшифрованных блоков обратно в текст

Результаты преобразуются обратно на основе алфавита, что возвращает исходный текст.

Запись всех вычислений и расшифрованного текста

Запишите все этапы в отчет, включая матрицы, шаги умножения и преобразования.

Использование программ

Для оформления и представления работы рекомендуем использовать Google Slides. Это позволяет.

1. Создавать слайды для каждого шага.

2. Вставлять формулы и таблицы.

3. Добавлять графику для визуализации (например, матрицы).

Таким образом, будет легко следить за процессом выполнения задания и демонстрировать результаты.

**Интерактивная дидактическая поддержка:**

Используйте интерактивную доску (например, Jamboard, Miro, Google Slides или GeoGebra) для работы: создайте поле для отображения текста и числовых преобразований. Разместите интерактивный калькулятор матриц (с возможностью умножения и нахождения обратной матрицы) или ссылку на него. Создайте поля для матриц-ключей и для матриц, которые получаются в результате умножения. Разместите инструкции к работе. Разместите поля для выводов и комментариев.

**Вывод:** опишите, как линейная алгебра используется в шифровании. Объясните, почему матрица-ключ должна иметь обратную матрицу. Оцените надежность этого метода шифрования. Какие могут быть уязвимости? Приведите примеры других сфер применения линейной алгебры.



### **Практическая работа №4. Дифференциальные уравнения. Моделирование процесса охлаждения**

Данная практическая работа позволит применить знания о дифференциальных уравнениях для решения реальной задачи, наглядно увидеть применение математики и получить опыт работы с интерактивными инструментами.

**Цель:** применить методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка для моделирования процесса охлаждения объекта, используя интерактивную дидактическую поддержку.

#### **Введение:**

Многие физические процессы, включая процессы теплообмена, описываются с помощью дифференциальных уравнений. Закон охлаждения Ньютона является примером обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка, который описывает изменение температуры тела в зависимости от разности температур между телом и окружающей средой. В данной практической работе будем использовать данный закон для моделирования процесса охлаждения, применяя аналитические и численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Для визуализации и подсчета будут использоваться интерактивные инструменты.

#### **Задание.**

1. Смоделировать процессы: рассмотрим процесс моделирования на примере горячего чая. Предположим, что у вас есть горячий объект чашка с чаем, помещенная в прохладную комнату. Температура объекта в момент времени  $t$  обозначим как  $T(t)$ , а температуру окружающей среды как  $T(s)$  (постоянное значение). Закон охлаждения Ньютона гласит, что скорость изменения температуры объекта пропорциональна разности между его текущей температурой и температурой окружающей среды:

$$\frac{dT}{dt} = k \times (T(s) - T)$$

где  $k$  – коэффициент теплообмена (положительная константа).

Выберите произвольные значения температуры окружающей среды  $T(s)$  и коэффициента  $k$  (например,  $T(s) = 20^\circ\text{C}$ ,  $k = 0.05$ ). Выполните вычисления.

2. Предположим, что начальная температура объекта равна  $T(0) = 80^{\circ}\text{C}$ . Запишите начальное условие.

3. Решите данное дифференциальное уравнение аналитически, используя метод разделения переменных. Получите выражение для  $T(t)$ . Запишите решение в общем виде и с подставленными значениями параметров в отчете.

4. Численное решение: используя численный метод решения ОДУ, например, метод Эйлера, получите приближенное решение дифференциального уравнения для ряда моментов времени (например, в промежутке времени от 0 до 60 минут с шагом 1 минута).

5. Сравните полученное численное решение с аналитическим.

6. Визуализация и анализ: используйте интерактивную среду (например, Python с matplotlib, GeoGebra) для визуализации: постройте график зависимости температуры объекта от времени  $T(t)$ , полученного аналитическим путем. Нанесите на график точки, полученные численным методом. Добавьте на график линию, соответствующую температуре окружающей среды  $T(s)$ .

7. Используйте интерактивную доску для анализа графика: инструменты для нахождения значений температуры в разные моменты времени. Используйте инструмент для измерения угла наклона графика в разных точках, чтобы оценить скорость изменения температуры.

#### **Пример выполнения данного задания:**

Рассмотрим объект – чашку с чаем, помещенную в комнату с постоянной температурой окружающей среды  $T(s)$ . Согласно закону охлаждения Ньютона, скорость изменения температуры  $T(t)$  объекта описывается следующим уравнением:

$$\frac{dT}{dt} = k \cdot (T(s) - T(t))$$

где:

$k$  – коэффициент теплообмена (положительная константа).

$T(s)=20^{\circ}\text{C}$ (температура окружающей среды).

$k=0,05$

Начальные условия, температура объекта равна  $T(0)= 80^{\circ}\text{C}$

Для решения данного дифференциального уравнения воспользуемся методом разделения переменных:

$$\frac{1}{T(S) - T(t)} dT = k dt$$

$$\int \frac{1}{T(S) - T(t)} dT = \int k dt$$

$$-\ln|T(S) - T| = kt + C$$

$$|T(S) - T| = e^{-kt} + C$$

$$T(t) = T(S) + C e^{-kt}$$

$$T(0) = 80^\circ\text{C}$$

$$80 = 20 + 60 e^{-0,05t}$$

Используя метод Эйлера для численного решения, определим температурные значения от 0 до 60 минут с шагом 1 минута.

Алгоритм метода Эйлера.

1. Задаем начальные условия:

$$T(0) = 80$$

$$\text{Шаг } h = 1$$

2. Вычисляем  $T(t)$  для  $t = 1, 2, \dots, 60$ :

Пример решения на языке Python:

# Python код для метода Эйлера

```
import numpy as np
```

```
# Параметры
```

```
T_s = 20
```

```
k = 0.05
```

```
h = 1 # шаг в минутах
```

```
T = 80 # начальная температура
```

```
time = np.arange(0, 61, h)
```

```
T_values = [T]
```

```
for t in time[1:]:
```

```
    dT = k * (T_s - T) * h
```

```
    T = T + dT
```

```
T_values.append(T)
```

```
print(T_values)
```

Сравнение численного и аналитического решения

Аналитическое решение:  $T(t) = 20 + 60 e^{-0,05t}$

Численное решение: получены значения температуры в массиве  
T\_values

Для визуализации зависимости температуры объекта от времени можно использовать библиотеку matplotlib.

```
import matplotlib.pyplot as plt

# Временные значения
time = np.arange(0, 61, h)

# Аналитические данные
T_analytical = [20 + 60 * np.exp(-0.05 * t) for t in time]

# Построение графиков
plt.plot(time, T_analytical, label='Аналитическое решение',
color='blue')
plt.scatter(time, T_values, label='Численное решение', color='red')
plt.axhline(y=T_s, color='green', linestyle='--', label='Температура окружающей среды')
plt.title('Процесс охлаждения чая')
plt.xlabel('Время (минуты)')
plt.ylabel('Температура (°C)')
plt.legend()
plt.grid()
plt.show()
```

В ходе практической работы были смоделированы процессы охлаждения, решены дифференциальные уравнения как аналитически, так и численно, а также визуализированы результаты. Это демонстрирует применение математических методов в моделировании физических процессов.

### **Интерактивная дидактическая поддержка:**

Используйте интерактивную доску (например, Pyton, Jamboard, Miro, Google Slides или GeoGebra) для совместной работы и анализа. Разместите график температуры, инструменты для анализа и вычислений. Разместите формулы и уравнения, описывающие процесс. Создайте место для записей, выводов и комментариев.

### **Выводы:**

Опишите, как дифференциальные уравнения описывают процесс охлаждения. Сравните аналитическое и численное решения. Проанализируйте, как параметры влияют на скорость охлаждения. Оцените ограничения модели охлаждения Ньютона. Приведите примеры других процессов, которые могут быть описаны с помощью дифференциальных уравнений.

### **Практическая работа №5. Множества и их приложения**

Данная практическая работа включает в себя следующие темы: множества, действия над множествами.

**Цель:** применить знания о множествах и операциях над ними для организации данных об ассортименте и клиентах онлайн-магазина, используя интерактивные инструменты.

**Введение:** теория множеств – один из фундаментальных разделов математики, который находит широкое применение в различных областях, включая информационные технологии и анализ данных. В данной практической работе рассмотрим множества и операции над ними для решения прикладных задач. Таких как обработка информации для «онлайн-магазинов». Проанализируем данные о покупателях и товарах.

#### **Задание.**

1. Составить множества. Представьте, что вы работаете в онлайн-магазине, который продаёт следующие категории товаров: книги, электроника, одежда, товары для дома, спорт. Создайте интерактивную доску (например, Jamboard, Miro, Google Slides), на которой будет размещено поле для работы.

2. Создайте множество «Ассортимент» ( $S$ ), включающее в себя все данные категории. Изобразите данное множество в виде кругов Эйлера-Венна на интерактивной доске.

3. Создайте несколько подмножеств: книги, электроника, товары для дома, запишите в виде списка.

4. Создайте множество клиентов, которые покупают определенный вид товаров: книги, технику, одежду.

5. Изобразите множества на интерактивной доске.

6. Создайте множество  $A$  – клиенты, которые покупают «Книги» и «Электронику». Отобразите на диаграмме Венна, какой части оно соответствует.

Создайте множество  $B$  – клиенты, которые покупают или «Одежду», или «Товары для дома». Отобразите на диаграмме Венна, какой части оно соответствует.

- найдите пересечение множеств  $A \cap B$ ;
- найдите объединение множеств  $A \cup B$ ;
- найдите разность множеств  $A \setminus B$ .

7. Визуализируйте все эти операции на диаграммах Венна на интерактивной доске.

**Интерактивная дидактическая поддержка:**

Используйте интерактивную доску: инструменты для рисования (Jamboard, Miro, Google Slides или аналоги).

**Пример выполнения данного задания:**

Практическая работа: «Множества и операции над множествами в онлайн-магазине».

Материалы: интерактивная доска (Jamboard, Miro, Google Slides).

Представьте, что вы работаете в онлайн-магазине, который продаёт следующие категории товаров: книги, электроника, одежда, товары для дома, спорт.

1. Создание множества «Ассортимент» (S):

– создайте на интерактивной доске текстовое поле и запишите в него множество «Ассортимент» (S), включающее в себя все данные категории;

$S = \{\text{Книги, Электроника, Одежда, Товары для дома, Спорт}\}$

– изобразите данное множество в виде кругов Эйлера-Венна на интерактивной доске. Можно использовать инструменты рисования на доске, чтобы нарисовать большой круг, представляющий множество S. Внутри круга подпишите каждую категорию товаров.

2. Создание подмножеств:

Создайте несколько текстовых полей и запишите в них следующие подмножества множества «Ассортимент» (S):

Подмножество «Книги» = {Книги}

Подмножество «Электроника» = {Электроника}

Подмножество «Товары для дома» = {Товары для дома}

3. Создание множества клиентов:

Предположим, у вас есть следующие клиенты и их покупки:

| Клиент | Покупки |

| Анна | Книги, Электроника |

| Борис | Электроника, Одежда |

| Вера | Одежда, Товары для дома |

| Григорий | Книги, Спорт |

| Дарья | Товары для дома |

| Евгений | Электроника |

| Жанна | Книги, Электроника, Одежда |

Создайте три множества клиентов:

$$K = \{\text{Клиенты, покупающие Книги}\} = \{\text{Анна, Григорий, Жанна}\}$$

$$E = \{\text{Клиенты, покупающие Электронику}\} = \{\text{Анна, Борис, Евгений, Жанна}\}$$

$$O = \{\text{Клиенты, покупающие Одежду}\} = \{\text{Борис, Вера, Жанна}\}$$

$$D = \{\text{Клиенты, покупающие Товары для дома}\} = \{\text{Вера, Дарья}\}$$

Запишите эти множества в текстовые поля на интерактивной доске.

4. Визуализация множеств клиентов:

Изобразите множества  $K$ ,  $E$ ,  $O$  и  $D$  на диаграмме Венна. Нарисуйте круги, представляющие каждое множество, и подпишите их. Разместите клиентов в соответствующие области кругов, в зависимости от их покупок.

Например, Анна покупает и Книги, и Электронику, поэтому она должна быть размещена в области пересечения множеств  $K$  и  $E$ .

Клиент, покупающий только Книги, должен быть размещен в области круга  $K$ , не пересекающейся с другими кругами.

5. Операции над множествами: создание множества  $A$ :

Создайте множество  $A$  – клиенты, которые покупают «Книги» и «Электронику». Это пересечение множеств  $K$  и  $E$ .

$$A = K \cap E = \{\text{Анна, Жанна}\}$$

Отобразите на диаграмме Венна, какой части оно соответствует. Заштрихуйте или выделите другим цветом область пересечения кругов  $K$  и  $E$ .

Создание множества  $B$ : создайте множество  $B$  – клиенты, которые покупают или «Одежду», или «Товары для дома». Это объединение множеств  $O$  и  $D$ .

$$B = O \cup D = \{\text{Борис, Вера, Дарья, Жанна}\}$$

Отобразите на диаграмме Венна, какой части оно соответствует. Заштрихуйте или выделите другим цветом области кругов  $O$  и  $D$ , включая их пересечение.

Нахождение пересечения множеств  $A \cap B$ :

Найдите пересечение множеств А и В. Это клиенты, которые покупают и «Книги» и «Электронику» (множество А), и одновременно покупают или «Одежду», или «Товары для дома» (множество В).

$$A \cap B = \{\text{Анна, Жанна}\} \cap \{\text{Борис, Вера, Дарья, Жанна}\} = \{\text{Жанна}\}$$

Отобразите на диаграмме Венна, какой части оно соответствует. Заштрихуйте или выделите другим цветом область пересечения множеств А и В (т.е. пересечение ранее заштрихованных областей).

Нахождение объединения множеств  $A \cup B$ :

Найдите объединение множеств А и В. Это клиенты, которые покупают либо «Книги» и «Электронику» (множество А), либо «Одежду» или «Товары для дома» (множество В), либо и то, и другое.

$$A \cup B = \{\text{Анна, Жанна}\} \cup \{\text{Борис, Вера, Дарья, Жанна}\} = \{\text{Анна, Борис, Вера, Дарья, Жанна}\}$$

Отобразите на диаграмме Венна, какой части оно соответствует. Заштрихуйте или выделите другим цветом все области, которые входят в множество А или множество В (т. е. все ранее заштрихованные области).

Нахождение разности множеств  $A \setminus B$ :

Найдите разность множеств  $A \setminus B$ . Это клиенты, которые покупают «Книги» и «Электронику» (множество А), но не покупают ни «Одежду», ни «Товары для дома» (т.е. не входят в множество В).

$$A \setminus B = \{\text{Анна, Жанна}\} \setminus \{\text{Борис, Вера, Дарья, Жанна}\} = \{\text{Анна}\}$$

Отобразите на диаграмме Венна, какой части оно соответствует. Заштрихуйте или выделите другим цветом область, которая входит в множество А, но не входит в множество В (т.е. часть круга К ∩ Е, которая не пересекается с кругами О и D).

Визуализация операций на диаграммах Венна:

Для каждого множества (S, K, E, O, D, A, B) и каждой операции ( $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A \setminus B$ ) создайте отдельную диаграмму Венна на интерактивной доске. Это позволит четко визуализировать результаты операций.



Сохраните интерактивную доску и подготовьте краткий отчет, в котором опишите.

1. Цель работы.
2. Определения множеств  $S$ ,  $K$ ,  $E$ ,  $O$ ,  $D$ ,  $A$ ,  $B$ .
3. Результаты выполнения операций  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A \setminus B$ .
4. Выводы о применении операций над множествами для анализа данных онлайн-магазина. Например, как можно использовать эти операции для сегментации клиентов и разработки маркетинговых стратегий.

**Вывод:**

В ходе практической работы были успешно применены знания о теории множеств и операциях над ними для моделирования данных онлайн-магазина. Созданы и визуализированы множества, представляющие ассортимент товаров и клиентскую базу. Выполнены операции пересечения, объединения и разности над множествами клиентов, покупающих различные категории товаров, и наглядно отображены на диаграммах Венна. Это позволило продемонстрировать практическую пользу теории множеств для анализа данных и организации информации в контексте электронной коммерции.

### Практическая работа №6. Комплексные числа и функции

Данная практическая работа включает в себя следующие темы: комплексные числа в алгебраической и тригонометрической форме. Действия над комплексными числами.

**Цель:** закрепить знания студентов о комплексных числах и функциях. Продемонстрировать их применение в решении инженерных задач. Развить навыки работы с интерактивными инструментами моделирования и анализа.

#### **Задание.**

1. Преобразовать несколько заданных комплексных чисел в разные формы (алгебраическую, тригонометрическую, показательную).

2. Собрать простую цепь переменного тока (например, последовательная цепь RLC). Задать параметры элементов (сопротивление, индуктивность, ёмкость, частоту источника). Вычислить общее сопротивление цепи с использованием комплексных чисел.

3. Рассмотреть фазовые сдвиги и ток в цепи, используя симулятор.

4. Рассчитать общее сопротивление цепи при разных частотах, сделать вывод.

5. Определить резонансную частоту цепи.

6. Проанализировать, как меняются фазовые сдвиги при изменении частоты.

7. Построить векторную диаграмму для цепи.

Конкретные примеры заданий:

Задание 1: рассчитайте общий импеданс цепи, состоящей из резистора 100 Ом, катушки индуктивности 50 мГн и конденсатора 10 мкФ, включенных последовательно, при частоте 1 кГц. Постройте векторную диаграмму напряжений и токов.

Задание 2: смоделируйте RLC-цепь с параметрами:  $R = 50 \text{ Ом}$ ,  $L = 20 \text{ мГн}$ ,  $C = 1 \text{ мкФ}$ . Определите резонансную частоту. Постройте графики зависимости импеданса и фазового сдвига от частоты.

Задание 3: постройте графики комплексных функций  $f(z) = z^2$  и  $f(z) = z + 2j$ . Опишите, как они отображают комплексную плоскость. Как изменится график при умножении на  $j$ ?

Задание 4: проанализируйте влияние изменения параметров элементов RLC-цепи на фазовый сдвиг между током и напряжением. Объясните, почему в цепях с индуктивностью ток отстает по фазе от напряжения, а в цепях с емкостью – опережает.

Задание 5: исследуйте передаточную функцию простого RC-фильтра (делителя напряжения). Опишите, как она изменяется в зависимости от частоты входного сигнала.

**Примеры выполнения задания:**

Пример комплексных чисел

Алгебраическая форма комплексного числа:  $Z_1=3+4i$

Тригонометрическая форма:

Модуль:  $|z_1|=\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

$$\varphi = tg \frac{4}{3} = 0,93 \text{ рад.}$$

Тригонометрическая форма комплексного числа

$$z_1 = 5(\cos\left(\arctg \frac{4}{3}\right) + i \sin\left(\arctg \frac{4}{3}\right))$$

Показательная форма комплексного числа  $z_1 = e^{i \arctg \frac{4}{3}}$

Алгебраическая форма комплексного числа:  $Z_2=1-i$

Модуль:  $|z_2|=\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

$$\varphi = tg \frac{1}{1} = \frac{\pi}{4}.$$

Тригонометрическая форма комплексного числа

$$z_2 = \sqrt{2}(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4}\right))$$

Показательная форма комплексного числа  $z_2 = e^{i \frac{\pi}{4}}$

Задание 2: сборка цепи переменного тока (RLC)

**Параметры цепи**

$$R=100 \text{ ом} = 100$$

$$L=50 \text{ мГн}$$

$$C=10 \text{ мкФ}=10^{-5} \text{ Ф}$$

Частота  $f=1 \text{ кГц}=1000 \text{ Гц}$

Вычисление общего импеданса

Импеданс цепи:

Вычисляем угловую частоту:  $\omega=2\pi f \approx 6283,19 \text{ рад/с}$

Рассчитаем индуктивное и ёмкостное сопротивления:

**Индуктивное сопротивление:**  $Z_L=j\omega L=j(6283,19)(0,05) \approx j314,16 \text{ ом}$

**Ёмкостное сопротивление:**  $Z_C=-j1/\omega C=-j1/6283,19 \cdot 10^{-5} \approx -j318,31 \text{ ом}$

Общее сопротивление:  $Z=R+Z_L+Z_C=100+j(314,16-318,31) \approx 100-j4,15 \text{ ом}$

Фазовые сдвиги и ток в цепи

Используйте DCACLab для симуляции цепи и анализа фазовых сдвигов:

Пример рабочего окна в программе DCACLab, рисунок 1:



Рис. 1. Программа DCACLab, для моделирования цепи.

Визуализируйте значения токов и напряжений в симуляторе.

Обратите внимание на изменение импеданса и фазовых сдвигов на различных частотах. Импеданс будет выше при высоких частотах из-за индуктивного решения.

С помощью симулятора DCACLab проанализируйте как изменяется фазовый сдвиг при изменении частоты. Например, при низкой частоте ток опережает напряжение, а при высокой – отстает.

### **Интерактивная поддержка:**

Интерактивный калькулятор комплексных чисел. Интерактивный симулятор электрической цепи (Dcaclab, Phet). Позволяет моделировать простую RLC цепь переменного тока. Возможно менять параметры элементов (сопротивление, индуктивность, ёмкость, частоту источника). Смотреть фазовые сдвиги между напряжением и током. Отображать векторные диаграммы напряжений и токов.

Инструмент для построения графиков комплексных функций (Diagrams).

**Выводы:** роль комплексных чисел в анализе цепей переменного тока? Как связаны фазовые сдвиги и комплексные числа? Где еще получили применения комплексные числа? Как анализ передаточной функции помогает инженеру в разработке электронных устройств?

### **Практическая работа №7. Комбинаторика в повседневной жизни**

Данная практическая работа включает в себя следующие темы:  
Основы комбинаторики.

**Цель:** закрепить полученные знания о комбинаторных принципах. Научиться применять их для решения практических задач. Рассмотреть применение комбинаторики в повседневной жизни. Развить навыки работы с интерактивными инструментами моделирования и анализа.

#### **Задание.**

1. Придумать задачу на комбинаторику.
2. Сколькими способами можно посадить в ряд шесть различных котов?
3. В группе ИС-124 25 человек, нужно выбрать старосту, заместителя и ответственного человека. Сколько вариантов возможно?
4. Из группы ТС 218 в количестве 25 человек, нужно выбрать 7 счастливчиков для поездки в Орленок, сколько вариантов возможно? Ответ можно записать в общем виде. Расчет производится в Geogebra.
5. Сколько «Слов» можно составить из слова ДЛИННОШЕЕ, переставляя буквы местами? Расчет производится в Geogebra.
6. Вычислить:

$$C_{10}^4 + \frac{A_5^3}{C_7^5} \text{ с помощью онлайн калькулятора.}$$

Вы забыли свой пароль от почты, помните, что он состоял из символов S @ 2 3 4 hks в количестве 5 знаков, сколько вариантов вам надо перебрать?

На экзамене по математике вам выдадут 60 вопросов, в одном билете 3 вопроса. Сколько возможно составить различных билетов?

В столовой продают сосиски в тесте, булочку с маком и пончики. Сколькими способами можно приобрести шесть пирожков?

#### **Интерактивная поддержка**

Использование калькулятора для решения комбинаторных задач [https://www.matburo.ru/komb\\_calc.php](https://www.matburo.ru/komb_calc.php). Использование Искусственного интеллекта, программирование на языке python.

С использованием интерактивной доски: записать формулы для перестановок, размещений и сочетаний. Объяснить правило суммы и произведения на конкретных примерах.

Тренажер «Комбинаторный конструктор» (<https://poformule.ru/matematika/kombinatorika>).

Описать и рассчитать ситуацию с составлением меню на обед из 3 блюд, выбрав по 1 блюду из 3-х разных категорий. Найти и описать пример использования комбинаторики в генетике. Найти пример использования комбинаторики в программировании.

**Вывод:** опишите как комбинаторика помогает людям в повседневной жизни. В каких расчетах вашей будущей специальности она будет применяться.

### **Практическая работа №8. Комбинаторика и теория вероятности в повседневной жизни**

Данная практическая работа включает в себя следующие темы: Основы комбинаторики: сочетание, размещение, перестановка. Классическое определение вероятности.

Цель: углубить знания студентов о вероятности случайных событий. Научить применять теоремы сложения и умножения вероятностей для решения задач, продемонстрировать применение теории вероятностей в различных областях, развить навыки работы с интерактивными инструментами и аналитическое мышление.

#### **Задание.**

1. Для сдачи экзамена по физике, Вам выдали 50 вопросов, один билет содержит 3 вопроса. Вы смогли выучить первые и последние 5 вопросов, найти вероятность того, что вам попадется билет, где будут все вопросы, которые вы выучили.

2. В лифт 28-этажного дома на первом этаже зашли 5 человек. И поехали. Найти вероятность того, что:

Они выйдут на разных этажах

3. Какова вероятность того, что в четырех сданных картах будет одна шестерка и два туза, колода в 36 карт.

4. На экзамене по математике Вы точно можете ответить на 20 вопросов из 60. В билете 4 вопроса. Чтобы сдать экзамен нужно ответить минимум на 2 вопроса. Какова вероятность того, что вы сдадите экзамен?

## Реализация интерактивной дидактической поддержки студентов технического колледжа в процессе математической подготовки

5. Ребенок играет с буквами А Д Р О С Т Ъ, переставляет их случайным образом, какова вероятность того, что он с первого раза сложит слово радость?

6. Сгенерируйте бросок трех игровых костей, рассчитайте вероятность того, что при бросании сумма выпавших очков будет более 9. (Используйте виртуальный генератор)

### Интерактивная поддержка.

1. Виртуальный генератор случайных событий (<https://flippity.net/>). Моделирует различные эксперименты (бросание монеты, игровых костей, выбор шаров из урны, вращение рулетки и т. д.). Позволяет задавать параметры эксперимента (количество бросков, количество граней на кости, количество шаров и т. д.). Отображает результаты в виде таблиц, графиков и относительных частот.

2. Интерактивный тест «Теория вероятности», составленный с помощью (<https://kahoot.com/>). Который позволяет в реальном времени проходить тест всей группой и видеть результат в реальном времени, пример теста представлен на рисунке 2:

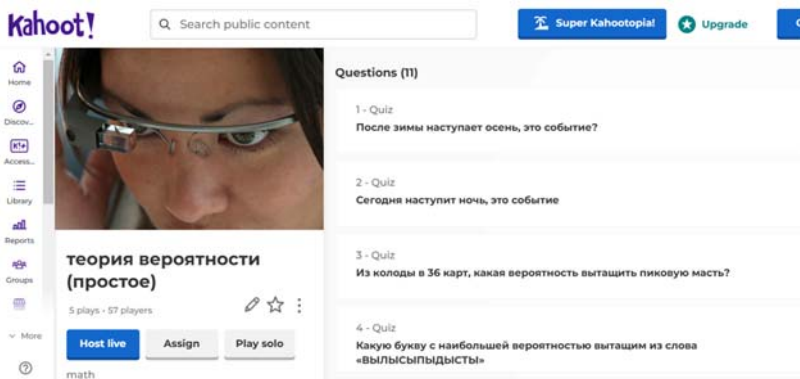


Рис. 2. Пример интерактивного теста, созданного на платформе kahoot.com.

**Вывод:** дайте пример использования теории вероятности в вашей специальности. Приведите пример использования теории вероятности в медицине.

### **Практическая работа №9. Дискретная случайная величина и ее числовые характеристики**

Данная практическая работа включает в себя следующие темы: Дискретная случайная величина, числовые характеристики.

**Цель:** использовать знания студентов о дискретных случайных величинах, научить их рассчитывать основные числовые характеристики (математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение), а также продемонстрировать применение этих концепций в различных практических задачах, развивая навыки работы с интерактивными инструментами.

#### **Задание.**

1. Страховая компания продает полис на страхование автомобиля. Вероятность наступления страхового случая равна 0.1. Если страховой случай наступает, то компания выплачивает 100 000 рублей. Стоимость полиса составляет 10 000 рублей. Случайная величина  $W$  – прибыль компании от продажи одного полиса. Определите возможные значения  $W$ . Рассчитайте математическое ожидание прибыли компании. (Интерактивная поддержка составьте таблицу распределения случайной величины в Excel, математические расчеты выполните с помощью данной программы).

2. Вы играете в Американскую рулетку, где 15 черных 15 красных и одно Zero. Вы все время ставите на красное 100р, если выигрываете, то получаете 200р, в случае проигрыша лишаетесь 100р. Выбрав данную тактику, вы выигрываете или проигрываете? Рассчитайте сколько денег вам приносит каждая такая игра. (Расчеты выполняются аналогично предыдущей задаче).

3. Придумайте и смоделируйте свою практическую задачу, в которой используется дискретная случайная величина и её числовые характеристики.

Пример расчета данных величин представлен на рисунке 3.



## Реализация интерактивной дидактической поддержки студентов технического колледжа в процессе математической подготовки

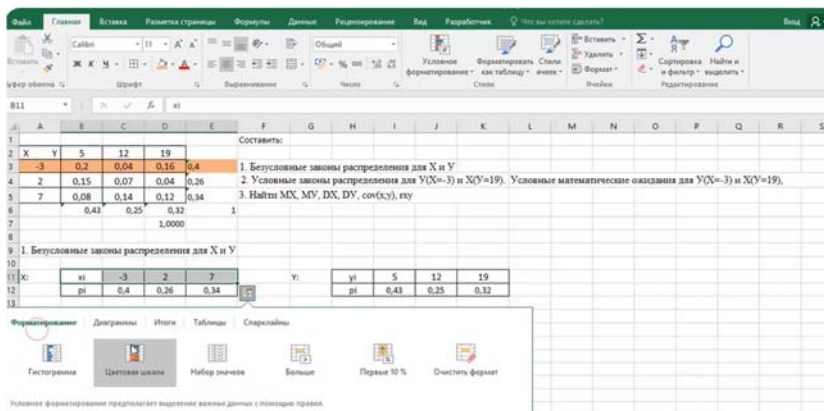


Рис. 3. Пример нахождения дискретной случайной величины с помощью Excel

## Интерактивная поддержка:

При решении задач на нахождение дискретной случайной величины удобно использовать программу excel, так же отлично подойдет язык программирования python.

### Вывод:

В какой области вашей будущей профессии вам может понадобиться расчет дискретной случайной величины? На ваш взгляд в какой программе удобнее производить расчеты, ответ обоснуйте.

**Практическая работа №10. Задачи математической статистики. Понятия о выборке, выборочных распределениях и их графических изображениях, числовых характеристиках выборки**

Данная практическая работа включает в себя следующие темы: Статистика, основные понятия.

**Цель:** выполнить практическую работу на тему: «Анализ покупательской активности в онлайн-магазине».

Применить методы математической статистики для анализа данных.

Научиться формировать выборку, строить выборочные распределения и вычислять числовые характеристики. Интерпретировать полученные результаты для выявления тенденций и закономерностей в покупательском поведении. Освоить использование интерактивных инструментов для анализа и визуализации данных.

**Задание:**

Вы работаете аналитиком в онлайн-магазине «Электроника и бытовая техника». Вам предоставлен набор данных, содержащий информацию о 1000 транзакциях (покупках), совершенных за последний месяц. Данные содержат следующие поля:

- номер транзакции (ID): уникальный идентификатор покупки;
- сумма покупки (руб.): общая стоимость товаров в транзакции;
- количество товаров в покупке: число различных наименований товаров в одной транзакции;
- время оформления заказа (мин.): время, прошедшее с момента добавления первого товара в корзину до момента оформления заказа;
- способ оплаты: кредитная карта, электронный кошелек, Наличные при получении;
- тип пользователя: зарегистрированный, гость.

Ваша задача.

1. Сформировать случайную выборку из 100 транзакций из предоставленного набора данных (случайным образом).

2. Для выбранной выборки вычислить числовые характеристики (среднее, медиану, моду, размах, дисперсию, стандартное отклонение) для следующих показателей:

- сумма покупки (ответ указать в рублях);
- количество товаров в покупке;
- время оформления заказа (мин.).

3. Построить гистограммы распределения для каждого из указанных показателей.

4. Провести анализ полученных результатов и сформулировать выводы о покупательской активности в онлайн-магазине.

5. Сравнить числовые характеристики, полученные для выборки, с характеристиками, рассчитанными для всей совокупности данных (1000 транзакций), чтобы оценить репрезентативность выборки.

6. Определить наиболее популярный способ оплаты и наиболее частый тип пользователя.

Описание выполнения работы.

1. Для анализа данных преподаватель предоставляет файл с данными о 1000 транзакциях в формате CSV или Excel.

2. В процессе формирования выборки нужно сделать следующие шаги:

- открыть файл с данными в Excel (или Google Sheets);
- добавить столбец «Случайное число» и заполнить его случайными числами (используйте функцию RAND() в Excel или Google Sheets);

- отсортировать данные по столбцу «Случайное число» в порядке возрастания;

- выбрать первые 100 строк отсортированной таблицы, для нахождения случайной выборки.

3. Расчет числовых характеристик:

- в Excel (или Google Sheets) используйте встроенные функции для расчета числовых характеристик:

AVERAGE(диапазон) – Среднее арифметическое.

MEDIAN(диапазон) – Медиана.

MODE.MULT(диапазон) – Мода (если мод несколько, выводится массив).

MAX(диапазон) – Максимальное значение.

MIN(диапазон) – Минимальное значение.

Размах = MAX(диапазон) – MIN(диапазон)

VAR.S(диапазон) – Дисперсия (выборочная).

STDEV.S(диапазон) – Стандартное отклонение (выборочное).

Рассчитайте характеристики для «Суммы покупки», «Количества товаров» и «Времени оформления заказа».

#### 4. Построение гистограмм:

В Excel (или Google Sheets) выберите данные для построения гистограммы (например, «Сумма покупки»).

Перейдите на вкладку «Вставка» и выберите тип графика «Гистограмма».

Настройте гистограмму: определите количество интервалов (можно использовать правило Стерджеса или подобрать эмпирически), добавьте подписи осей и название графика.

Повторите данные действия для нахождения «Количества товаров» и «Времени оформления заказа».

#### 5. Анализ данных и выводы:

Проанализируйте полученные числовые характеристики.

Какие средние значения суммы покупки, количества товаров и времени оформления заказа?

Насколько сильно варьируются эти показатели?

Какие формы имеют гистограммы? (симметричные, скошенные, с пиками).

Что можно сказать о покупательской активности на основе этих данных?

Сравнение выборки и всей совокупности:

Повторите расчет числовых характеристик для всей совокупности данных (1000 транзакций).

Сравните результаты, полученные для выборки и всей совокупности.

Сделайте вывод о репрезентативности выборки (насколько хорошо выборка представляет генеральную совокупность).

#### 7. Определение популярного способа оплаты и типа пользователя:

– используйте функции COUNTIF для подсчета количества каждой категории;

– пример: COUNTIF(диапазон\_способов\_оплаты, «Кредитная карта»);

– сравните результаты и определите наиболее часто встречающиеся значения.

**Интерактивная дидактическая поддержка:**

Интерактивный калькулятор «Выборочные характеристики»:

– веб-приложение, позволяющее ввести данные и автоматически рассчитать среднее, медиану, моду, дисперсию и стандартное отклонение;

– калькулятор также визуализирует данные в виде гистограммы;

– онлайн-тест «Математическая статистика»:

Тест автоматически проверяется и предоставляет обратную связь.

Интерактивный симулятор «Формирование выборки»:

Веб-приложение, позволяющее формировать выборки разных размеров из генеральной совокупности и визуализировать их распределения.

Симулятор позволяет оценить, как размер выборки влияет на ее репрезентативность.

Чат-бот «Статистический помощник»:

Бот в Telegram, который отвечает на вопросы по статистике, помогает выбрать подходящие методы анализа и интерпретировать результаты.

Бот доступен в любое время и предоставляет мгновенную помощь.

**Вывод:** данная практическая работа позволит студентам не только закрепить теоретические знания по математической статистике, но и получить практический опыт анализа данных, что пригодится им в будущей профессиональной деятельности. Использование интерактивной дидактической поддержки позволит сформировать профессиональные компетенции обучающихся.

### Практическая работа №11. Векторы в пространстве

Данная практическая работа включает в себя основные понятия. Прямоугольная система координат в пространстве. Скалярное произведение векторов в пространстве, векторное произведение.

**Цель:** изучить свойства векторов в пространстве, их применение в решении задач, а также развить навыки работы с векторными операциями. Научиться рассчитывать траекторию дрона и корректировать ее с учетом внешних факторов с помощью интерактивной визуализации и моделирования.

**Задание:** спроектировать и смоделировать полет дрона из точки А в точку В с учетом силы ветра, используя векторные операции и интерактивную дидактическую поддержку. Решить задачу, связанную с определением векторов перемещения объектов в трехмерном пространстве.

1. Используя интерактивную платформу, спроектировать полет дрона из точки А в точку В с учетом силы ветра. Найти оптимальную траекторию и скорость дрона, чтобы достичь точки В за минимальное время, не превышая максимальную скорость. Рассчитать пройденный путь.

2. Задать координаты точек А и В (графически или численно), параметры ветра: скорость и направление. Указать максимальную скорость дрона.

Использовать возможности интерактивной дидактической поддержки для расчета траектории полета. Поэкспериментировать с различными параметрами (скорость дрона, направление полета), чтобы найти оптимальное решение.

3. Проанализировать результаты вычислений. Сделать выводы о влиянии ветра на траекторию и время полета.

Ваша задача: описать как ветер влияет на траекторию полета дрона. Какие факторы необходимо учитывать при планировании полета дрона в реальных условиях? Описать преимущества и недостатки у различных подходов к навигации дронов (по прямой, с коррекцией, по дуге)?

#### **Пример выполнения задания:**

Проектирование полета дрона

Зададим координаты точек А и В

Точка А имеет координаты  $A(0,0,0)$

Точка В имеет координаты  $B(x_B, y_B, z_B)$

Точка В  $(100, 100, 50)$

Зададим параметры ветра

Скорость ветра:  $V_w=10$  м/с

Направление ветра:  $\theta_w=30^\circ$ (от горизонтальной оси, по часовой стрелке).

Принимаем максимальную скорость дрона:

$$V_{\max}=20 \text{ м/с}$$

Вектор перемещения АВ имеет координаты (100-0; 100-0; 50-0)=AB(100;100;50)

Вектор ветра

Вектор ветра  $\vec{V}_w$

Проекция на ось X:  $V_{wx}=V_w \cdot \cos(\theta_w)$

Проекция на ось Y:  $V_{wy}=V_w \cdot \sin(\theta_w)$

Преобразуем угол в радианы и вычислим вектор:

$$\theta = 30^\circ = \frac{\pi}{6} \quad V_{wx} = 10 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = 5 \text{ м/с}$$

Оптимальная скорость дрона должна противодействовать ветру, следовательно

$$\vec{V}_{\text{дрон}} = (V_x; V_y; V_z) + (-V_{wx}; -V_{wy}; 0)$$

Чтобы дрон максимально использовал свою скорость, можем рассматривать его вектор перемещения как сумму векторов, включая вектор.

Для моделирования полета

Используйте платформы, такие как GeoGebra или другие аналогичные программы, для визуализации векторов.

На рисунке 4 изображено перемещение дрона из точки А в точку В.

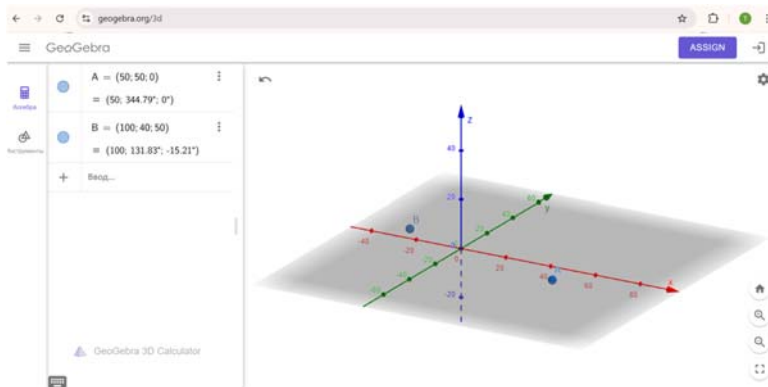


Рис. 4. Перемещение дрона

- координаты точек А и В вводятся в графической форме;
- параметры ветра также вводятся графически.

Используя модификации параметров возможно найти оптимальную траекторию для минимального времени в пути и начертить график траектории.

**Интерактивная дидактическая поддержка:**

Использовать веб-приложение, которое позволяет производить расчеты векторов и моделировать полет: модифицированный онлайн-симулятор векторных операций (GeoGebra, Desmos) с добавлением элементов управления для задания параметров полета. Использование специализированного симулятора полета дрона с API для управления и визуализации данных (AirSim, Unreal Engine) – для продвинутого уровня.

**Вывод:** проделанная практическая работа предоставляет студентам возможность не только изучить теоретические основы навигации дронов, но и получить практический опыт моделирования и анализа различных сценариев полета с использованием интерактивной дидактической поддержки. Это способствует более глубокому пониманию материала и развитию практических навыков, необходимых для работы в области беспилотных технологий.



### **Список литературы**

1. Шагрова, Г. В. Методы исследования и моделирования информационных процессов и технологий / Г. В. Шагрова, И. Н. Топчиев; Министерство образования и науки Российской Федерации, ФГАОУ ВПО «Северо-Кавказский федеральный университет». – Ставрополь : СКФУ, 2016. – 180 с. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=458289> (дата обращения: 17.03.2025).

2. Андропова, Т. А. Активные и интерактивные формы проведения занятий / Т. А. Андропова, О. А. Тарасенко // Юридическое образование и наука. – 2013. – №2.

3. Баротов, Ф. К. Дидактическая игра как средства обучения / Ф. К. Баротов // Вестник Педагогического университета. – 2014. – №4 (59).

4. Березовская, Е. А. Имитационное моделирование / Е. А. Березовская; Министерство образования и науки Российской Федерации, ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет», Экономический факультет. – Ростов-на-Дону; Таганрог : Издательство Южного федерального университета, 2018. – 76 с. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=499496> (дата обращения: 07.03.2025).

5. Волобуева, Т. А. Формирование познавательного интереса в процессе обучения математике / Т. А. Волобуева, П. Д. Волобуева // Модернизационные процессы в современной России: сборник статей IV Международной научно практической конференции (Пенза, 10–11 января 2020 г.) / под ред. И. А. Мурзиной, В. Н. Ретинской. – Пенза : Автономная некоммерческая научно методическая организация «Приволжский Дом знаний», 2020. – С. 70–73.

6. Гниденко, И. Г. Технология разработки программного обеспечения: учебное пособие для среднего профессионального образования / И. Г. Гниденко, Ф. Ф. Павлов, Д. Ю. Федоров. – Москва : Юрайт, 2021. – 235 с. – ISBN 978-5-534-05047-9. – URL: <https://urait.ru/bcode/472502> (дата обращения: 21.03.2024).

7. Грезина, А. В. //Использование компьютерного моделирования для формирования профессиональных компетенций выпускников / А. В. Грезина // ОТО. – 2019. – №4. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/ispolzovanie-kompyuternogo-modelirovaniya-dlya-formirovaniya-professionalnyh-kompetentsiy-vypusknikov> (дата обращения: 30.10.2024).

8. Исаченко, О. В. Программное обеспечение компьютерных сетей: учебное пособие / О.В. Исаченко. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : ИНФРА-М, 2020. – 158 с. – ISBN 978-5-16-015447-3. – URL: <https://znanium.com/catalog/product/1033087> (дата обращения: 21.03.2025).

9. Кириллов, В. В. Аппроксимация целевых функций для оптимизации параметров хладоносителя / В. В. Кириллов, В. В. Чашникова // Вестник МАХ. – 2007. – №4. – С. 22–24.

10. Кириллов, В. В. Оптимизация свойств хладоносителей при помощи множеств Парето / В. В. Кириллов, В. В. Чашникова, А. Е. Сивачев // Вестник МАХ. – 2011. – №1. – С. 47–51.

11. Кознов, Д. В. Основы визуального моделирования / Д. В. Кознов. – Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий, 2008. – 247 с. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=233310> (дата обращения: 02.04.2025).

12. Колосова, В. А. Современные дидактические игры в формате учебного процесса / В. А. Колосова // Нижегородское образование. – 2013. – №3. – С. 4.

13. Кругликов, В. Н. Активное обучение в техническом вузе: теория, технология, практика / В. Н. Кругликов. – Санкт-Петербург : ВИТУ, 1998. – 308 с.

14. Кузенков, О. А. Компьютерная поддержка учебно-исследовательских проектов в области математического моделирования процессов отбора / О. А. Кузенков, Г. В. Кузенкова, Т. П. Киселева // Образовательные технологии и общество. – 2019. – Т. 22. №1. – С. 152163.

15. Кузенков, О. А. Математическое моделирование процессов отбора / О. А. Кузенков, Е. А. Рябова. – Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2007.

16. Лисьев, Г. А. Программное обеспечение компьютерных сетей и web-серверов: учеб. пособие / Г. А. Лисьев, П. Ю. Романов, Ю. И. Аскерко. – Москва : ИНФРА-М, 2020. – 145 с. – ISBN 978-5-16-014514-3. – URL: <https://znanium.com/catalog/product/1069176> (дата обращения: 21.03.2025).

17. Тарасик, В. П. Математическое моделирование технических систем: учебник / В. П. Тарасик. – Минск : Новое знание; Москва : ИНФРА-М, 2019. – 592 с. – URL: <http://znanium.com/catalog/product/1019246> (дата обращения: 23.03.2025).

18. Наговицын Р. С., Максимов Ю. Г., Мирошниченко А. А., Сенатор С. Ю. Реализация дидактической модели подготовки студентов к новаторству в процессе непрерывного образования будущего учителя // Вестник НГПУ. – 2017. – №5. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/realizatsiya-didakticheskoy-modeli-podgotovki-studentov-k-novatorstvu-v-protsesse-nepreryvnogo-obrazovaniya-buduschego-uchitelya> (дата обращения: 07.04.2025).

19. Перечень специальностей среднего профессионального образования, утвержденный приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 17 мая 2022 г. №336 (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 17 июня 2022 г., регистрационный №68887), с изменениями, внесенными приказами Министерства просвещения Российской Федерации от 12 мая 2023 г. №359 (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 9 июня 2023 г., регистрационный №73797) и от 25 сентября 2023 г. №717 (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 26 октября 2023 г., регистрационный №75754).

20. Перминова, Л. М. Дидактическая модель обучения: методология, структура / Л. М. Перминова // Гуманитарные науки и образование. – 2015. – №3 (23). – С. 61–67.

21. Протасов, Д. Н. Математическое моделирование экономических систем: учебное электронное издание / Д. Н. Протасов, Н. П. Пучков; Министерство образования и науки Российской Федерации, Тамбовский государственный технический университет. – Тамбов : ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2018. – 94 с. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=570447> (дата обращения: 07.02.2025).

22. Рогачева, О. В. Условия эффективной педагогической поддержки обучающихся в процессе их самоопределения в ситуациях активного и интерактивного обучения / О. В. Рогачева // Изв. Саратов. ун-та Нов. сер. Сер. Философия. Психология. Педагогика. – 2024. – №3. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/usloviya-effektivnoy-pedagogicheskoy-podderzhki-obuchayushchih-sya-v-protsesse-ih-samoopredeleniya-v-situatsiyah-aktivnogo-i> (дата обращения: 30.10.2024).

23. Солодухина, О. А. Классификация инновационных процессов в образовании / О. А. Солодухина // Среднее профессиональное образование. – 2011. – №10. – С. 12–13.

24. Федорова, Г. Н. Разработка, внедрение и адаптация программного обеспечения отраслевой направленности: учебное пособие / Г. Н. Федорова. – Москва : КУРС : ИНФРА-М, 2021. – 336 с. – ISBN 978-5-906818-41-6. – URL: <https://znanium.com/catalog/product/1138896> (дата обращения: 21.03.2025).

25. Шибает, В. П. Дидактические возможности интерактивного обучения в процессе активизации познавательной деятельности студентов / В. П. Шибает // МНКО. – 2012. – №4. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/didakticheskie-vozmozhnosti-interaktivnogo-obucheniya-v-protseesse-aktivizatsii-poznavatelnoy-deyatelnosti-studentov> (дата обращения: 07.04.2025).

26. Дорофеев, А. В. Интерактивная дидактическая поддержка студентов в цифровой образовательной среде / А. В. Дорофеев, Т. Г. Корчагина // Перспективы науки и образования. – 2023. – №4. – С. 40–53.

27. Дорофеев, А. В. Геймификация как средство повышения мотивации студентов среднего профессионального образования / А. В. Дорофеев, Т. Г. Корчагина // Антропологическая дидактика и воспитание. – 2024. – Т. 7. №1. – С 87–96.

*Учебное издание*

Корчагина Татьяна Геннадьевна  
Яфизова Регина Ахнафовна

**РЕАЛИЗАЦИЯ ИНТЕРАКТИВНОЙ ДИДАКТИЧЕСКОЙ  
ПОДДЕРЖКИ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКОГО КОЛЛЕДЖА  
В ПРОЦЕССЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ**

Учебно-методическое пособие

Чебоксары, 2025 г.

Компьютерная верстка *А. Д. Федоськина*  
Дизайн обложки *М. С. Фёдорова*

Подписано в печать 30.05.2025 г.

Дата выхода издания в свет 05.06.2025 г.

Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.  
Гарнитура Times. Усл. печ. л. 3,4875. Заказ К-1419. Тираж 500 экз.

Издательский дом «Среда»  
428005, Чебоксары, Гражданская, 75, офис 12  
+7 (8352) 655-731  
[info@phsreda.com](mailto:info@phsreda.com)  
<https://phsreda.com>

Отпечатано в Студии печати «Максимум»  
428005, Чебоксары, Гражданская, 75  
+7 (8352) 655-047  
[info@maksimum21.ru](mailto:info@maksimum21.ru)  
[www.maksimum21.ru](http://www.maksimum21.ru)